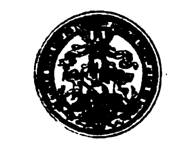

SIGILLUM ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV ANG
CHRISTO ET ECCLESIAE
VE RI TAS

Dr. A. Kleyer's



Mathematisch-



technisch - naturwissenschaftliche Encyklopädie.

Lehrbuch

der

Logarithmen.

Dr. A. Kleyer's

Mathem.-techn.-naturwissenschaftliche Encyklopädie

enthält die sämtlichen **Definitionen, Lehrsätze, Formeln, Regeln etc.,** sowie die **denkbar mannigfaltigsten gelösten und analogen ungelösten Beispiele und praktischen Aufgaben,** welche in den sämtlichen Zweigen der

Rechenkunst, der niederen, höheren und angewandten Mathematik,

nämlich in den kaufmännischen und bürgerlichen Rechnungsarten, in der Algebra, Planimetrie, Stereometrie, synthetischen Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie, analyt. Geometrie der Ebene und des Raumes, Differential- und Integralrechnung etc., in der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, math. Geographie, Astronomie, in dem Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- und Hochbau, sowie in den Konstruktionslehren, als: darstellende Geometrie, Polar- und Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc.

vorkommen und ist, infolge der eigentümlichen und praktischen Anordnung dieser Disciplinen, infolge der zahlreichen, jedem einzelnen Lehrsatz und Abschnitt beigegebenen

mannigfaltigen vollständig gelösten und analogen ungelösten praktischen Aufgaben,

sowie infolge der vielen sauberen **in den Text gedruckten Holzschnitten** und beigefügten **lithographischen Tafeln** von zahlreichen fachmännischen Seiten aus allen Teilen Europas und Amerikas als

das praktischste **Lehrbuch für Schüler aller Schulen** (indem jedes Hauptkapitel als ein für sich bestehendes Ganze abgeschlossen ist und allein bezogen werden kann),

als

das beste **Handbuch für Lehrer und Examinatoren** (indem Definitionen etc. meist in Fragen und Antworten gegeben sind),

als

das vorzüglichste **Lehrbuch zum Selbststudium für jeden einzelnen Teil der erwähnten Wissenschaften**

und als

ein vortreffliches **Nachschlagebuch für Fachleute, Militärs, Ingenieure, Architekten, Techniker jeder Art**

anerkannt worden.

Stuttgart, im Juli 1883.

Die Verlagshandlung.

Gleichzeitig sind erschienen:

Fünfstellige korrekte Logarithmen-Tafeln

nebst einer trigonometrischen **Tafel** und einer Anzahl von anderen Tabellen, deren Benutzung gewisse nummerische Berechnungen erleichtern, besonders bearbeitet für den **Schulgebrauch und die allgemeine Praxis** von Dr. A. Kleyer.

Lehrbuch

der

Logarithmen

nebst einer

Sammlung von 1996 gelösten & ungelösten Beispielen

zum

Gebrauch an niederen und höheren Schulen, sowie zum rationellen Selbststudium

bearbeitet von

Dr. A. Kleyer

Ingenieur und Lehrer, vereideter Königl. preuss. Feldmesser, vereideter Grossh. hess. Geometer I. Kl. in Frankfurt a. M.

Stuttgart.

Verlag von Julius Maier.

1884.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

Vorwort.

Tausende lernen alljährlich mit Logarithmen rechnen, wenigen nur bleibt die so wichtige und praktische Logarithmenrechnung im Gedächtnisse — Mühe und Zeit sind umsonst verwendet, ein Kapital bleibt unverzinst. — Der Grund, warum die Rechnung mit Logarithmen so leicht vergessen wird oder in besonderen Fällen nicht verstanden und angewandt werden kann, liegt darin, dass einesteils die Logarithmenrechnung nur mechanisch erlernt wird, andernteils die nötigen Uebungsbeispiele und Aufgaben nicht in erforderlicher Anzahl und richtiger Reihenfolge zur Bearbeitung kommen und schliesslich dem Studierenden bei Repetitionen etc. kein ausführliches Lehrbuch zu Gebote steht, in welchem er die bei der Logarithmenrechnung anzuwendenden Regeln in logischer übersichtlicher Ordnung, durch passende gelöste Beispiele erläutert, finden kann. Ich bemühte mich daher, in vorliegendem Buche das Kapitel: „Die Logarithmen“ in einer solchen Weise zu behandeln, dass durch das Studium dieses Buches die Logarithmenrechnung nicht allein gründlich verstanden, sondern auch in allen nur möglichen Fällen mit dem ausgiebigsten Erfolg angewandt werden kann; die Regeln und Aufgaben sind ausserdem, um dem jeweiligen Bedürfnisse zu genügen, sowohl für fünf-, als auch für siebenstellige Logarithmen bearbeitet. Die Verlagshandlung hat bei dem hierdurch bedingten Doppelsatz weder Opfer noch Mühe gescheut, um dem Buche, bei gut leserlichem Druck, eine elegante Ausstattung zu geben, mich somit in der Weise kräftigst unterstützt, dass ich glauben darf, auch in dieser Beziehung ein gutes Lehrbuch für den Schulgebrauch, ein wirkliches Lehrbuch zum Selbststudium und zugleich ein in allen Fällen Auskunft gebendes Nachschlagebuch hiermit der Oeffentlichkeit übergeben zu können.

Was nun das Studium dieses Buches anbetrifft, so beantworte ich die Frage:

„Wie soll man beim Studium dieses Buches verfahren?“

wie folgt:

Da das riesige Material, welches bei dem Studium der mathematischen Wissenschaften zu bearbeiten ist, sich niemals erschöpft, im Gegenteil bei einem tieferen Eindringen in diese Wissenschaften sich stets mehr und mehr häuft und Menschenalter nicht genügen, um zu einer umfassenden Kenntnis zu gelangen — der Schüler und Praktiker allerdings nur einen gewissen, aber jenachdem doch noch immensen Teil dieses Materials verarbeiten muss — so kommt es besonders darauf an, die allgemeinen mathematischen Disciplinen mit dem geringsten Zeitaufwand zu erlernen, was nur dadurch erreicht werden kann, dass

lediglich nur das wichtigste und je den Bedürfnissen entsprechend nur das notwendigste derselben Berücksichtigung findet. Schülern, Studierenden und Praktikern, welche sich nicht speziell als Mathematiker ausbilden wollen, bezw. sind, gebe ich daher bei dem Studium des vorliegenden Buches den wohlgemeinten Rat: die Definitionen gründlich zu lernen und sich über die symbolischen Darstellungen volle Klarheit zu verschaffen; die Lehrsätze mit ihren Beweisen nicht auswendig zu lernen, sondern nur durchzulesen, dafür aber die dabeistehenden gelösten Uebungsbeispiele selbständig zu lösen versuchen — hierbei die anzuwendenden Lehrsätze sich laut vorzusagen — die somit erhaltenen Resultate mit den diesen Beispielen beigedruckten Resultaten zu vergleichen und zu untersuchen, wo die etwaigen Fehler herstammen, hierdurch werden diese Lehrsätze — ohne Auswendiglernen — nicht allein leicht und dauernd dem Gedächtnisse eingeprägt, sondern es wird auch eine richtige und logische Verwertung dieser Lehrsätze erlernt. Die Abschnitte V und VI, Seite 36 und 49, können zunächst als weniger wichtig übergangen werden und zwar ohne das weitere Studium in irgend einer Weise zu beeinträchtigen, dasselbe gilt von dem Abschnitt IX, Seite 153, und den Abschnitten 4). und 5). des Anhangs, Seite 216. Ferner sollen die in den Abschnitten VIII und X, Seite 68 und 162, aufgestellten Regeln nicht auswendig gelernt werden, sondern es sollen diese Regeln und deren Herleitung nur durchgelesen, dafür aber wieder die denselben beigefügten gelösten Beispiele selbständig zu lösen versucht werden, wodurch auch diese Regeln dauernd dem Gedächtnisse eingeprägt und in verständiger Weise anzuwenden gelernt werden, denn das alte Sprüchwort: **„Erfahrung ist der beste Lehrmeister“** hat sich in tausendfacher Weise bewährt.

Indem ich bei einem derartigen Studium des vorliegenden Buches einem Jeden die Versicherung geben kann, dass der beste Erfolg in der Schule und beim Selbststudium nicht ausbleiben kann und in der kürzesten Zeit erreicht wird, dabei kostspieliger Nachhilf- und Privatunterricht durchaus nicht nötig ist, bitte ich etwa vorkommende Druckfehler, Berichtigungen, besondere Wünsche etc. direkt an mich gelangen zu lassen.

Frankfurt a. M., Juli 1883.

Dr. A. Kleyer.

Inhaltsverzeichnis.

Berichtigungen.

1). **Seite 69** muss man in der mit *). bezeichneten Anmerkung lesen: Eine Tabelle in welcher die natürlichen **Logarithmen** etc.

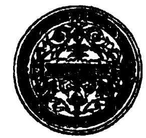
2). **Seite 154** muss in dem Beispiel 1
statt: $log\,[n\,.\,log\,(log\,x - log\,y) + 1] = log\,3{,}72054$
$= log\,3{,}72056$ gesetzt werden.

3). **Seite 160** muss in dem Beispiel 2
statt: $log\,x = \frac{1}{3}\cdot log\,1{,}996 = \frac{1}{3}\cdot 0{,}30106$
$= \frac{1}{3}\cdot 0{,}30016$ gesetzt werden.

Berücksichtigt man diesen Wert für $log\,x$ in der weiteren Rechnung, so erhält man nicht: $z = 1{,}289$
sondern: $z = 0{,}774$

Eingesandt von Herrn May in Eschwege.

42. Heft.	Preis des Heftes 25 Pf.	Die Logarithmen. Seite 1—16.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstgebrauch —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst,** der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen, Seite 1—16.

Inhalt:

Stuttgart 1882.

Verlag von Julius Maier.

Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte.

Die einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.

Das auf der Rückseite abgedruckte Inhalts-Verzeichnis der nächsten Hefte wird gefälliger

Die Logarithmen.

I. Vorbemerkungen.

1). Ueber den Zweck und Nutzen eines Potenzensystems.

Anmerkung 1. Da die gründliche Kenntnis der Potenzierung und Radizierung im nachstehenden vorausgesetzt werden muss, so sind die wichtigsten Sätze über Potenzen und Wurzeln etc. zur Rekapitulation unter fortlaufenden Nummern klein beigedruckt.

Erklärung 1. Wählt man **irgend eine von Null und Eins verschiedene** (vergl. die Erkl. 3) positive ganze Zahl — z. B. die Zahl 2 — und potenziert dieselbe, wie nebenstehend angedeutet ist, mit den aufeinanderfolgenden Zahlen: 0, 1, 2, 3, 4, 5 ...., so erhält man ein sogenanntes (allerdings noch unvollständiges) **Potenzensystem**, welches man auch, **unter Weglassung** der den sämmtlichen Potenzen zu Grunde liegenden gemeinschaftlichen Basis (2), in der Form des nebenstehenden Schemas schreiben kann.

$2^0 =$	1 [1]).	$2^9 =$	512
$2^1 =$	2	$2^{10} =$	1024
$2^2 =$	4	$2^{11} =$	2048
$2^3 =$	8	$2^{12} =$	4096
$2^4 =$	16	$2^{13} =$	8192
$2^5 =$	32	$2^{14} =$	16384
$2^6 =$	64	$2^{15} =$	32768
$2^7 =$	128	$2^{16} =$	65536
$2^8 =$	256		u. s. f., u. s. f.

1). Jede Potenz mit dem Exponenten Null ist = 1 (siehe das Kapitel: Die Potenzen).

Erklärung 2. Den Zweck und Nutzen eines Potenzensystems, wie das in nebenstehendem Schema aufgestellte, kann man aus folgenden vier Beispielen ersehen:

Beispiel 1. Soll man z. B. die Zahlen 64 und 512 **multiplizieren**, so suche man in nebenstehendem Schema unter der Rubrik „Potenzen" diese Zahlen, **addiere** die neben diesen Zahlen (Potenzen) stehenden Exponenten 6 und 9 — dies gibt 15 — und suche unter der Rubrik „Exponenten" diese Zahl (Summe) 15, alsdann ist die neben 15 stehende Potenz **32768** das gesuchte Resultat der angedeuteten **Multiplikation**; denn nach dem Schema, ist:

$64 = 2^6$
$512 = 2^9$ beide Gleich. multipliziert, gibt:

$64 . 512 = 2^6 . 2^9$ oder: [2]).
$64 . 512 = 2^{15}$ Da man nun für 2^{15} in dem für die Basis 2 aufgestellten Potenzensystem = 32768 findet, so ist auch:
$64 . 512 = 32768.$

Beispiel 2. Soll man z. B. die Zahl 65536 durch die Zahl 128 **dividieren**, so suche man in nebenstehendem Schema unter der Rubrik

Schema
vorstehender Potenzen unter Weglassung der gemeinschaftlichen Basis 2.

Exponenten	Potenzen
0 ...	 1
1 ...	 2
2 ...	 4
3 ...	 8
4 ...	... 16
5 ...	... 32
6 ...	... 64
7 ...	...128
8 ...	...256
9 ...	...512
10 ...	.. 1024
11 ...	.. 2048
12 ...	.. 4096
13 ...	.. 8192
14 ...	. 16384
15 ...	. 32768
16 ...	. 65536
u. s. f.	u. s. f.

2). Potenzen mit gleichen Basen werden multipliziert, indem man die gemeinschaftliche Basis mit der Summe der Exponenten potenziert.

„Potenzen“ diese Zahlen, **subtrahiere** die neben diesen Zahlen (Potenzen) stehenden Exponenten 16 und 7 — dies gibt 9 — und suche unter der Rubrik „Exponenten“ die Zahl (Differenz) 9, alsdann ist die neben 9 stehende Potenz **512** das gesuchte Resultat der angedeuteten **Division**; denn nach dem Schema, ist:

$65536 = 2^{16}$

$128 = 2^7$ beide Gleich. dividiert, gibt:

$\frac{65536}{128} = \frac{2^{16}}{2^7}$ oder: [3]).

$\frac{65536}{128} = 2^9$ Da man nun für 2^9 in dem für die Basis 2 aufgestellten Potenzensystem $= 512$ findet, so ist auch:

$\frac{65536}{128} = 512$

Beispiel 3. Soll man z. B. die Zahl 16 mit 3 **potenzieren**, so suche man in umstehendem Schema unter der Rubrik „Potenzen“ diese Zahl 16, **multipliziere** den neben dieser Zahl (Potenz) stehenden Exponenten 4 mit der Zahl 3 mit welcher potenziert werden soll — dies gibt 12 — und suche unter der Rubrik „Exponenten“ diese Zahl (das Produkt) 12, alsdann ist die neben dieser Zahl 12 stehende Potenz **4096** das gesuchte Resultat der angedeuteten **Potenzierung**; denn nach dem Schema, ist:

$16 = 2^4$, mithin ist, wenn man diese Gleich. mit 3 potenziert:

$16^3 = (2^4)^3$ oder: [4]).

$16^3 = 2^{12}$ Da man nun für 2^{12} in dem für die Basis 2 aufgestellten Potenzensystem $= 4096$ findet, so ist auch:

$16^3 = 4096$

Beispiel 4. Soll man z. B. aus der Zahl 16384 die 7te **Wurzel ausziehen**, so suche man in umstehendem Schema unter der Rubrik „Potenzen“ diese Zahl 16384, **dividiere** den neben dieser Zahl (Potenz) stehenden Exponenten 14 durch den Wurzelexponenten 7 — dies gibt 2 — und suche unter der Rubrik „Exponenten“ diese Zahl (den Quotienten) 2, alsdann ist die neben dieser Zahl 2 stehende Potenz **4** das gesuchte Resultat der angedeuteten **Wurzelausziehung** (Radizierung); denn nach dem Schema, ist:

$16384 = 2^{14}$, mithin ist, wenn aus dieser Gleich. die 7te Wurzel gezogen wird:

$\sqrt[7]{16384} = \sqrt[7]{2^{14}}$ oder: [5]).

$\sqrt[7]{16384} = 2^{\frac{14}{7}} = 2^2$ Da man nun für 2^2 in dem für die Basis 2 aufgestellten Potenzensystem $= 4$ findet, so ist auch:

$\sqrt[7]{16384} = 4$

3). **Potenzen mit gleichen Basen werden dividiert, indem man von dem Exponenten des Zählers den des Nenners subtrahiert und die gemeinschaftliche Basis mit der erhaltenen Differenz potenziert.**

4). **Eine Potenz wird nochmals potenziert, indem man die Basis mit dem Produkt der Exponenten potenziert.**

5). **Aus einer Potenz wird eine Wurzel gezogen, indem man den Potenzexponenten durch den Wurzelexponenten dividiert und mit dem erhaltenen Quotienten die Basis der Potenz potenziert.**

Aus diesen vier Beispielen ersieht man, dass mit Hülfe eines **vollständigen** Potenzensystems — d. i. ein solches in welchem unter der Rubrik „Potenzen" (siehe das Schema, Seite 1) **sämmtliche positive** Zahlen von 1 ab vertreten sind — die Multiplikationen, Divisionen, Potenzierungen und Wurzelausziehungen beliebiger Zahlen, bezw. auf Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen zurückgeführt werden können, **und hierin besteht der unendliche Nutzen eines vollständigen Potenzensystems,** indem dadurch nicht allein die Ausrechnungen von Zahlenausdrücken bedeutend erleichtert werden, sondern auch z. B. grosse Potenzierungen, deren Ausführung Tage und Wochen erfordern würden, und Wurzelausziehungen, deren Ausführung wegen unüberwindlicher praktischer Schwierigkeiten **unmöglich** ist, in wenigen Minuten ausgeführt werden können (man vergl. die Anwendung der Logarithmen).

---

2). Ueber die Wahl der Basis eines Potenzensystems.

Erklärung 3. Aus den Beispielen 1—4 in der Erkl. 2 ersieht man, dass **die Basis 2** des bei Berechnung dieser Beispiele angewandten Potenzensystems (siehe das Schema auf S. 1) **ohne jeden Einfluss** auf das Resultat dieser Berechnungen war, weil sie **nie** mit in Rechnung gezogen wurde; hieraus kann man zunächst schliessen, dass die Wahl der Basis im allgemeinen **beliebig** ist.

Da man jedoch in dem Schema auf Seite 1 unter der Rubrik „Potenzen" **sämmtliche** positive **Zahlen,** von 1 ab, haben will (vergl. den Schluss der Erkl. 2), so muss man beachten:

1). Die Potenzen, welchen die Basis **Null** zu Grunde liegt, sind **sämmtlich = Null** oder **unendlich,** je nachdem man für die Exponenten positive oder negative Zahlen wählt (siehe Beispiel 5);

2). Die Potenzen, welchen die Basis **Eins** zu Grunde liegt, sind für alle Exponenten = **Eins** (siehe Beisp. 6);

6). Null in jeder Potenz ist = Null.

7). Eine Potenz mit gebrochenem Exponenten drückt aus, dass man zuerst die Basis mit dem Zähler des Bruchexponenten potenzieren und diese Potenz durch den Nenner radizieren soll.

8). Null durch jede Zahl radiziert ist = Null.

9). Eine Potenz mit negativem Exponenten ist gleich dem reciproken (umgekehrten) Werte dieser Potenz mit positivem Exponenten.

10). Reciproke Grössen sind solche, deren Produkt = 1 ist, z. B. a und $\frac{1}{a}$; denn: $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

11). Ein Bruch dessen Nenner = 0, ist unendlich gross; denn lässt man den Nenner eines Bruches immer kleiner und kleiner werden, so wird der Wert des Bruches immer grösser und grösser, wird der Nenner unendlich klein (= 0), so wird der Wert des Bruches unendlich gross.

Beispiel 5. Es ist:

$$0^3 = 0;\ 0^5 = 0;\ 0^1 = 0$$ [6].

Ebenso ist: $0^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{0^3} = \sqrt[2]{0} = 0$; [7]. [8].

Ferner ist: $0^{-3} = \frac{1}{0^3} = \frac{1}{0} = \infty$ (unendl.) [9]. [10]. [11].

3). Die Potenzen, welchen eine **negative** Zahl als Basis zu Grunde liegt, sind teilweise **positiv**, teilweise **negativ** und teilweise **imaginär**, je nachdem man für die Exponenten **gerade**, **ungerade** Zahlen oder **Brüche** wählt, deren Nenner **gerade** Zahlen sind (siehe Beispiel 7);

4). Die Potenzen, welchen ein positiver **ächter Bruch** als Basis zu Grunde liegt, sind sämmtlich wiederum **ächte** Brüche, wenn für die Exponenten positive Zahlen gewählt werden (siehe Beisp. 8), und sind nur dann **ganze** (bezw. gemischte) Zahlen, wenn für die Exponenten negative Zahlen gewählt werden (siehe Beisp. 9).

Hiernach sind bei der Wahl **der Basis** eines Potenzensystems die Zahlen: **Null**, **Eins** und **alle negativen** Zahlen, da sie nicht die gewünschte kontinuierliche Potenzenreihe von 1 ab ergeben, bedingungslos ausgeschlossen; die positiven **ächten** Brüche werden aber nur deshalb bei der Wahl der Basis eines Potenzensystems unberücksichtigt gelassen, damit man keine **negativen** Exponenten (in dem Schema auf Seite 1 unter der Rubrik „Exponenten") erhält.

Für die Basis eines Potenzensystems kann man somit jede positive Zahl wählen, welche grösser als 1 ist, da hiermit auch die positiven ächten Brüche unberücksichtigt bleiben, so können in einem solchen Potenzensystem (nochmals erwähnt) keine **negativen** Exponenten vorkommen.

Beispiel 6. Es ist:

$1^3 = 1;\ 1^5 = 1;\ 1^0 = 1;$

Ebenso ist: $1^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{1^2} = \sqrt[3]{1} = 1;$ [12].

Ferner ist: $1^{-3} = \frac{1}{1^3} = \frac{1}{1} = 1.$ [9].

Beispiel 7. Es ist:

$(-2)^4 = +16;\ (-6)^2 = +36$ [13].

Ferner ist: $(-2)^3 = -8;\ (-3)^5 = -243$ [14].

Schliesslich ist:

$(-2)^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{(-2)^3} = \sqrt[2]{-8}$ [7]. [15]. (imaginär)

oder: $(-3)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{(-3)^1} = \sqrt[4]{-3}$ („)

Beispiel 8. Es ist:

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$ [16]. (dies ist ein ächter Bruch)

Ebenso ist:

$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$ („ „ „ „ „)

Beispiel 9. Es ist:

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = \frac{2^3}{1^3} = \frac{8}{1} = 8$ [9]. [16].

Ebenso ist:

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ [9].

12). Eins durch jede Zahl radiziert ist = 1.

13). Eine negative Grösse in einer geraden Potenz gibt stets ein positives Resultat.

14). Eine negative Grösse in einer ungeraden Potenz gibt stets ein negatives Resultat.

15). Jede gerade Wurzel aus einer negativen Grösse ist undenkbar, d. h. **imaginär**.

16). Ein Bruch wird potenziert, indem man Zähler und Nenner potenziert.

II. Ueber den Begriff der Logarithmen, der Logarithmierung etc.

Erklärung 4. Hat man ein Potenzensystem, z. B. das in dem Schema auf Seite 1 angedeutete, so kann man aus demselben ersehen, dass **die Exponenten** in ihrer Aufeinanderfolge die **arithmetische** Reihe:

1). . . . 1, 2, 3, 4, 5, 6 . . . .

bilden [weil die **Differenz** je zweier aufein-

anderfolgenden Glieder eine konstante Grösse (= 1) ist, siehe das Kapitel: Die arithmetischen Reihen]

und dass ferner **die Potenzen** in ihrer Aufeinanderfolge die **geometrische** Reihe:

2). . . . 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 . . . .

bilden [weil der **Quotient** je zweier aufeinanderfolgenden Glieder eine konstante Grösse (= 2) ist, siehe das Kapitel: Die geometrischen Reihen].

Da nun die Glieder der zweiten Reihe durch Potenzierung aus den Gliedern der ersten Reihe hervorgegangen sind, mithin die Glieder beider Reihen eine gewisse Abhängigkeit von einander haben, d. h. in gewissen Beziehungen, in gewissen Verhältnissen zu einander stehen [in Folge dessen sie auch wechselseitig in Rechnung gebracht werden können, vergl. auch den Abschnitt, welcher über die Berechnung der Logarithmen handelt], so nennt man die in der ersten Reihe stehenden Zahlen, also die Exponenten,

Logarithmen — d. h. Verhältniszahlen — der in der zweiten Reihe stehenden Zahlen (Potenzen).

Bemerkt sei hier, dass das Wort **Logarithme** oder **Logarithmus** (in der Mehrzahl: Logarithmen) aus dem griechischen stammt und aus den Wörtern: *αριθμὸς*, welches „**die Zahl**", und aus *λόγος*, welches „**das Verhältnis**" heisst, zusammengesetzt ist.

Jede der in der zweiten Reihe stehenden Zahlen — also jede der Potenzen selbst — heisst:

Zahl, Logarithmand, Logarithmandus oder auch **Numerus** (v. lat. die Zahl, in der Mehrzahl Numeri); letztere Bezeichnung ist die gebräuchlichste.

Hiernach sind die Bezeichnungen:

Exponent und **Logarithmus,**
Potenz „ **Numerus**

bezw. gleichbedeutend, und das Schema auf Seite 1 geht somit über in das nebenstehende.

Schema
der auf Seite 1 stehenden Potenzen mit anderer Bezeichnung.

Logarithmen (Exponenten)	Numeri (Potenzen)
0	 1
1	 2
2	 4
3	 8
4	 16
5	 32
6	 64
7	. . . 128
8	. . . 256
9	. . . 512
10	. . . 1024
11	. . . 2048
12	. . . 4096
13	. . . 8192
14	. . 16384
15	. . 32768
16	. . 65536
u. s. f.	u. s. f.

Erklärung 5. Analog der Bezeichnung in der Erkl. 4 nennt man ein vollständiges Potenzensystem ein **logarithmisches** System oder **Logarithmensystem.** Sind in einem solchen die Numeri (Po-

tenzen) geordnet zusammengestellt, so nennt man ein solches Verzeichnis eine **Logarithmentafel** oder **Logarithmentabelle.**

Die Basis, welche der Berechnung der Potenzen (Numeri) zu Grunde gelegt wird, heisst **Basis dieses Logarithmensystems** (Potenzensystems).

Da man für eine andere Basis für **dieselben** Numeri (Zahlen, Potenzen) andere Logarithmen (Exponenten) erhält — vergl. das Beispiel 10 — so werden die Logarithmen (Exponenten) **nach der Basis** benannt; man spricht daher von:

Logarithmen zur Basis 2,
" " " 3,
" " " 10 u. s. f.

und nennt diese auch bezw.

Zwei-Logarithmen, Drei-Logarithmen, Zehn-Logarithmen u. s. f.

Beispiel 10. Hat man z. B.:

$$2^4 = 16$$

so heisst dies: für die Zahl 16 und für die Basis 2 ist der Exponent (Logarithmus) = 4;

Hat man hingegen, z. B.:

$$4^2 = 16$$

so heisst dies: für **dieselbe** Zahl 16 und für eine andere Basis, nämlich 4, ist der Exponent (der Logarithmus) ebenfalls **ein anderer,** nämlich = 2.

Erklärung 6. Da bei der Potenzierung drei Grössen, nämlich: die Basis, der Potenzexponent und der eigentliche Wert einer Potenz (die Potenz selbst) in Betracht kommen und jede dieser Grössen durch die beiden übrigen bestimmt ist, so ergeben sich aus dem Begriff der Potenz, mit der Potenzierung selbst, **drei Operationen**; denn hat man z. B. die Potenz 3^4 (= 81), so kann man fragen:

1). Welches Resultat x erhält man, wenn die Zahl 3 in die 4te Potenz erhoben werden soll?

Diese Frage wird durch die Potenzgleichung: [17]).

a). . . . . $3^4 = x$ [18]).

ausgedrückt.

Mit dem Aufsuchen dieser Grösse x (= 81) beschäftigt sich die Potenzierung (siehe dieselbe); dann kann man fragen:

2). Welche Zahl y muss in die 4te Potenz erhoben werden, damit man die Zahl 81 erhält?

Diese Frage wird durch die Gleichung:

$$y^4 = 81$$

bezw. durch die Wurzelgleichung: [19]).

b). . . . . . $y = \sqrt[4]{81}$

ausgedrückt.

17). Eine Gleichung in welcher Potenzen vorkommen, heisst „Potenzgleichung".

18). Die Buchstaben x, y, z . . . bedeuten noch zu bestimmende Grössen.

19). Eine Gleichung in welcher das Symbol, die „Wurzel" vorkommt, heisst „Wurzelgleichung".

Mit dem Aufsuchen dieser Grösse y (= 3) beschäftigt sich die Wurzelausziehung (Radizierung, siehe dieselbe); schliesslich kann man fragen:

3). Mit welcher Zahl z muss die Zahl 3 potenziert werden, damit man die Zahl 81 erhält?

Diese Frage wird durch die Exponentialgleichung: [20]).

$$3^z = 81$$

ausgedrückt. Da man nun den Exponenten z **Logarithmus** der Zahl 81 nennt, sobald die Potenz 81 einem System von Potenzen angehört, welchem die Basis 3 zu Grunde liegt, so nennt man auch die Operation, welche sich mit dem Aufsuchen des Exponenten (des Logarithmus) z beschäftigt, **die Logarithmierung,** auch **Logarithmisierung,** und schreibt eine solche Gleichung, nach z aufgelöst, im allgemeinen:

c). . . . $z = log_3 81$

und liest dieselbe:

z ist gleich dem Logarithmus der Zahl 81 zur Basis 3.

Derartige Gleichungen heissen **logarithmische Gleichungen.**

Die Gleichungen:

$$3^z = 81 \text{ und}$$

$$z = log_3 81$$ drücken **ganz dasselbe** aus, **nur in anderer Form.**

Bemerkt sei hier noch, dass die Gleichung:

$$z = log_3 81$$

von Manchen auch in den Formen:

$$z = {}^3log\, 81 \text{ oder:}$$

$$z = log\, 81_{(3)}$$

geschrieben wird (man vergl. auch den Abschnitt: Die Logarithmensysteme.)

20). Eine Gleichung in welcher die Unbekannte als Potenz- oder Wurzelexponent erscheint, heisst „Exponentialgleichung".

Erklärung 7. Ist die Basis eines Potenzensystems (Logarithmensystems) z. B. = 3 und es soll der Wert x einer Potenz (Numerus) dieses Systems gesucht werden, welches z. B. zu dem Exponenten (Logarithmus) 4 gehört, so wird dies eigentlich ausgedrückt durch die Potenzgleichung:

d). . . . . $3^4 = x$

In Rücksicht der Bezeichnungen Lo-

garithmus und Numerus, bezw. für den Exponenten 4 und die Potenz x (wenn der Ausdruck $3^4 = x$ einem Systeme von Potenzen angehört), schreibt man jedoch:

e). . . . $x = num\,log_3 4$

und liest dies:

x **ist gleich dem Numerus des Logarithmus** 4 **zur Basis** 3, oder:

x **ist der numerus logarithmi** 4 **für die Basis** 3.

Die Gleichungen:

$$3^4 = x \text{ und}$$
$$x = num\,log_3 4$$

drücken somit **ganz dasselbe** aus, **nur in anderer Form.**

Die Operation, welche sich mit dem Aufsuchen dieser Grösse x beschäftigt, ist die Potenzierung selbst, man kann sie aber auch in dem betreffenden Falle, entgegengesetzt der Operation des Logarithmierens **„das Antilogarithmieren“** nennen.

Erklärung 8. Zur Vergleichung, bezw. zur besseren Uebersicht der drei, bezw. vier Operationen, welche sich nach der Erkl. 6 u. 7 aus dem Begriff einer Potenz ergeben, sind dieselben für das Beispiel: $2^3 = 8$, wie folgt zusammengestellt:

	$2^3 = 8\,(x)$	$(y)\,2 = \sqrt[3]{8}$	$(z)\,3 = log_2 8$	$(x)\,8 = num\,log_2 3$
	stellt die Operation des **Potenzierens**	stellt die Operation des **Radizierens**	stellt die Operation des **Logarithmierens**	stellt die Operation des **Antilogarithmierens** dar.
Hierbei tragen die Grössen 2, 3 u. 8 folgende Bezeichnungen:	2 heisst: **Basis,** 3 „ **Potenzexponent,** 8 „ **Potenz.**	2 heisst: **Wurzel,** 3 „ **Wurzelexponent,** 8 „ **Radikand.**	2 heisst: **Basis,** 3 „ **Logarithmus,** 8 „ **Numerus.**	2 heisst: **Basis,** 3 „ **Logarithmus,** 8 „ **Numerus.**

Erläuternde Fragen mit Antworten über den Begriff der Logarithmen etc.

Anmerkung 2. Die Beantwortungen nachstehender Fragen stützen sich auf die vorangegangenen Erklärungen.

Diese Fragen sollen zur Rekapitulation und zur Erlernung der gegebenen Erklärungen dienen.

Frage 1. Was versteht man unter dem **Logarithmus** einer **gegebenen** Zahl b zur **gegebenen** Basis a, und durch welche Gleichung wird die Beziehung zwischen diesen drei Grössen ausgedrückt?

Antwort. Unter dem Logarithmus einer gegebenen Zahl b zu der gegebenen Basis a versteht man **den Exponenten** x mit welchem die gegebene Basis a potenziert werden muss, damit man die Zahl b erhält. Die Beziehung zwischen diesen drei Grössen wird somit durch die Gleichung:

1). . . . . $a^x = b$

ausgedrückt (siehe Erkl. 4).

Frage 2. Wie wird der Logarithmus einer Zahl b zur Basis a durch ein Symbol dargestellt, bezw. **geschrieben** und **gelesen?**

Erkl. 9. Es gibt noch andere allgemeine Darstellungsweisen, als die in nebenstehender Gleichung 2). angedeutete, z. B.:

$$x = log^a b$$

$$x = log\, b_{(a)}$$

— Man vergl. auch den Abschnitt: Die Logarithmensysteme. —

Antwort. Bezeichnet man den Logarithmus einer Zahl b zur Basis a mit x, so wird dieser Logarithmus im allgemeinen **symbolisch dargestellt,** durch:

2). . . . . $x = log_a b$ (siehe Erkl. 9)

und dies wird gelesen:

x **ist der Logarithme der Zahl** b **zur Basis** a, oder:

x **ist der** a**-Logarithme der Zahl** b.

Frage 3. Welche Beziehung findet zwischen den Gleichungen:

$a^x = b$ und
$x = log_a b$ statt?

Antwort. Zwischen den Gleichungen:

$a^x = b$ und
$x = log_a b$

findet die Beziehung statt, dass beide Gleichungen **ganz dasselbe ausdrücken**, dass die zweite Gleichung somit nur eine **andere Schreibweise** der ersten ist.

Frage 4. Was versteht man unter dem **Numerus** des Logarithmus c zur Basis a und durch welche Gleichung wird die Beziehung zwischen diesen drei Grössen ausgedrückt?

Antwort. Unter dem **Numerus** y des Logarithmus c zur Basis a versteht man **die Potenz,** welche man erhält, wenn man die Basis a in die c^{te} Potenz erhebt.

Die Beziehung zwischen diesen drei Grössen wird somit durch die Gleichung:

3). . . . . $a^c = y$

ausgedrückt (siehe Erkl. 4).

Frage 5. Wie wird der Numerus des Logarithmus c zur Basis a durch ein Symbol dargestellt, bezw. **geschrieben** und **gelesen?**

Antwort. Bezeichnet man den Numerus des Logarithmus c zur Basis a mit y, so wird dieser Numerus im allgemeinen symbolisch dargestellt, durch:

4). . . . $y = num\, log_a c$ (vergl. die Erkl. 9)

und dies wird gelesen:

y **ist der Numerus des Logarithmus** c **zur Basis** a, oder:

y **ist der Numerus des** a**-Logarithmus** c, oder:

y **ist der numerus logarithmi** c **zur Basis** a.

Frage 6. Welche Beziehung findet zwischen den Gleichungen:

$a^c = y$ und

$y = num\,log_a c$ statt?

Antwort. Zwischen den Gleichungen:

$a^c = y$ und

$y = num\,log_a c$

findet die Beziehung statt, dass beide Gleichungen **ganz dasselbe ausdrücken**, dass somit die zweite Gleichung nur eine **andere Schreibweise** der ersten ist.

Frage 7. In welchen anderen Formen kann man die Potenzen:

1). $4^3 = 64$

2). $m^c = a \pm b$

3). $m^c = \frac{a}{b}$

4). $m^c = ab$

nach den Antworten der Fragen 3 und 6 schreiben?

Antwort.

1). Für $4^3 = 64$ kann man schreiben:

$3 = log_4 64$ oder: $64 = num\,log_4 3$

2). Für $m^c = a \pm b$ kann man schreiben:

$c = log_m(a \pm b)$ oder: $a \pm b = num\,log_m c$

3). Für $m^c = \frac{a}{b}$ kann man schreiben:

$c = lg_m\left(\frac{a}{b}\right)$ oder: $\frac{a}{b} = num\,lg_m c$

4). Für $m^c = ab$ kann man schreiben:

$c = lg_m(ab)$ oder: $ab = num\,lg_m c$

Aufgabe 1. Nachstehende Potenzen sind, analog der vorigen Antwort, in anderen Formen zu schreiben:

1). $2^3 = 8$

2). $m^n = p$

3). $5^2 = 25$

4). $6^3 = 216$

5). $a^m = b + c$

6). $p^r = \frac{m}{n}$

7). $v^w = p \cdot q$

Auflösung. Bleibt dem Studierenden überlassen.

Frage 8. Welches sind nach Antwort der Frage 1, für die Basis 2, die Logarithmen der Zahlen:

1). 64

2). 1

3). $\frac{1}{8}$?

Antwort. Bezeichnet man die gesuchten Logarithmen der Reihe nach, mit x, y und z, so ist nach Antwort der Frage 1:

1). $2^x = 64$, durch Probieren findet man nach den Gesetzen der Potenzierung:

$x = 6$; dann ist:

2). $2^y = 1$, hieraus erhält man:

$y = 0$ [1). Seite 1]; ferner ist:

3). $2^z = \frac{1}{8}$, hieraus erhält man:

$z = -3$; denn $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Aufgabe 2. Man soll, analog der vorigen Antwort, die Logarithmen der Zahlen:

1). 4
2). 128
3). $\frac{1}{4}$
4). $\frac{1}{2}$ für die Basis 2 bestimmen.

Auflösung. Bleibt dem Studierenden überlassen.

Frage 9. Welches sind die drei-Logarithmen der Zahlen:

1). 81
2). 3
3). $\frac{1}{81}$?

Antwort. Bezeichnet man die gesuchten Logarithmen der Reihe nach, mit x, y und z, so ist nach Antwort der Frage 1 und 2:

1). $3^x = 81$, durch Probieren findet man nach den Gesetzen der Potenzierung:

$x = 4$; dann ist:

2). $3^y = 3$, hieraus erhält man:

$y = 1$; ferner ist:

3). $3^z = \frac{1}{81}$, hieraus erhält man:

$z = -4$; denn $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

Aufgabe 3. Man soll, analog der vorigen Antwort, die drei-Logarithmen der Zahlen:

1). 9
2). 1
3). 27
4). $\frac{1}{27}$
5). $\frac{1}{3}$ bestimmen.

Auflösung. Bleibt dem Studierenden überlassen.

Frage 10. Wie gross ist der Logarithmus des Bruches $\frac{9}{25}$ zur Basis $\frac{3}{5}$?

Antwort. Bezeichnet man den gesuchten Logarithmus mit x, so ist nach Antwort der Frage 1:

$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{9}{25}$ Hieraus findet man durch Probieren:

$x = 2$; denn $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

Frage 11. Wie gross muss die Basis sein, wenn $log\,49 = 2$ ist?

Antwort. Bezeichnet man die gesuchte Basis mit x, so soll

$lg_x 49 = 2$ sein.

Diese Gleichung drückt nach der Antwort der Frage 3 dasselbe aus, als:

$x^2 = 49$. Hieraus findet man nach den Regeln der Wurzelausziehung (s. dieselbe):

$$x = \sqrt{49} \text{ oder:}$$
$$x = \pm 7$$

Aufgabe 4. Man bestimme, analog der vor. Antwort, die Basen nachstehender Logarithmen:

1). $3 = log\ 27$
2). $3 = log\ 64$
3). $4 = log\ 81$

Auflösung. Bleibt dem Studierenden überlassen.

Frage 12. Wie gross ist der Numerus, dessen Logarithmus zur Basis $2 = 3$ ist?

Antwort. Bezeichnet man den gesuchten Numerus mit x, so soll

$$x = num\ log_2 3 \text{ sein.}$$

Diese Gleichung drückt nach Antwort der Frage 6 dasselbe aus, als:

$2^3 = x$. Hieraus erhält man:

$$x = 8.$$

Aufgabe 5. Man bestimme, analog der vorigen Antwort, den Numerus, dessen Logarithmus zur Basis $4 = 5$ ist; ebenso den Numerus, dessen Logarithmus zur Basis $2 = -3$ ist.

Auflösung. Bleibt dem Studierenden überlassen.

Frage 13. Was versteht man unter einem **Logarithmensystem**, bezw. unter einer **Logarithmentafel?**

Erkl. 10. Wie unter dem Abschnitt: **Die Logarithmensysteme** gezeigt wird, kommen, obgleich nach der Erkl. 3 unzählig viele Logarithmensysteme möglich sind, **nur zwei** in Betracht, nämlich das mit der Basis 10 und das mit der Basis $e = 2{,}7182818\ldots$

Antwort. Ein **Logarithmensystem** ist der Inbegriff der Logarithmen **aller positiven Zahlen** von 1 bis zu einer gewissen Grenze für eine bestimmte Basis.

Sind diese Logarithmen übersichtlich geordnet zusammengestellt, so heisst ein solches Verzeichnis eine **Logarithmentafel** oder **Logarithmentabelle** (vergl. die Erkl. 10).

Frage 14. Welche Zahlen kommen bei der Wahl der Basis eines Logarithmensystems in Betracht?

Antwort. Bei der Wahl der Basis eines Logarithmensystems (Potenzensystems), kommen nur die **positiven** Zahlen in Betracht, welche **grösser als Eins** sind — man vergl. die Erkl. 3. —

III. Allgemeine Sätze über die Logarithmen eines und desselben Systems.

Erklärung 11. In Bezug auf das Einschliessen in Klammern (Parenthesen), hat man zu beachten, dass der Logarithmus einer algebraischen Summe, eines

Beispiel 11. Es bedeutet z. B.:

$$log_a b + c$$

dass zu dem a-Logarithmus die Zahl c addiert werden soll, während

Produktes etc. allemal in eine Klammer gesetzt werden muss, dass überhaupt stets die höheren Operationen den niedrigeren vorangehen (man vergleiche die Beispiele in Antwort der Frage 7, nebenstehendes Beispiel 11 und die gelösten nachfolgenden Aufgaben).

$$log_a(b+c)$$

den a-Logarithmus der Summe $(b+c)$ bedeutet.

Ferner bedeutet z. B.:

$$log_a b \cdot c$$

dass der a-Logarithmus der Zahl b mit der Zahl c multipliziert werden soll (ist dies gemeint, so schreibe man am besten $c \cdot log_a b$), während $lg_a(b \cdot c)$ den a-Logarithmus des Produktes $b \cdot c$ bedeutet u. s. f.

Erklärung 12. Bei den Uebungsaufgaben soll sich der Studierende daran gewöhnen, sowohl die Bezeichnung „**bei einerlei Basis**“, als auch die Bezeichnung **der Basis selbst** (wie in nachstehenden Lehrsätzen geschehen) wegzulassen, da vorausgesetzt wird, dass alle in einem Ausdruck vorkommenden Logarithmen **sich auf einerlei Basis beziehen** (ausgenommen in den Fällen, in welchen dieses besonders vermerkt ist).

Lehrsatz 1. Der Logarithmus von 1 ist für jede Zahl als Basis = 0.

Vorauss. Die Basis des gedachten Logarithmus sei $= m$.

Behaupt. $log_m 1 = 0$

Beweis. Angenommen, es sei

1). . . . . $log_m 1 = x$

Dies ist in anderer Form geschrieben:

2). . . . . . $m^x = 1$ (siehe Antw. der Frage 3).

Da man nun aus den Gesetzen der Potenzierung weiss, dass jede Grösse mit dem Exponenten $0 = 1$ ist, so muss in der Gleich. 2). $x = 0$ sein; man hat somit:

$$m^0 = 1 \quad \text{oder:}$$

$$lg_m 1 = 0,$$ was zu beweisen war.

Lehrsatz 2. Der Logarithmus der Basis eines jeden Logarithmensystems ist = 1.

Vorauss. Die Basis des gedachten Logarithmensystems sei $= n$.

Behaupt. $log_n n = 1$

Beweis. Angenommen, es sei:

1). . . . . $lg_n n = x$

Dies ist in anderer Form geschrieben:

2). . . . . . $n^x = n$ (siehe Antw. der Frage 3)

Da man nun aus den Gesetzen der Potenzierung weiss, dass jede Grösse mit dem Exponenten 1 gleich der Grösse selbst ist, so muss in der Gleich. 2). $x = 1$ sein; man hat somit:

$$n^1 = n \quad \text{oder:}$$

$$log_n n = 1,$$ was zu beweisen war.

Lehrsatz 3. Der Logarithmus eines Produktes ist bei einerlei Basis gleich der Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren.

Diesen Lehrsatz kann man analog den entsprechenden Lehrsätzen in der Potenzierung und Radizierung und mit Rücksicht der Erkl. 12, wie folgt ausdrücken:

Ein Produkt wird logarithmiert, indem man jeden einzelnen Faktor logarithmiert und die erhaltenen Logarithmen addiert.

Vorauss. Die Basis sei $= m$,
das Produkt $= ab$.

Behaupt. $log_m(ab) = log_m a + log_m b$

Beweis. Bedeuten x und y unbekannte Zahlen, so kann man setzen:

1). . . $a = m^x$ d. i. in anderer Form: a). . . $x = log_m a$

und 2). . . $b = m^y$ „ „ „ „ b). . . $y = log_m b$

Gleich. 1). und 2). multipliziert, gibt: $a . b = m^x . m^y$ — Gl. a). und b). addiert, gibt: c). $x + y = log_m a + log_m b$

oder: 3). . $ab = m^{x+y}$ ²). Seite 1.

Diese Gleichung 3). kann man in der Form schreiben:

4). . . . $log_m(ab) = x + y$ (s. Antw. d. Frage 3)

In Rücksicht der Gleichung c). geht die Gleich. 4). über, in:

$$log_m(ab) = log_m a + log_m b$$

was zu beweisen war.

Allgemein kann man schreiben:

$$log_m(abcd\ldots) = log_m a + log_m b + log_m c + log_m d + \ldots.$$

Zusatz 1. Durch Umkehrung des vorstehenden Lehrsatzes 3 erhält man den Satz:

Die Summe der Logarithmen mehrerer Zahlen (bei einerlei Basis) **ist gleich dem Logarithmus des Produktes dieser Zahlen** (zu derselben Basis).

z. B.: $log_m a + log_m b + log_m c = log_m(abc)$

Zusatz 2. Den vorstehenden Lehrsatz 3, ebenso die nachfolgenden Lehrsätze kann man zur Berechnung von Logarithmen verwenden, wenn andere Logarithmen gegeben sind.

So ist z. B.:

$$log_{10} 6 = log_{10}(2 . 3)$$

Ist nun der $log_{10} 2 = 0,30103$ und der $log_{10} 3 = 0,47712$ gegeben,

so ist: $log_{10} 6 = log_{10}(2 . 3) = log_{10} 2 + log_{10} 3$
$= 0,30103 + 0,47712$ oder:
$log_{10} 6 = 0,77815$

Aufgabe 6. Man soll die in folgenden Beispielen angedeuteten Logarithmierungen nach dem Lehrsatze 3 ausführen:

1). $log_n(abcd) = ?$
2). $log_2(mnp) = ?$
3). $log_{10}(2 . 3 . 14 . 38 . 20) = ?$
4). $4 . log_m(abc) = ?$
5). $log\, abcd - log\, ab - log\, bc + log\, cd = ?$
6). $log\, a . log\, b . log\, c = ?$

Für die Beispiele 5 und 6 vergl. man die Erkl. 12.

Auflösung.

1). . . . . leicht
2). . . . . „ vergl. Lehrsatz 3.
3). . . . . „
4). $4 . log_m(abc) = 4[log_m a + log_m b + log_m c]$
5). $log\, abcd - log\, ab - log\, bc + log\, cd = log\, a + log\, b + log\, c + log\, d - (log\, a + log\, b) - (log\, b + log\, c) + (log\, c + log\, d) = log\, a + log\, b + log\, c + log\, d - log\, a - log\, b - log\, b - log\, c + log\, c + log\, d$
Da man noch die gleichen Logarithmen addieren kann, so erhält man:
$$log\, c - log\, b + 2 log\, d$$
6). $log\, a . log\, b . log\, c$ ist $= log\, a . log\, b . log\, c$, denn dies stellt ein Produkt von Logarithmen, aber nicht den Logarithmus eines Produktes dar.

Aufgabe 7. Wie gross ist der Logarithmus der Zahl 63 zur Basis 10, wenn der $log_{10} 9 = 0{,}95424$ und $log_{10} 7 = 0{,}84510$ ist?

Auflösung. Man vergleiche das Beispiel in Zusatz 2.

Aufgabe 8. Man schreibe nachstehende Ausdrücke in anderer Form:

1). $log_m a + log_m b$
2). $log_n a + log_n b + log_n c + log_n d$
3) $log\, 2 + log\, 5 + log\, 10 + log\, 55$

Hier ist die Basis nach der Erkl. 12 weggelassen.

Auflösung. Man vergleiche das Beispiel in Zusatz 1.

Anmerkung 3. Die Aufgaben, welche direkt nach den Lehrsätzen stehen, sollen zur einstweiligen Einübung, bezw. zum besseren Verständnis der einzelnen Lehrsätze dienen.

Am Schlusse dieses Abschnittes ist eine grössere Anzahl teilweise gelöster, teilweise ungelöster zusammengesetzter Aufgaben angeführt.

Lehrsatz 4. Der Logarithmus eines Bruches ist bei einerlei Basis gleich dem Logarithmus des Zählers vermindert um den Logarithmus des Nenners.

Diesen Lehrsatz kann man, analog den entsprechenden Lehrsätzen in der Potenzierung und Radizierung und in Rücksicht der Erkl. 12, auch, wie folgt ausdrücken:

Ein Bruch wird logarithmiert, indem man Zähler und Nenner logarithmiert und von dem Logarithmus des Zählers den des Nenners subtrahiert.

Vorauss. Die Basis sei $= m$,
der Bruch $= \frac{a}{b}$

Behaupt. $log_m\left(\frac{a}{b}\right) = log_m a - log_m b$

Beweis. Bedeuten x und y unbekannte Zahlen, so kann man setzen:

1). . . $a = m^x$ d. h. in anderer Form: a). . . $x = log_m a$
2). . . $b = m^y$ „ „ „ „ b). . . $y = log_m b$

Gleich. 1). und 2). dividiert, gibt: $\frac{a}{b} = \frac{m^x}{m^y}$ Gleich. a). und b). subtrahiert, gibt: c). $x - y = lg_m a - lg_m b$

oder: 3). . . $\frac{a}{b} = m^{x-y}$ [3]). Seite 2.

Diese Gleichung 3). kann man in der Form schreiben:

4). . . . . $log_m\left(\frac{a}{b}\right) = x - y$ (s. Antw. d. Frg. 3).

In Rücksicht der Gleichung c). geht die Gleich. 4). über, in:

$$log_m\left(\frac{a}{b}\right) = log_m a - log_m b$$

was zu beweisen war.

Zusatz 1. Durch Umkehrung des vorstehenden Lehrsatzes erhält man den Satz:

Die Differenz der Logarithmen zweier Zahlen (bei einerlei Basis) **ist gleich dem Logarithmus des Bruches der beiden Zahlen** (zu derselben Basis), **dessen Zähler gleich dem Numerus des Minuenden und dessen Nenner gleich dem Numerus des Subtrahenden ist.**

z. B.: $log_m a - log_m b = log_m\left(\frac{a}{b}\right)$

Zusatz 2. Aus vorstehendem Lehrsatz 4 erhält man den weiteren Satz:

Der Logarithmus eines Bruches (Quotienten), **dessen Zähler = 1 ist, ist gleich dem negativen Wert des Logarithmus des Nenners,** denn:

Hat man z. B. $log_m\left(\frac{1}{a}\right)$, so erhält man nach dem Lehrsatz 4:

$$log_m\left(\frac{1}{a}\right) = log_m 1 - log_m a$$

Da nach Lehrsatz 1: $log_m 1 = 0$ ist, so erhält man:

$$log_m\left(\frac{1}{a}\right) = 0 - log_m a \text{ oder:}$$

$$log_m\left(\frac{1}{a}\right) = -log_m a$$

Dies kann man auch ausdrücken:

Der Logarithmus des reciproken Wertes $\left(\frac{1}{a}\right)$ einer Zahl (a) ist = dem negativen Wert des Logarithmus dieser Zahl.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen**, das **beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes

Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik;** oder die **Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 27.)
„ 61. **Statik.** (Forts. von Heft 49.)
„ 62. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 56.)
„ 63. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 53.)
„ 64. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 57.)
„ 65. **Rotationskörper.** (Forts. von Heft 58.)
„ 66. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten, Textaufgaben.**
„ 67. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 59.)
„ 68. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 63.)
„ 69. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 62.)
„ 70. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 64.)
„ 71. **Rotationskörper.** (Forts. von Heft 65.)
„ 72. **Dynamik,** oder **die Lehre der Bewegung fester Körper.**
„ 73. **Gleichungen vom 1. Grade mit mehreren Unbekannten.**
„ 74. **Goniometrie.** (Fortsetzung von Heft 55.)
„ 75. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 60.)
„ 76. **Potenzen u. Wurzeln.** (Schluss.) (Forts. von Heft 69.)
„ 77. **Logarithmen.** (Schluss.) (Forts. von Heft 70.)
„ 78. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 68.)
„ 79. **Statik.** (Forts. von Heft 61.)
„ 80. **Die reinen und unreinen quadratischen Gleichungen.**

u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

46. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Logarithmen.
Fortsetzung von Heft 42, Seite 17—32.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst,** der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken-** u. **Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar-** u. **Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 42. — Seite 17—32.

Inhalt:

Gelöste Aufgaben über die Logarithmierung eines Bruches. — Lehrsätze über die Logarithmierung einer Potenz und einer Wurzel, gelöste Aufgaben hierüber. — Logarithmierung zusammengesetzter algebraischer Ausdrücke. — Antilogarithmierung logarithmisch-algebraischer Ausdrücke mit über 200 Uebungs-Beispielen.

Stuttgart 1882.

Verlag von Julius Maier.

— Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte. —

Die einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.

Das auf der Rückseite abgedruckte Inhalts-Verzeichnis der nächsten Hefte wird gefälliger

Aufgabe 9. Man soll die in folgenden Beispielen angeführten Logarithmierungen ausführen:

1). $log_m\left(\frac{ab}{c}\right) = ?$

2). $log \frac{mn}{pq} = ?$

3). $log \frac{ab}{cd} - log \frac{cd}{fg} = ?$

4). $log\left(\frac{1}{mn}\right) = ?$

5). $\frac{log\,(ab)}{log\,(cd)} = ?$

Bei den vier letzten Beispielen beachte man die Erkl. 12.

Auflösungen.

1). $log_m\left(\frac{ab}{c}\right) = log_m(ab) - log_m c$ (n. Lehrs. 4)
$= log_m a + log_m b - log_m c$ (nach Lehrs. 3)

2). $log \frac{mn}{pq} = log\,(mn) - log\,(pq)$
$= log\, m + log\, n - (log\, p + log\, q)$
$= log\, m + log\, n - log\, p - log\, q$

3). $log \frac{ab}{cd} - log \frac{cd}{fg} = log\,(ab) - log\,(cd) -$
$[log\,(cd) - log\,(fg)]$
$= log\, a + log\, b - (log\, c + log\, d) -$
$[log\, c + log\, d - (log\, f + log\, g)]$
$= log\, a + log\, b - log\, c - log\, d -$
$[log\, c + log\, d - log\, f - log\, g]$
$= log\, a + log\, b - log\, c - log\, d -$
$log\, c - log\, d + log\, f + log\, g$

Da man noch die gleichen Logarithmen addieren kann, so erhält man:
$= log\, a + log\, b - 2 . log\, c - 2 . log\, d$
$+ log\, f + log\, g$

4). $log\left(\frac{1}{mn}\right) = -log\,(m . n)$
$= -(log\, m + log\, n)$
$= -log\, m - log\, n$

man beachte den Zusatz 2, Seite 16.

5). $\frac{log\,(ab)}{log\,(cd)} = \frac{log\, a + log\, b}{log\, c + log\, d}$ hierbei hat man zu beachten, dass man nicht den Logarithmus eines Bruches (Quotienten), sondern einen Bruch hat, dessen Zähler und dessen Nenner je aus dem Logarithmus eines Produktes besteht.

Aufgabe 10. Wie gross ist der Logarithmus der Zahl 5 zur Basis 10, wenn:

$log_{10} 10 = 1$ (vergl. Lehrsatz 2, Seite 18)

und $log_{10} 2 = 0{,}30103$ ist?

Wie gross ist ferner der Logarithmus der Zahl 3 zur Basis 10, wenn:

$log_{10} 6 = 0{,}77815$

und $log_{10} 2 = 0{,}30103$ ist?

Auflösungen.

$log_{10} 5 = log_{10}\left(\frac{10}{2}\right) = log_{10} 10 - log_{10} 2$ (s. Lehrs. 4

mithin ist:

$log_{10} 5 = 1 - 0{,}30103$ oder:

$log_{10} 5 = 0{,}69897$

Die Berechnung von $log_{10} 3$ ist auf analoge Weise auszuführen.

Aufgabe 11. Man soll die Ausdrücke angeben, deren Logarithmen bezw. sind:

1). $log_m p - log_m q$ . . . .

2). $log^m a + log_m b - log_m c$ . . . . .

3). $log\, a - log\, b - log\, c$ . . . . . .

Bei dem letzten Beispiele beachte man die Erkl. 12.

Auflösungen. Nach dem Zusatze 1 des Lehrsatzes 4 erhält man:

1). $log_m p - log_m q = log_m\left(\frac{p}{q}\right)$

2). $log_m a + log_m b - log_m c = log_m (a b) - log_m c$
(nach dem Zusatz 1 des Lehrsatzes 3)
mithin kann man analog dem ersten Beispiele schreiben:

$$log_m a + log_m b - log_m c = log_m\left(\frac{a b}{c}\right)$$

3). Denkt man sich die beiden letzten Glieder in eine Klammer geschrieben, wie folgt:

$$log\, a - (log\, b + log\, c)$$

so kann man hierfür, analog den vorhergehenden Beispielen, schreiben:

$$log\, a - log\, (b c) \quad \text{oder:} \quad log\left(\frac{a}{b c}\right)$$

Lehrsatz 5. Der Logarithmus einer Potenz ist gleich dem Exponenten multipliziert mit dem Logarithmus der Basis dieser Potenz.

Diesen Lehrsatz kann man auch, analog den entsprechenden Lehrsätzen in der Potenzierung und Radizierung und in Rücksicht der Erkl. 12, wie folgt ausdrücken:

Eine Potenz wird logarithmiert, indem man den Logarithmus der Basis dieser Potenz mit dem Potenzexponenten multipliziert.

Vorauss. Die Basis des gedachten Logarithmensystems sei $= m$, die Potenz $= a^c$

Behaupt. $log_m (a^c) = c \,.\, log_m a$

Beweis. Bedeutet x eine unbekannte Zahl, so kann man setzen:

1). . . . . $a = m^x$ d. h. in anderer Form:

a). . . . . $x = log_m a$

Potenziert man vorstehende Gleichung 1). mit c, so geht dieselbe über, in:

$$a^c = (m^x)^c \quad \text{oder in:}$$

2). . . . . $a^c = m^{x \,.\, c}$ 4). Seite 2.

und diese Gleichung kann man nach Antwort der Frage 3 in der Form schreiben:

3). . . . . $x \,.\, c = log_m (a^c)$

Substituiert man in diese Gleichung den Wert für x aus obiger Gleich. a)., so erhält man:

$$log_m a \,.\, c = log_m (a^c)$$

oder, siehe Beispiel 11, Seite 12 und 13:

$$log_m (a^c) = c \,.\, log_m a$$

was zu beweisen war.

Zusatz 1. Durch Umkehrung des vorstehenden Lehrsatzes 5 erhält man den Satz:

Ein Produkt, bestehend aus einer Zahl und dem Logarithmus einer anderen Zahl ist gleich dem Logarithmus (zu derselben Basis) derjenigen Potenz, welche man erhält, wenn man die zweite Zahl mit der ersteren potenziert.

z. B.: $c \cdot log_m a = log_m (a^c)$

Aufgabe 12. Man soll die in folgenden Beispielen angeführten Logarithmierungen ausführen:

1). $log_m (a+b)^c = ?$

2). $log_m (a-b)^{x+y} = ?$

3). $log (a^x . b^y) = ?$

4). $log (ab)^c = ?$

5). $log \frac{a^m}{b^n} = ?$

6). $log \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^m = ?$

7). $log \frac{a^3 b^5 c^4}{d^5 f^6} = ?$

8). $log \left(\frac{13}{17}\right)^{-3} = ?$

Bei den Beispielen 3 bis 8 beachte man die Erkl. 12.

Auflösungen.

1). $log_m (a+b)^c = c \cdot log_m (a+b)$ (nach d. Lehrs. 5)

2). $log_m (a-b)^{x+y} = (x+y) \cdot log_m (a-b)$ „ „

3). $log (a^x b^y) = log\, a^x + log\, b^y$ (nach d. Lehrs. 3)
$= x . log\, a + y . log\, b$ („ „ „ 5)

4). $log\, (ab)^c = c \cdot log (ab)$ (nach d. Lehrs. 5)
$= c \cdot (log\, a + log\, b)$ („ „ „ 3)

5). $log \frac{a^m}{b^n} = log\, a^m - log\, b^n$ (nach d. Lehrs. 4)
$= m\, log\, a - n\, log\, b$ („ „ „ 5)

6). $log \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^m = m \cdot log \frac{a+b}{c+d}$ (nach d. Lehrs. 5)
$= m \cdot [log(a+b) - log(c+d)]$ („ „ „ 4)

7). $log \frac{a^3 b^5 c^4}{d^5 f^6} = log (a^3 b^5 c^4) - log (d^5 f^6) =$
$log\, a^3 + log\, b^5 + log\, c^4 - [log\, d^5 + log\, f^6] =$
$3 log\, a + 5 log\, b + 4 log\, c - (5 log\, d + 6 log\, f) =$
$3 log\, a + 5 log\, b + 4 log\, c - 5 log\, d - 6 log\, f$

8). $log \left(\frac{13}{17}\right)^{-3} = -3 \cdot log \frac{13}{17}$
$= -3\, (log\, 13 - log\, 17)$

Aufgabe 13. Man soll die Logarithmen der Zahlen 4, 8, 16, 32, 64 zur Basis 10 berechnen, wenn
$log_{10} 2 = 0{,}30103$ gegeben ist.

Auflösung. Soll man $log_{10} 4$ berechnen, und es ist $log_{10} 2 = 0{,}30103$ gegeben, so beachte man, dass:

$log_{10} 4 = log_{10} (2^2) = 2 \cdot log_{10} 2$ ist (vergl. Lehrs. 5)

Hiernach erhält man:

$log_{10} 4 = 2 \cdot 0{,}30103 = 0{,}60206$

Analog erhält man:

$log_{10} 8 = log_{10} (2^3) = 3 \cdot log_{10} 2$ oder:
$log_{10} 8 = 3 \cdot 0{,}30103 = 0{,}90309$

Die übrigen gesuchten Logarithmen, nämlich:

$log_{10} 16$, $log_{10} 32$, $log_{10} 64$ sind auf analoge Weise zu berechnen.

Aufgabe 14. Man soll die Ausdrücke angeben, deren Logarithmen bezw. sind:

1). $3 \cdot log_m(a+b)$ . . . .

2). $(m+n) log(x+y)$ . . . .

3). $-3 \cdot log_{10}13$ . . . .

4). $m log a - n log b$ . . . .

Bei den Beispielen 2 und 4 beachte man die Erkl. 12.

Auflösungen. Nach dem Zusatze 1 des Lehrsatzes 5, erhält man:

1). $3 \cdot log_m(a+b) = log_m(a+b)^3$

2). $(m+n) log(x+y) = log(x+y)^{m+n}$

3). $-3 log_{10}13 = log_{10}13^{-3}$

4). $m log a - n log b = log a^m - log b^n$

und hierfür kann man nach dem Zusatze 1 des Lehrsatzes 4, schreiben:

$$log \frac{a^m}{b^n}$$

Lehrsatz 6. Der Logarithmus einer Wurzel ist gleich dem Logarithmus des Radikanden (zu derselben Basis) **dividiert durch den Wurzelexponenten.**

Diesen Lehrsatz kann man auch, analog den entsprechenden Lehrsätzen in der Potenzierung und Radizierung und mit Rücksicht der Erkl. 12, wie folgt ausdrücken:

Eine Wurzel wird logarithmiert, indem man den Logarithmus des Radikanden durch den Wurzelexponenten dividiert.

Vorauss. Die Basis d. gedachten Logarithmensystems sei $= m$,

die Wurzel $= \sqrt[a]{b}$

Behaupt. $log_m \sqrt[a]{b} = \frac{1}{a} \cdot log_m b$

Beweis. Bedeutet x eine unbekannte Zahl, so kann man setzen:

1). . . . . . $b = m^x$ d. h. in anderer Form:

a). . . . . . $x = log_m b$

Zieht man aus vorstehender Gleichung 1). die a^{te} Wurzel, so geht dieselbe über, in:

$$\sqrt[a]{b} = \sqrt[a]{m^x} \quad \text{oder:}$$

2). . . . . $\sqrt[a]{b} = m^{\frac{x}{a}}$ 5). Seite 2

und diese Gleichung kann man nach Antwort der Frage 3 in der Form schreiben:

3). . . . . $\frac{x}{a} = log_m \sqrt[a]{b}$

Substituiert man in diese Gleichung den Wert für x aus obiger Gleich. a)., so erhält man:

$$\frac{log_m b}{a} = log_m \sqrt[a]{b} \quad \text{oder:}$$

$$log_m \sqrt[a]{b} = \frac{1}{a} \cdot log_m b$$

was zu beweisen war.

Zusatz 1. Durch Umkehrung des vorstehenden Lehrsatzes 6 erhält man den Satz:

Ein Bruch (Quotient), dessen Zähler aus einem Logarithmus besteht und dessen Nenner eine Zahl ist, ist gleich dem Logarithmus einer Wurzel (zu derselben Basis), deren Radikand gleich dem Numerus jenes Logarithmus und deren Wurzelexponent gleich der Zahl ist.

z. B.: $\frac{1}{a}\cdot \log_m b$ oder: $\frac{\log_m b}{a} = \log_m \sqrt[a]{b}$

Aufgabe 15. Man soll die in folgenden Beispielen angedeuteten Logarithmierungen ausführen:

1). $\log_m \sqrt[c]{a+b} = ?$

2). $\log \sqrt[m]{(a+b)^3} = ?$

3). $\log \sqrt[a+b]{m^3 b^5} = ?$

4). $\log \frac{a^m}{\sqrt[5]{a+b}} = ?$

5). $\log \frac{a\sqrt[n]{c^m}}{b\sqrt{d}} = ?$

6). $\log \sqrt[3]{a^m b^{-n} c^{\frac{p}{q}}} = ?$

Bei den Beispielen 2 bis 6 beachte man die Erkl. 12.

Auflösungen.

1). $\log_m \sqrt[c]{a+b} = \frac{1}{c}\cdot \log_m (a+b)$ (nach d. Lehrs. 6)

2). $\log \sqrt[m]{(a+b)^3} = \frac{1}{m}\cdot \log (a+b)^3$ („ „ „ 6)

$= \frac{1}{m}\cdot 3\cdot \log(a+b)$ („ „ „ 5)

$= \frac{3}{m}\log(a+b)$

3). $\log \sqrt[a+b]{m^3 b^5} = \frac{1}{a+b}\log(m^3 b^5)$ (nach d. Lehrs. 6)

$= \frac{1}{a+b}(\log m^3 + \log b^5)$ („ „ 3)

$= \frac{1}{a+b}(3\cdot \log m + 5 \log b)$ („ „ 5)

4). $\log \frac{a^m}{\sqrt[5]{a+b}} = \log a^m - \log \sqrt[5]{a+b}$ (n. d. Lehrs. 4)

$= m \log a - \frac{1}{5}\log(a+b)$

(nach d. Lehrs. 5 u. 6)

5). $\log \frac{a\sqrt[n]{c^m}}{b\sqrt{d}} = \log(a\sqrt[n]{c^m}) - \log(b\sqrt{d})$

(nach d. Lehrs. 4)

$= \log a + \log \sqrt[n]{c^m} - (\log b + \log \sqrt{d})$ („ „ 3)

$= \log a + \frac{1}{n}\log c^m - (\log b + \frac{1}{2}\log d)$ („ „ 6)

$= \log a + \frac{m}{n}\cdot \log c - (\log b + \frac{1}{2}\log d)$ („ „ 5)

$= \log a + \frac{m}{n}\cdot \log c - \log b - \frac{1}{2}\log d$

6). $\log \sqrt[3]{a^m b^{-n} c^{\frac{p}{q}}} = \frac{1}{3}\log\left(a^m b^{-n} c^{\frac{p}{q}}\right)$

$= \frac{1}{3}\left(\log a^m + \log b^{-n} + \log c^{\frac{p}{q}}\right)$

$= \frac{1}{3}\left(m \log a - n \log b + \frac{p}{q}\log c\right)$

Aufgabe 16. Man soll die Logarithmen der Ausdrücke:

$$\sqrt[10]{10},\ \sqrt[25]{100},\ \sqrt[7]{1000}$$

zur Basis 10 berechnen.

Auflösung.

Soll man den Logarithmus des Ausdrucks $\sqrt[10]{10}$ berechnen, so beachte man, dass:

$$log_{10}\sqrt[10]{10} = \frac{1}{10} log_{10} 10 \text{ und}$$

$log_{10} 10 = 1$ ist (vergl. den Lehrs. 2, Seite 13).

Hiernach erhält man:

$$log_{10}\sqrt[10]{10} = \frac{1}{10}\cdot 1 = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

Soll man ferner:

$log_{10}\sqrt[25]{100}$ berechnen, so beachte man, dass:

$$log_{10}\sqrt[25]{100} = \frac{1}{25} log_{10} 100 = \frac{1}{25} log_{10} 10^2 \text{ oder:}$$

$$log_{10}\sqrt[25]{100} = \frac{1}{25}\cdot 2\cdot log_{10} 10 \text{ und dass}$$

$log_{10} 10 = 1$ ist (vergl. den Lehrsatz 2).

Hiernach erhält man:

$$log_{10}\sqrt[25]{100} = \frac{1}{25}\cdot 2\cdot 1 = \frac{2}{25} = \frac{2\,.\,4}{25\,.\,4} \text{ oder:}$$

$$log_{10}\sqrt[25]{100} = \frac{8}{100} = 0{,}08$$

Der dritte gegebene Ausdruck ist auf analoge Weise zu berechnen.

Aufgabe 17. Man soll die Ausdrücke angeben, deren Logarithmen bezw. sind:

1). $\frac{1}{m}\cdot log_c(a-b) = ?$

2). $\frac{1}{m}(log\, a + log\, b) = ?$

3). $m\,.\,log\, a + \frac{1}{2} log\,(b+p) = ?$

4). $\frac{1}{x} log\, a - \frac{1}{y}(log\, a + log\, b) = ?$

Bei den Beispielen 2 bis 4 beachte man die Erkl. 12.

Auflösungen. Nach dem Zusatze 1 des Lehrsatzes 6 erhält man:

1). $\frac{1}{m}\,.\,log_c(a-b) = log_c\sqrt[m]{a-b}$ Ferner wird:

2). $\frac{1}{m}(log\, a + log\, b) = \frac{1}{m}\cdot log(ab)$ (nach d. Zus. 1 des Lehrs. 3)

$$= log\sqrt[m]{ab}$$

3). $m\, log\, a + \frac{1}{2} log(b+p) = log\, a^m + log\sqrt[2]{b+p}$

$$= log\,(a^m\,.\,\sqrt[2]{b+p})$$

4.) $\frac{1}{x} log\, a - \frac{1}{y}(log\, a + log\, b) = log\sqrt[x]{a} - \frac{1}{y}\cdot$

$$log\,(ab) = log\sqrt[x]{a} - log\sqrt[y]{ab} =$$

$$log\frac{\sqrt[x]{a}}{\sqrt[y]{ab}}$$ (nach dem Zusatz 1 des Lehrsatzes 4)

Anmerkung 4. Wie bereits aus den in den Aufgaben 6, 9, 12 und 15 angeführten und daselbst gelösten Uebungsbeispielen ersichtlich, kann man durch wiederholte Anwendung der aufgestellten Lehrsätze jeden, auch noch so komplizierten Ausdruck in die Logarithmen seiner Bestandteile zerlegen. Da nun jeder nummerische Ausdruck, welcher mittelst Logarithmen berechnet werden soll, vorerst in die Logarithmen seiner Bestandteile zerlegt werden muss (man vergl. den Abschnitt, welcher über logarithmische Berechnung von Zahlenausdrücken handelt), hierbei kein Fehler unterlaufen darf, mithin hierzu ein gewisser Grad von mechanischer Fertigkeit erforderlich ist, so sind zur Erreichung dessen im nachstehenden eine grosse Anzahl algebraischer Ausdrücke vorgeführt, welche nach den aufgestellten Lehrsätzen logarithmiert, bezw. in die Logarithmen ihrer Bestandteile zerlegt werden sollen.

Die Basis des der jeweiligen Logarithmierung zu Grunde liegenden und gedachten Logarithmensystems ist nach der Erkl. 12 wegzulassen und die nach der Logarithmierung erhaltenen Ausdrücke sind, soweit dies möglich ist, auf ihre einfachste Form zu bringen.

Logarithmierung algebraischer Ausdrücke.

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Andeutungen:
1). $\log(mn) =$	$\log m + \log n$	nach Lehrsatz 3.
2). $\log[(p+q)(r+s)] =$	$\log(p+q) + \log(r+s)$	
3). $\log(100 \,.\, abcd) =$	?	
4). $\log[3ax(x+y)] =$	?	
5). $\log[(m+n)(m-n)] =$	?	
6). $\log(a^2 - b^2) =$	?	in dieser gegebenen Form ist die angedeutete Logarithmierung unmöglich, man kann jedoch $(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$ setzen und alsdann die Logarithmierung ausführen.
7). $\log\frac{a+b}{c} =$	$\log(a+b) - \log c$	nach Lehrsatz 4.
8). $\log\frac{a}{b-c} =$	?	
9). $\log\frac{ab}{cdf} = \log(ab) - \log(cdf) = \log a + \log b - (\log c + \log d + \log f)$	$= \log a + \log b - \log c - \log d - \log f$	zuerst nach Lehrsatz 4 und dann nach Lehrsatz 3.
10). $\log\frac{5mn}{8pq} =$	?	
11). $\log\frac{abc}{df} =$	?	
12). $\log\frac{abc}{dfgh} =$	?	
13). $\log\frac{ab}{c(x+y)} =$	?	
14). $\log\frac{abc}{d(f+g)} =$	?	

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Andeutungen:
15). $\log \frac{(a+b)x}{(c-d)y} = \dots\dots\dots$	?	
16). $\log[(abc):(de)] = \log(abc) - \log(de) =$	?	
17). $\log[(a+b):(c-d)] = \dots\dots$	?	
18). $\log \frac{1}{m} = \log 1 - \log m = \dots\dots$	$-\log m$	man beachte den Lehrsatz 1 oder den Zusatz 2, Seite 16.
19). $\log \frac{1}{ab} = \dots\dots\dots$	?	
20). $\log \frac{abc}{dfg} + \log \frac{ab}{df} - \log \frac{ac}{fg} - \log \frac{cd}{gh} =$ $\log a + \log b + \log c - \log d - \log f - \log g + \log a + \log b - \log d - \log f - (\log a + \log c - \log f - \log g) - (\log c + \log d - \log g - \log h) = \log a + 2\log b - \log c - 3\log d - \log f + \log g + \log h$		
21). $\log \frac{mn}{op} + \log \frac{op}{mn} - \log \frac{xy}{uv} - \log \frac{uv}{xy} =$	?	
22). $\frac{\log ab}{\log cd} + \frac{\log fg}{\log ab} = \frac{\log a + \log b}{\log c + \log d} + \frac{\log f + \log g}{\log a + \log b}$	. . .	man beachte das Beispiel 5 in Aufgabe 9.
23). $\frac{\log ab}{\log cd} + \frac{\log fg}{\log cd} = \dots\dots\dots$	?	beide Quotienten haben gleichen Nenner, derselbe kann somit zunächst als gemeinschaftlicher Nenner geschrieben werden, alsdann verfahre nach vorhergegangenem Beispiele.
24). $\frac{\log ab}{\log fg} + \frac{\log cd}{\log fg} - \frac{\log abc}{\log fg} - \frac{\log bcd}{\log fg} =$	?	analog dem vorhergehenden Beispiele.
25). $\log a^{-m} = \dots\dots\dots$	$-m . \log a$ . . .	nach dem Lehrsatz 5.
26). $\log(ab)^3 = 3 . \log(ab) = \dots$	$3[\log a + \log b]$ . .	zuerst nach dem Lehrs. 5, dann nach dem Lehrs. 8.
27). $\log(a+b)^{x+y} = \dots\dots$	$(x+y) . \log(a+b)$	
28). $\log(ab)^n = \dots\dots\dots$	?	
29). $\log(abc)^x = \dots\dots\dots$	?	
30). $\log(a+b)^m = \dots\dots\dots$	?	
31). $\log(abc)^{x+y} = \dots\dots\dots$	?	
32). $\log(a^m b^{-n} c^p) =$	$\log a^m + \log b^{-n} + \log c^p$ . . .	nach Lehrsatz 3.
$=$	$m \log a - n \log b + p \log c$ . . .	nach Lehrsatz 5.
33). $\log(a^m b) = \dots\dots\dots$	?	
34). $\log(a^m b^n) = \dots\dots\dots$	?	
35). $\log(ab^n c) = \dots\dots\dots$	?	
36). $\log(a^{-2} b^n c^p) = \dots\dots\dots$	?	
37). $\log 31x(7x-8)^3 = \dots\dots\dots$	?	
38). $\log 8a^2 b(6c-d)^2 = \dots\dots\dots$	?	

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Andeutungen:**

39). $\log [(a^x b)^z m^p r]^u = u \,.\, \log [(a^x b)^z m^p r]$ . . . . nach Lehrsatz 5.
$= u \,.\, [\log (a^x b)^z + \log m^p + \log r]$ . . . „ „ 3.
$= u\,[z \,.\, \log (a^x b) + p \log m + \log r]$ . . „ „ 5.
$= u\,[z \,.\, (\log a^x + \log b) + p \log m + \log r]$ „ „ 3.
$= u\,[z\,(x \log a + \log b) + p \log m + \log r]$ „ „ 5.

40). $(\log a^2 b^{-7} c^{-8})^{-9} =$ . . . . ?

41). $\log \dfrac{(p+q)^x}{(r+s)^{y-x}} = \log (p+q)^x - \log (r+s)^{y-x}$ . . . nach Lehrsatz 4.
$= x \,.\, \log (p+q) - (y-x) \,.\, \log (r+s)$. „ „ 5.

42). $\log \dfrac{a^x}{b^y} =$ . . . . ?

43). $\log \left(\dfrac{a-b}{x-y}\right)^3 =$ . . . . ?

44.) $\log \dfrac{a^{-x+z} b^z}{c^{-u} d^{-m-n}} = \log (a^{-x+y} b^z) - \log (c^{-u} d^{-m-n})$
$= \log a^{-x+y} + \log b^z - (\log c^{-u} + \log d^{-m-n})$
$= (-x+y) \,.\, \log a + z \log b - (-u \log c + (-m-n) \log d)$
$= (y-x) \,.\, \log a + z \log b + u \log c + (m+n) \log d$

45). $\log \dfrac{a^n b^m}{c} =$ . . . . ? . . . man verfahre erst nach Lehrs. 4, dann nach Lehrs. 3 und schliesslich nach Lehrs. 5.

46). $\log \dfrac{a^m b^n}{c^p} =$ . . . . ?

47). $\log \dfrac{a^2 b}{c^3} =$ . . . . ?

48). $\log \dfrac{a^n b^{-m}}{c^p d^q} =$ . . . . ?

49). $\log \dfrac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2} =$ . . . . ? . . . man beachte, dass der *log* einer Summe nicht in die *log* der einzelnen Summanden zerlegt werden kann.

50). $\log \dfrac{(a+b)^m c^{-n}}{d^p c^{-q}} =$ . . . . ?

51). $\log \dfrac{(a^3 + b^2)^2}{c^2 (d^2 - g)^3} =$ . . . . ?

52). $\log \dfrac{(abc)^m}{d^4 f^5} =$ . . . . ?

53). $\log \dfrac{a^2 (b+c)^5 d^4}{f^4 (g+h)^3} =$ . . . . ?

54). $\log \dfrac{a\,(g+h)^{-2} d^{-5}}{(b+c)^6 f^3} =$ . . . . . . ?

55). $\log \left(\dfrac{7a^{-3} b^{-8} 3c^{-7}}{8a^{-2} 9c^{-12} 15^{-13}}\right)^{-8} =$ . . . . . ? . . . man verfahre nach Lehrs. 5, 4, 3 und abermals nach 5, vergesse dabei nicht, dass die Zahlen 7, 3, 8 und 9 ebenfalls Faktoren sind.

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Andeutungen:**

56). $\log \dfrac{1}{m^{-x} n^{-y}} = \log 1 - \log (m^{-x} n^{-y}) = \log 1 - (\log m^{-x} + \log n^{-y})$

$= 0 - (-x \log m - y \log n)$ . . . . . man beachte den Lehrsatz 1 oder den Zusatz 2, Seite 16.

$= x \log m + y \log n$

57). $\log \dfrac{1}{(a + b^2)^n} =$ . . . . ?

58). $\log \dfrac{1}{m^{-3} (a - b)^7} =$ . . . . ?

59). $\log \dfrac{1}{(a - b)^{x-y} : (c - d)^m} =$ . . . . ?

60). $\log \dfrac{1}{\dfrac{(a + b)^{\frac{m}{n}} . (a . b)^{m-n}}{(a - b)^{m . n} (a : b)^{m+n}}} =$ . . . . ? . . . . man beachte, dass $\dfrac{1}{\frac{x}{y}} = \dfrac{y}{x}$ gesetzt werden kann.

61). $\dfrac{\log a^4}{\log b^4} = \dfrac{4 . \log a}{4 . \log b} =$ . . . . $\dfrac{\log a}{\log b}$ . . . man beachte das Beispiel 5 in Aufgabe 9.

62). $\dfrac{\log (a^3 b^4)}{\log (m^4 n^3)} =$ . . . . ?

63). $\log \sqrt{a b} = \dfrac{1}{2} \log (a b) =$ . . . . $\dfrac{1}{2} (\log a + \log b)$ nach den Lehrsätzen 6 und 3.

64). $\log \sqrt[n]{x y} =$ . . . . ?

65). $\log \sqrt[m]{a^3 b^4 c^{-5}}$ . . . . ?

66). $\log \sqrt[3]{a^4 b^{-3} c^5} =$ . . . . ?

67). $\log \sqrt{\dfrac{m n}{p}} = \dfrac{1}{2} \log \left(\dfrac{m n}{p}\right) = \dfrac{1}{2} (\log (m n) - \log p)$

$= \dfrac{1}{2} (\log m + \log n - \log p)$ . . . . . . nach den Lehrsätzen 6, 4 und 3.

68). $\log \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} =$ . . . . ?

69). $\log \sqrt[5]{\dfrac{x + y}{x - y}} =$ . . . . ?

70). $\log \sqrt{\dfrac{a x}{x - y}} =$ . . . . ?

71). $\log \sqrt[3]{\dfrac{a^2 b}{c^2}} = \dfrac{1}{3} \log \left(\dfrac{a^2 b}{c^2}\right) = \dfrac{1}{3} (\log (a^2 b) - \log c^2) = \dfrac{1}{3} (\log a^2 + \log b - \log c^2)$

$= \dfrac{1}{3} (2 . \log a + \log b - 2 \log c)$ . . . . . nach den Lehrsätzen 6, 4, 3 u. 5.

72). $\log \sqrt[m]{a^2} =$ . . . . ?

Uebungsbeispiele: — **Resultate:** — **Andeutungen:**

73). $\log\sqrt[m]{a b^n} = \ldots\ldots\ldots$?

74). $\log\sqrt[3]{a^m b^n c^p} = \ldots\ldots\ldots$?

75). $\log\sqrt[5]{\frac{a r s^4}{7 m^3}} = \ldots\ldots\ldots$?

76). $\log\sqrt[x]{\frac{a^y}{b^z}} = \ldots\ldots\ldots$?

77). $\log\sqrt[3]{\frac{a^3 b^4 c^5}{d f^6}} = \ldots\ldots\ldots$?

78). $\log\sqrt[4]{\frac{a^3 b^4}{c^5}} - \log\sqrt[4]{\frac{c^6 d^5}{a b^5}} = \ldots$? . . . . man verfahre analog wie in dem Beispiele 20.

79). $\log\frac{a}{b}\sqrt[5]{\frac{c x^3}{d^2}} = \log\frac{a}{b} + \frac{1}{5}\log\frac{c x^3}{d^2} = \log a - \log b + \frac{1}{5}(\log c x^3 - \log d^2)$

$= \log a - \log b + \frac{1}{5}(\log c + 3\log x - 2\log d)$

80). $\log a\sqrt[3]{b} = \ldots\ldots\ldots$?

81). $\log 5 a^2 b\sqrt[3]{c} = \ldots\ldots\ldots$?

82). $\log a^m b^n\sqrt[p]{c^9 d^3} = \ldots\ldots\ldots$?

83). $\log (a+b)^2\sqrt{c-d} = \ldots\ldots\ldots$?

84). $\log 7x\sqrt[4]{a b^3} = \ldots\ldots\ldots$?

85). $\log 5x\sqrt[4]{a(8y-z)} = \ldots\ldots\ldots$?

86). $\log (a^n + b)\sqrt{\frac{c p}{q}} = \ldots\ldots\ldots$?

87). $\log a^m\sqrt[n]{\frac{b^p}{c^q}} = \ldots\ldots\ldots$?

88). $\log\frac{a^m}{b^n}\cdot\sqrt[p]{\frac{c d^2}{f^3}} = \ldots\ldots\ldots$?

89). $\log\frac{(a-b)^m}{c^n}\sqrt[3]{d-f} = \ldots\ldots\ldots$?

90). $\log 9 x y^3\sqrt{(a^3+b^2)c} = \ldots\ldots\ldots$?

91). $\log\frac{a^2\sqrt[3]{x}}{5 c y^5} = \ldots\ldots\ldots$?

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Andeutungen:**

92). $\log \frac{ab^3}{c\sqrt{d^5}} = \log (ab^3) - \log (c\sqrt{d^5}) = \log a + \log b^3 - [\log c + \log\sqrt{d^5}]$

$= \log a + 3 \log b - (\log c + \frac{1}{2} \cdot \log d^5) = \log a + 3 \log b - \log c - \frac{5}{2} \log d$

93). $\log \frac{4a(x-y)^4}{5\sqrt[3]{(ax-y)^2}} = \ldots\ldots\ldots$?

94). $\log \frac{a-b}{c-d} \sqrt[3]{\frac{cx-d}{ax-b}} = \ldots\ldots\ldots$?

95). $\log \frac{(a+b)^n c^m}{(c+d)\sqrt[4]{d^3}} = \ldots\ldots\ldots$?

96). $\log \frac{a\sqrt[5]{x^3}}{b\sqrt{y}} = \log (a\sqrt[5]{x^3}) - \log (b\sqrt{y}) = \log a + \log\sqrt[5]{x^3} - (\log b + \log\sqrt{y})$

$= \log a + \frac{1}{5} \log x^3 - (\log b + \frac{1}{2} \log y) = \log a + \frac{3}{5} \log x - \log b - \frac{1}{2} \log y$

97). $\log \frac{(a-b)^m \sqrt[n]{c^p}}{(g+h)^q \sqrt[3]{d^2}} = \ldots\ldots\ldots$?

98). $\log \frac{a^3\sqrt[5]{b^2}}{\sqrt[3]{cx^2}} = \ldots\ldots\ldots$?

99). $\log \frac{a^5\sqrt[7]{b^4}}{c^2\sqrt[4]{d^3}} = \ldots\ldots\ldots$?

100). $\log \frac{\sqrt[x]{a}}{\sqrt[y]{ab}} = \ldots\ldots\ldots$?

101). $\log \frac{\sqrt[a]{b}}{\sqrt[3]{c+d}} = \ldots\ldots\ldots$?

102). $\log \frac{a^3b^4\sqrt[5]{ab^3}}{\sqrt[6]{a^3b^2}} = \ldots\ldots\ldots$?

103). $\log \frac{a^3\sqrt{c(ax-b)}}{(x+3)\sqrt[3]{cx-d}} = \ldots\ldots\ldots$?

104). $\log \frac{1}{a\sqrt[5]{c-x}} = -\log (a\sqrt[5]{c-x})$ . . . . man beachte den Zusatz 2, Seite 16.

$= -(\log a + \log\sqrt[5]{c-x}) = -(\log a + \frac{1}{5}\log(c-x)) = -\log a - \frac{1}{5}\log(c-x)$

Uebungsbeispiele:	**Resultate:**	**Andeutungen:**
105). $\log \frac{1}{a\sqrt[4]{a^3 b}} = \ldots\ldots\ldots$	?	
106). $\log \frac{1}{(a+b)^2 \sqrt[3]{c^2+d^2}} = \ldots\ldots$	?	
107). $\log \frac{1}{(a+b)^2 \sqrt[3]{c^2-d^2}} = \ldots\ldots$	?	. . . . man zerlege (c^2-d^2), in: $(c+d)(c-d)$.
108). $\log \sqrt{3+\sqrt{2}} = \ldots\ldots$	$\frac{1}{2} \log (3+\sqrt{2})$	. . dies kann man nicht weiter zerlegen, da in der Klammer eine Summe steht.
109). $\log \sqrt[3]{b+\sqrt[5]{b}} = \ldots\ldots\ldots$	?	
110). $\log \frac{a+\sqrt[3]{b}}{c-\sqrt[3]{d}} = \ldots\ldots\ldots$	?	
111). $\log \frac{1}{\sqrt[n]{a+b}} = \ldots\ldots\ldots$	?	. . . . man beachte den Zusatz 2, S. 16.

112). $\log a^3 \sqrt[5]{b^2 \sqrt[3]{c^2 \sqrt[4]{d^5}}} = \log a^3 + \log \sqrt[5]{b^2 \sqrt[3]{c^2 \sqrt[4]{d^5}}}$

$$= 3 \log a + \frac{1}{5} \log \left(b^2 \sqrt[3]{c^2 \sqrt[4]{d^5}}\right) = 3 \log a + \frac{1}{5} \left(\log b^2 + \log \sqrt[3]{c^2 \sqrt[4]{d^5}}\right)$$

$$= 3 \log a + \frac{1}{5} \left(2 \log b + \frac{1}{3} \log (c^2 \sqrt[4]{d^5})\right) = 3 \log a + \frac{1}{5} \left(2 \log b + \frac{1}{3} \left(2 \log c + \frac{5}{4} \log d\right)\right)$$

113). $\log \sqrt[m]{a \sqrt[n]{b}} = \ldots\ldots\ldots$	?	
114). $\log \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a}}} = \ldots\ldots$	?	
115). $\log \sqrt{a^5 \sqrt[4]{b^3}} = \ldots\ldots\ldots$	?	
116). $\log \sqrt[x]{a \sqrt[x]{b \sqrt[x]{c}}} = \ldots\ldots$	?	
117). $\log 2 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2}}}} = \ldots\ldots$	?	
118). $\log a^3 \sqrt{7a \sqrt{6 \sqrt{3a}}} = \ldots\ldots$	?	

Uebungsbeispiele:	**Resultate:**	**Andeutungen:**
119). $log \dfrac{1}{\sqrt[3]{a^7 \sqrt[4]{6a\sqrt[3]{5}}}} = \ldots\ldots$	?	. . . **man** beachte den Zusatz 2, S. 16.
120). $log \dfrac{a^5 b^6}{\sqrt[3]{a^7 \sqrt{b^9 c^3}}} = 5\,log\,a + 6\,log\,b - \dfrac{1}{3}\left(7\,log\,a + \dfrac{1}{2}(9\,log\,b + 3\,log\,c)\right)$		
121). $log\, 3(a-x)\sqrt{\dfrac{1}{a^2-x^2}} = \ldots$	?	. . . für (a^2-x^2), setze man: $(a+x)(a-x)$.
122). $log \sqrt{(c^2-d^2)^{-3} \cdot (c-d)^{-\frac{2}{5}} : (c^3 : d^5)^4} = ?$		
123). $log \sqrt[3]{\dfrac{a^{-4}\sqrt{6a\sqrt[7]{4a^{-3}}}}{7\sqrt{6a^{-7}} \cdot 8b^{-3}}} =$	?	
124). $log \sqrt[3]{\dfrac{a^3 b^7 \sqrt{11m}}{\sqrt[5]{a^4} \cdot \sqrt[6]{13a}}} = \ldots\ldots$	?	
125). $log \left(a^2 \sqrt[3]{\dfrac{a^5\sqrt{b}}{b^2 \sqrt[5]{a^4}}}\right)^2 = \ldots$	?	
126). $log \left(\dfrac{\sqrt[3]{a^5 b^2}}{\sqrt[4]{a^2 b^3}} \cdot \dfrac{\sqrt[5]{a^3 b^4}}{\sqrt[2]{ab}}\right) = \ldots$	?	
127). $log \dfrac{\sqrt[x]{a+b} : \sqrt[x]{ab}}{\sqrt[x+n]{a-b} \cdot \sqrt[x \cdot n]{a:b}} = \ldots\ldots$	?	
128). $log \sqrt[n]{\dfrac{\frac{a}{b} \cdot \frac{c^3}{d}\sqrt{24c}}{\frac{f}{g}\sqrt[3]{9a-5} \cdot h^{-3}}} = \ldots$	?	
129). $log \sqrt[7]{\left(\dfrac{a^{-2} b^{-7}\, 8c^{-13}\sqrt{2a}}{4c^{-11} c^{-13} d^{-7} \sqrt[5]{7a}}\right)^{-8}} =$		

130). $log \dfrac{a(bx-c)^{\frac{1}{2}}}{(mx-n)^{-\frac{2}{3}}} = log\,a + \dfrac{1}{2}\,log(bx-c) - \left(-\dfrac{2}{3}\,log(mx-n)\right)$

$= log\,a + \dfrac{1}{2}\,log(bx-c) + \dfrac{2}{3}\,log(mx-n)$

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Andeutungen:
131). $\log a^{\frac{3}{4}} b^{\frac{1}{2}} c^{\frac{3}{15}} = \ldots\ldots\ldots$	?	
132). $\log \dfrac{a^{\frac{m}{n}} c}{b^{\frac{p}{q}}} = \ldots\ldots\ldots$	?	
133). $\log \dfrac{x^{\frac{a}{b}} y^{\frac{c}{d}}}{z^{\frac{t}{q}}} = \ldots\ldots\ldots$	?	
134). $\log \left(\dfrac{ax-b}{x\sqrt{x-z}}\right)^{-\frac{2}{3}} = \ldots\ldots$	?	
135). $\log\log a^{2x} = \log(2x\log a) = \log 2x + \log\log a \ldots$ $= \log 2 + \log x + \log\log a$		man führe erst die Logarithmierung mit $\log a^{2x}$ nach dem Lehrsatz 5 aus, alsdann logarithmiere man nach dem Lehrsatz 3 den soweit erhaltenen Ausdruck.
136). $\log\log n^n = \ldots\ldots\ldots$	?	
137). $\log\log a^{x+y} = \ldots\ldots\ldots$	?	
138). $\log\log \sqrt[5]{a^{3x}} = \ldots\ldots\ldots$	?	
139). $\log\log \sqrt[m]{\dfrac{a^2 b^3}{c^5}} = \ldots\ldots\ldots$	?	

Antilogarithmierung logarithmisch-algebraischer Ausdrücke.

Man soll die algebraischen Ausdrücke aufsuchen, welche logarithmiert die in nachstehenden Uebungsbeispielen angeführten Werte ergeben:

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Andeutungen:
1). $\log a + \log b + \log c = \ldots\ldots$	$\log(abc) \ldots$	man beachte den Zusatz 1, S. 14.
2). $\log a - \log b = \ldots\ldots\ldots$	$\log\left(\frac{a}{b}\right) \ldots$	„ „ „ „ 1, „ 16.
3). $3 . \log a = \ldots\ldots\ldots$	$\log a^3 \ldots$	„ „ „ „ 1, „ 18.
4). $\frac{1}{4} \cdot \log a = \frac{\log a}{4} = \ldots\ldots$	$\log \sqrt[4]{a} \ldots$	„ „ „ „ 1, „ 20.

5). $\log a - \log b + \log c - \log d = \log \frac{a}{b} + \log \frac{c}{d} = \log \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \log\left(\frac{ac}{bd}\right)$

6). $\log a + \log b - \log c - \log d = \ldots$?

7). $\log a - \log b - \log c - \log d - \log f =$?

8). $\log a - \log b + \log c - \log d + \log f =$?

9). $\log a - (\log b + \log c) + \log d = \ldots$?

10). $3 . \log a + 4 \log b = \log a^3 + \log b^4 = \log(a^3 . b^4)$

11). $4 \log a - 5 \log b + 7 \log c - 8 \log d = \log a^4 - \log b^5 + \log c^7 - \log d^8 = \log \frac{a^4 c^7}{b^5 d^8}$

12). $4 \log a + 3 \log b + 5 \log c + 6 \log d =$?

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Andeutungen:**

13). $-2\log a + 4\log b - 3\log c - 4\log d =$? . . . man denke sich das 2. Glied als erstes Glied der Summe.

14). $3\log a + 2\log b - 4\log c = \ldots$?

15). $n\log(a+b) + \log c - m\log(a-b) =$?

16). $3\log(a+b) + 5\log a - 2\log b + 7\log(b+c) =$?

17). $-2\log a - 3\log b + 5\log c = \ldots$?

18). $\frac{2}{3}\log a - \frac{4}{5}\log b = \frac{1}{3}\log a^2 - \frac{1}{5}\log b^4 = \log\sqrt[3]{a^2} - \log\sqrt[5]{b^4} = \log\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[5]{b^4}}$

19). $\frac{5}{7}\log a = \ldots$?

20). $\frac{\log a}{3} + \frac{\log b}{2} - \frac{\log c}{5} = \ldots$?

21). $\frac{1}{2}\log x - \frac{1}{3}\log y + \frac{1}{4}\log z = \ldots$?

22). $2\log a - \frac{1}{2}\log b + \frac{1}{3}\log x - 3\log y =$?

23). $7\log(a-b) - \frac{2}{3}\log(a-b) + \frac{1}{7}\log x - 4\log y =$?

24). $\frac{m}{n}\log(a+b) + \frac{m}{n}\log(a-b) = \ldots$?

25). $\frac{a}{b}\log c - \left(\frac{a}{c}\log b + \frac{b}{c}\log a\right) = \ldots$?

26). $\frac{3\log a}{4} - \frac{5\log b}{2} - \frac{7\log c}{6} + \frac{2\log d}{9} =$?

27). $\frac{5\log a}{2} + \frac{7\log b}{9} - \frac{2\log(c-d)}{5} - \frac{5\log(a+b)}{3} - \log c =$?

28). $\frac{4}{5}\log a - \frac{2}{7}\log b + \frac{1}{3}\log c - \frac{3}{4}\log(a+b) =$?

29). $m\log a - \frac{n\log b}{2} = \ldots$?

30). $\frac{1}{2}\log(2a+3b) - \frac{2}{3}\log c = \ldots$?

31). $\frac{m}{n}(\log(a-b) - \log(a+b)) = \ldots$?

32). $\frac{2}{3}\log(ax-b) - \frac{5}{4}\log(cx-d) + \frac{3}{5}\log(mx-n) =$?

33). $\frac{1}{3}\log(a^2+b^2) - \frac{1}{2}[\log(a+b) + \log(a-b)] =$?

34). $\frac{a}{b}\log c - \left(\frac{a}{c}\log b + \frac{b}{c}\log a\right) = \ldots$?

35). $(a+b)(a-b)(\log(a+b) + \log(a-b)) =$?

36). $\frac{a+b}{a-b}(\log(a+b) - \log(a-b)) = \ldots$?

37). $-\log a - \log b = \ldots$ $\log\frac{1}{ab}$ . . . man beachte den Zusatz 2, S. 16, bezw. dessen Umkehrung.

38). $-3\log a - 5\log b = \ldots$?

39). $-5\log(a+b) - 7\log(b+c) = \ldots$?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen**, das **beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes
Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 27.)
„ 61. **Statik.** (Forts. von Heft 49.)
„ 62. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 56.)
„ 63. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 53.)
„ 64. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 57.)
„ 65. **Rotationskörper.** (Forts. von Heft 58.)
„ 66. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten, Textaufgaben.**
„ 67. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 59.)
„ 68. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 63.)
„ 69. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 62.)
„ 70. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 64.)
„ 71. **Rotationskörper.** (Forts. von Heft 65.)
„ 72. **Dynamik, oder die Lehre der Bewegung fester Körper.**
„ 73. **Gleichungen vom 1. Grade mit mehreren Unbekannten.**
„ 74. **Goniometrie.** (Fortsetzung von Heft 55.)
„ 75. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 60.)
„ 76. **Potenzen u. Wurzeln.** (Schluss.) (Forts. von Heft 69.)
„ 77. **Logarithmen.** (Schluss.) (Forts. von Heft 70.)
„ 78. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 68.)
„ 79. **Statik.** (Forts. von Heft 61.)
„ 80. **Die reinen und unreinen quadratischen Gleichungen.**

u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

52. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Logarithmen.
Fortsetzung v. Heft 46, Seite 33—48.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst,** der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken-** u. **Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 46. — Seite 33—48.

Inhalt:

Ueber die Logarithmensysteme: Das natürliche oder Nepper'sche und das gemeine oder Briggs'sche Logarithmensystem. — Ueber die Berechnung von Logarithmen, speziell der Briggs'schen Logarithmen, auf elementarem Wege (verschiedene Methoden).

Stuttgart 1882.

Verlag von Julius Maier.

Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte.
[Die] einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden w[ird].

—Das auf der Rückseite abgedruckte Inhalts-Verzeichnis der nächsten Hefte wird gefälligst

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Andeutungen:**

40). $\log a + \frac{1}{a}\left(\log a + \frac{1}{a}\left(\log a + \frac{1}{a}\left(\log a + \frac{1}{a}\log a\right)\right)\right) = ?$

41). $\frac{2 . \log a}{n} - p\left(\log b + \frac{1}{q}\left(r \log c - \frac{t \log d}{3}\right)\right) = \ldots ?$

42). $5 \log a + \frac{7 \log b}{n} - \left(4 \log (a-b) + \frac{5 \log x - 3 \log y}{n}\right) = ?$

43). $\frac{1}{5}\left(\log (a+b) - \log (a-b) + \frac{1}{n}\left(\frac{r}{p} \log c - p \log d\right)\right) = ?$

44). $\log 2 + \log n + \log\log a = \log 2n + \log\log a = \log(2n . \log a) = \log(\log a^{2n})$

45). $\log z + \log\log 10 =$ . . . . ?

46). $n \log n + \log\log n = \log n^n + \log\log n = \log(n^n . \log n) = \log(\log n^{(n^n)}) = \log\log(n^n)^n$

47). $z \log 10 + \log\log 10 =$ . . . . ?

48). $\log 3 + \log x - \log 5 + \log\log a =$ . . . . ?

IV. Ueber die Logarithmensysteme.

Um die mit den Lehrsätzen 1—6 im vorigen Abschnitte aufgestellten Regeln, welche die hohe Bedeutung der Logarithmenrechnung kennzeichnen, auch **zur Berechnung von beliebigen Zahlenausdrücken verwenden zu können**, was ja der Hauptzweck der Logarithmen sein soll (man vergleiche die Beispiele 1 bis 4 auf Seite 1 und 2), ist vor allem erforderlich, dass man die Logarithmen **aller** Zahlen (von 1 ab bis zu einer gewissen Grenze) **für eine und dieselbe Basis** kennt, bezw. dass man ein sogenanntes **Logarithmensystem**, eine sogenannte **Logarithmentafel** (siehe Antw. der Frage 13, Seite 12) berechnet.

Ehe man zur Berechnung eines Logarithmensystems schreitet, muss die **Basis**, welche demselben zu Grunde gelegt werden soll, festgestellt werden.

Da nun nach der Erkl. 3, Seite 3, bei **der Wahl der Basis** eines Logarithmensystems, bezw. eines Potenzensystems, die Zahl **Null**, die Zahl **Eins** und alle **negativen Zahlen** bedingungslos ausgeschlossen bleiben müssen, und auch die

Erkl. 13. Sind einmal die Logarithmen für irgend eine gewählte Basis berechnet, so bleibt die Basis des somit aufgestellten Logarithmensystems bei der Anwendung dieses Systems ganz ausser Acht (siehe Erkl. 3 und die Beispiele 1 bis 4, Seite 1 und 2). Es ist somit ganz gleichgültig, welche positive Zahl man zur Basis eines Logarithmensystems macht.

Erkl. 14. In Betreff des Ursprungs dieser Reihe vergleiche man das Kapitel, welches über die **höheren Reihen** (Analysis), speziell den Abschnitt, welcher über die **Exponentialreihen** handelt.

Erkl. 15. Lord *John Napier* (auch *Neper* und *Nepper* genannt), Baron von Merchiston, wurde im Jahre 1550 zu Merchiston in Schottland geboren und starb daselbst 1617.

Sein Hauptwerk war:

Mirifici logarithmorum canonis descriptio, auctore et inventore Johann Nepero, Edinburgi a. 1614,

in welchem er die Logarithmen der *Sinus* und *Tangens* veröffentlichte.

Erkl. 16. Das *Neper*'sche Logarithmensystem heisst deshalb auch das **natürliche** Logarithmensystem und zwar im Gegensatz zu allen denkbaren anderen Logarithmensystemen, weil sich die Basis e (= 2,718218...) derselben am natürlichsten zur Berechnung von Logarithmen darbietet und sich ausserdem die Logarithmen dieses Systems direkt und ohne jede Begrenzung berechnen lassen (man vergl. das Kapitel, welches über die **höheren Reihen**, speziell die Abschnitte, welche über die **Exponential-** und die **logarithmische Reihe** handeln).

Erkl. 17. Das *Neper*'sche Logarithmensystem heisst deshalb auch **hyperbolisches** Logarithmensystem, weil die Quadratur der Hyperbel (siehe das Kapitel die **analytische Geometrie**) auf Logarithmen dieses Systems führt.

Erkl. 18. Die natürlichen Logarithmen sind unter anderem in den *Callet*'schen Tafeln: *Tables portatives de Logarithmes par Callet*, enthalten.

positiven ächten Brüche unberücksichtigt bleiben sollen, so kann man zur Basis eines Logarithmensystems **jede positive Zahl von 1 ab wählen** (siehe auch Antw. der Frage 14 und die Erkl. 13).

Von der unendlichen Anzahl von Logarithmensystemen, welche man hiernach aufstellen könnte, haben **nur zwei** in der Mathematik Eingang gefunden; es sind diejenigen, welche für den praktischen Gebrauch vollständig ausreichen und zugleich am zweckentsprechendsten sind, nämlich:

1). Das Neper'sche Logarithmensystem.

Diesem Logarithmensystem liegt die mit e bezeichnete Irrationalzahl

2,7182818 .....,

deren wahrer Wert durch die unendliche Reihe:

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4} + \dots$$

(siehe Erkl. 14)

dargestellt wird, als Basis zu Grunde.

Dieses System trägt seinen Namen: **Neper'sches, Napier'sches** oder **Nepper'sches** Logarithmensystem von seinem Erfinder Lord *John Napier* (siehe Erkl. 15), wird aber am häufigsten das **natürliche** (siehe Erkl. 16), mitunter auch das **hyperbolische** (siehe Erkl. 17) Logarithmensystem genannt.

Man bezeichnet den Logarithmus einer Zahl a dieses Systems durch:

log. nat. a (logarithmus naturalis a)

oder abgekürzt durch:

ln a oder auch durch:

l a (man vergl. die Erkl. 9, Seite 9).

Das *Neper*'sche Logarithmensystem existirt eigentlich nur seinem Namen nach, indem Logarithmen dieses Systems **nur in der Theorie der höheren Mathematik sich einstellen, ausserdem nur in höchst seltenen Fällen der Logarithmus einer Zahl verlangt wird, welcher diesem Systeme angehört. Tafeln,** welche die **natürlichen** Logarithmen der Zahlen enthalten (siehe Erkl. 18) sind für die Praxis vollständig entbehrlich, indem erstens für wirkliche Berechnung

von Zahlenausdrücken, die später vorgeführten *Briggs*'schen Logarithmen viel bequemer sind, und zweitens in den seltenen Fällen, in welchen die natürlichen Logarithmen von Zahlen verlangt werden, dieselben aus den *Briggs*'schen leicht berechnet werden können (wie in dem Abschnitte VI: „Ueber die Logarithmen verschied. Systeme", Zusatz 4, gezeigt wird).

2). **Das Briggs'sche Logarithmensystem.**

Diesem Logarithmensysteme liegt die Grundzahl unseres Zahlensystems (des dekadischen), nämlich die Zahl **Zehn** (10) als Basis zu Grunde, weshalb es auch das **dekadische** Logarithmensystem genannt werden kann.

Dieses System trägt seinen Namen: **Briggs'sches**, **Briggisches** oder **Brigg'sches** Logarithmensystem ebenfalls von seinem Erfinder *Henry Briggs* (siehe Erkl. 19), wird aber auch häufig, und zwar mit schlechter Bezeichnung, **künstliches** (siehe Erkl. 20) oder mit der richtigeren und geläufigeren Bezeichnung: **gemeines**, **vulgarisches** (*vulgo*, lat., gemein) Logarithmensystem genannt.

Das *Briggs*'sche Logarithmensystem heisst deshalb mit Recht das **gemeine** Logarithmensystem, weil es in der Elementarmathematik, überhaupt bei der Ausführung aller Rechnungen angewandt wird. Die Wichtigkeit und Bequemlichkeit dieses Systems, ferner die Raumersparniss, welche mit diesem System in den Logarithmentafeln erreicht wird, ist darin zu suchen, dass seine Basis die Grundzahl 10 unseres Zahlensystems ist (siehe Erkl. 21).

Man bezeichnet den Logarithmus einer Zahl a des *Briggs*'schen Systems durch

log. vulg. a oder kurzweg durch

log a (vergl. die Erkl. 9, Seite 9).

Zur erwähnen blieb noch, dass gleichzeitig mit der Erfindung der vorstehenden beiden Logarithmensysteme der Schweizer *Jobst Burgi* (*Byrg*) ebenfalls die Logarithmen erfand und in seinem Werke, welches 1620 in Prag erschien und betitelt war:

„*Aritmetische u. geometr. Progress-Tabulen, sambt gründlichem unterricht, wie solche*

Erkl. 19. *Henry Briggs* wurde im Jahre 1556 zu Warley Wood bei Halifax in Yorkshire (Grafschaft in England) geboren, 1590 wurde er Professor des Gresham College in London, 1619 kam er als Professor der Geometrie nach Oxford, wo er den 26. Januar 1630 starb.

1618 veröffentlichte er die erste Probe seines neuen Logarithmensystems unter dem Titel:

Logarithmorum chilias prima.

1620 veröffentlichte er die erste Tafel unter dem Titel:

Arithmetica logarithmica.

Dieselbe enthielt die gemeinen Logarithmen der Zahlen 1—20000 und von 90000 bis 100000 auf 14 Dezimalstellen, an welcher er mit 8 Gehülfen über 1 Jahr gearbeitet hatte.

Die von ihnen gelassene Lücke, nämlich die Berechnung der Logarithmen von 20000 bis 90000 bis auf 10 Dezimalstellen, füllte der holländische Mathematiker *Adrian Vlacq* aus.

Erkl. 20. Das *Briggs*'sche Logarithmensystem wird, im Gegensatz zu dem *Neper*'schen, welches (siehe Erkl. 16) auch **natürliches** Logarithmensystem heisst, oft mit dem Namen **künstliches** Logarithmensystem bezeichnet.

Diese Bezeichnung ist jedoch zu verwerfen, denn es ist (ausser um den angegebenen Gegensatz auszudrücken) kein Grund vorhanden, ein Logarithmensystem ein künstliches zu nennen. Die Bezeichnung **gemeines** Logarithmensystem ist viel kennzeichnender.

Erkl. 21. Warum die Zahl 10 zur Basis eines Logarithmensystems die vorteilhafteste ist, ersieht man aus dem Abschnitt, welcher speziell über die *Briggs*'schen Logarithmen handelt.

nützlich in allerley Rechnung zu gebrauchen und verstanden werden soll,"

die Potenzen (Logarithmen), deren Basis 1,00001 ist, berechnete. Dieses System, obgleich es dem *Neper*'schen am nächsten kommt, indem zu dem *log* 100000 die Zahl 2,71828 ... (*e*) gehört, erwies sich jedoch nicht als praktisch, da die Tafeln einen zu grossen Umfang angenommen haben würden.

V. Ueber die Berechnung von Logarithmen.

Anmerkung 5. Obgleich die mühsame Arbeit der Berechnung von Logarithmen beendet ist und die in der Praxis zur Anwendung kommenden *Briggs*'schen Logarithmen in den verschiedensten Logarithmentafeln (vergl. den Abschnitt, welcher über den Gebrauch der Logarithmentafeln handelt) aufzufinden sind, so sollen dennoch dem Studierenden einige elementare Methoden, nach welchen die ersten *Briggs*'schen Logarithmen teilweise wirklich berechnet wurden, vorgeführt werden.

Für den Anfänger, welcher nur mit Logarithmen rechnen lernen will, ist die Kenntnis der Berechnung von Logarithmen ohne Bedeutung, derselbe kann daher den grössten Teil dieses Abschnitts übergehen.

Anmerkung 6. Unter Logarithmus ist in nachstehendem stets der Logarithmus einer Zahl zu verstehen, welcher dem Briggs'schen System angehört, also 10 zur Basis hat.

Es gibt viele Methoden nach welchen man den Logarithmus einer gegebenen Zahl berechnen kann.

Die meisten und zugleich die bequemsten Methoden lehrt die höhere Mathematik, und zwar mittelst konvergierender Reihen, nach welchen ein geübter Rechner die Logarithmen fast ebenso schnell berechnet, als sie ein anderer niederschreibt.

Da jedoch bei dem Studium der mathematischen Wissenschaften bis zu diesem Kapitel die Kenntnis der höheren

Reihen noch ausgeschlossen werden muss, so sollen hier nur einige der elementaren, freilich etwas mühsame Verfahren, nach welchen die *Briggs*'schen Logarithmen berechnet werden können, vorgeführt werden.

Methode I.

Die ersten Logarithmen wurden durch *Henry Briggs* und *Adrian Vlacq* (siehe die Erkl. 19), welchen die Hülfsmittel der höheren Mathematik nicht zu Gebote standen, auf folgende Weise berechnet:

Hat man z. B. den *Briggs*'schen Logarithmus x der Zahl 5 zu berechnen, so kann man dies schreiben:

$$log_{10} 5 = x \text{ oder:}$$

1). . . . $10^x = 5$ (siehe Antw. der Frage 3)

Da nun:

$10^0 = 1$ (siehe [1])., Seite 1)

$10^1 = 10$, mithin:

a). . . . . $10^0 < 5$ } ist, so muss der ge-
b). . . . . $10^1 > 5$ } suchte Logarithmus

x zwischen 0 und 1 liegen.

Nimmt man nun das **arithmetische Mittel** (siehe die Erkl. 22 und 23) zwischen den Exponenten 0 und 1, nämlich $\frac{0+1}{2}$ und untersucht, ob vielleicht:

$10^{\frac{0+1}{2}} = 5$ ist, so findet man, da:

$$10^{\frac{0+1}{2}} = 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{10} = \underline{3{,}1622776601\ldots}$$

ist, dass:

c). . . . $10^{\frac{1}{2}} < 5$ ist.

Aus den Gleichungen b). und c). ersieht man, dass der gesuchte Logarithmus x zwischen den Exponenten $\frac{1}{2}$ und 1 liegen muss.

Nimmt man nun wiederum das **arithmetische Mittel** (siehe die Erkl. 22 u. 23) zwischen den Grenzwerten (Exponenten) $\frac{1}{2}$ und 1, nämlich: $\frac{\frac{1}{2}+1}{2}$ und untersucht, ob vielleicht:

Erkl. 22. Unter dem **arithmetischen Mittel** zweier Zahlen versteht man die halbe Summe dieser Zahlen. — Man vergleiche das Kapitel: **Die Proportionen.**

Erkl. 23. Dadurch, dass man stets das **arithmetische Mittel** zwischen den Grenzwerten nimmt, zwischen welchen der gesuchte Logarithmus liegen muss, hat man, wie nebenstehend ersichtlich, nur **Quadratwurzeln** auszuziehen; denn das Ausziehen höherer Wurzeln auf elementarem Wege (bezw. ohne Logarithmen) ist bedeutend umständlicher (siehe die Erkl. 24 u. 25).

$10^{\frac{\frac{1}{2}+1}{2}} = 5$ ist, so findet man, da:

$$10^{\frac{\frac{1}{2}+1}{2}} = 10^{\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{2}}{2}} = 10^{\frac{\frac{3}{2}}{2}} = 10^{\frac{3}{4}} = \sqrt{10^{\frac{3}{2}}} =$$

$$\sqrt{10^1 . 10^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{10 . \sqrt{10}} =$$

$$\sqrt{10 . 3,162277\ldots} = \underline{5,6234132\ldots} \text{ ist}$$

(siehe Erkl. 24)

Erkl. 24. Die bei den einzelnen Untersuchungen berechneten Wurzeln können in den darauf folgenden Untersuchungen benutzt werden (siehe die Erkl. 25).

dass:

d). . . . . $10^{\frac{3}{4}} > 5$ ist.

Aus den Gleichungen c). und d). ersieht man, dass der gesuchte Logarithmus x der Zahl 5 zwischen den Exponenten $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ liegen muss.

Nimmt man nun wiederum das **arithmetische Mittel** (siehe die Erkl. 22 u. 23) zwischen diesen Grenzwerten (Exponenten) $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$, nämlich: $\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2}$ und fährt in analoger Weise wie vorhin fort, angedeutet durch:

Erkl. 25. Die Zerlegung der bei den einzelnen Untersuchungen unter der Quadratwurzel auftretenden Potenzen von 10 hat nach den Regeln der Potenzierungen so zu geschehen, dass man immer solche Potenzen von 10 erhält, die in den vorausgegangenen Untersuchungen bereits berechnet wurden.

c). . . $10^{\frac{1}{2}} < 5$
d). . . $10^{\frac{3}{4}} > 5$

nun untersuche man, ob vielleicht: $10^{\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2}} = 5$ ist

Da nun:

$$10^{\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2}} = 10^{\frac{5}{8}} = \sqrt{10^{\frac{5}{4}}} = \sqrt{10^{\frac{3}{4}} . 10^{\frac{2}{4}}} =$$

$$\sqrt{10^{\frac{3}{4}} . 10^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{(5,623\ldots) . (3,1622\ldots)} =$$

$$\underline{4,216965034\ldots.} \text{ (siehe Erkl. 25)}$$

so ist:

e). . . . . $10^{\frac{5}{8}} < 5$

d). . . $10^{\frac{3}{4}} > 5$
e). . . $10^{\frac{5}{8}} < 5$

nun untersuche man, ob vielleicht: $10^{\frac{\frac{3}{4}+\frac{5}{8}}{2}} = 5$ ist

Da nun:

$$10^{\frac{\frac{3}{4}+\frac{5}{8}}{2}} = 10^{\frac{11}{16}} = \sqrt{10^{\frac{11}{8}}} = \sqrt{10^{\frac{5}{8}+\frac{6}{8}}} =$$

$$\sqrt{10^{\frac{5}{8}} . 10^{\frac{3}{4}}} = \sqrt{(4,216\ldots) . (5,623\ldots)} =$$

$$\underline{4,869675252\ldots.} \text{ (siehe Erkl. 25)}$$

so ist:

d). . . $10^{\frac{3}{4}} > 5$

f). . . $10^{\frac{11}{16}} < 5$

f). . . . . $10^{\frac{11}{16}} < 5$

u. s. w., u. s. w.

so wird man, nachdem vorstehendes Verfahren ungefähr 22 mal wiederholt ist, erhalten:

$$10^{\frac{2931693}{4194304}} = 5{,}00000086\ldots$$

woraus folgt, dass man, ohne einen grossen Fehler zu begehen:

2). . . . $10^{\frac{2931693}{4194304}} = 5$ setzen kann.

Schreibt man diese Gleichung nach Antwort der Frage 3 in der Form:

3). . . . $\frac{2931693}{4194304} = log_{10} 5$ (diese Gleichung ergibt sich auch durch Vergleich. der Gleich. 1 u. 2)

so erhält man, wenn man den Bruch $\frac{2931693}{4194304}$ in den Dezimalbruch 0,6989700... verwandelt, für den gesuchten *Briggs*'schen Logarithmus der Zahl 5:

$$log\, 5 = 0{,}6989700\ldots$$

Methode II.

Ein weiteres, dem vorangegangenen ähnliches Verfahren, Logarithmen zu berechnen, besteht in folgendem:

Hat man z. B. den *Briggs*'schen Logarithmus der Zahl 2 zu berechnen, in Zeichen:

$$log_{10} 2 = x$$

so heisst dies: man soll den Exponenten x suchen, mit welchem die Zahl 10 potenziert werden soll, damit man die Zahl 2 erhält, in Zeichen:

1). . . . . $10^x = 2$ (vgl. auch Antw. d. Frage 3)

Da nun: $10^0 = 1$ (siehe [1])., Seite 1)

und $10^1 = 10$ ist, so muss der Exponent x zwischen den Zahlen 0 und 1 liegen, mithin ein **ächter** Bruch sein.

Man kann deshalb

a). . . . . $x = \frac{1}{y}$ (siehe Erkl. 26) setzen.

Erkl. 26. Ein **ächter** Bruch ist ein solcher, dessen Nenner **grösser** ist als der Zähler.

Jeden ächten Bruch kann man dadurch, dass man Zähler und Nenner desselben durch den Zähler dividiert, in einen sogenannten Stammbruch, d. i. ein solcher, dessen Zähler 1 ist, verwandeln.

Hiernach erhält man:

$10^{\frac{1}{y}} = 2$ oder, beiderseits mit y potenziert:

$$10 = 2^y$$

Da nun:

$2^3 = 8$ und

$2^4 = 16$ ist, so muss der Exponent y zwischen den Zahlen 3 und 4 liegen, also = 3 plus einem ächten Bruch $\left(\frac{1}{z}\right)$ sein.

Setzt man daher:

b). . . . $y = 3 + \frac{1}{z}$, so erhält man:

$$10 = 2^{3+\frac{1}{z}} \text{ oder:}$$

$$10 = 2^3 . 2^{\frac{1}{z}} = 8 . 2^{\frac{1}{z}}$$

$$\frac{10}{8} = 2^{\frac{1}{z}}$$

$$1{,}25 = 2^{\frac{1}{z}}$$

Potenziert man beiderseits mit z, so ist:

$$1{,}25^z = 2$$

Da nun:

$1{,}25^3 = 1{,}953125$ und

$1{,}25^4 = 1{,}34140625$ ist, so muss der Exponent z zwischen den Zahlen 3 und 4 liegen, also = 3 plus einem ächten Bruch $\left(\frac{1}{v}\right)$ sein.

Setzt man daher:

c). . . . . $z = 3 + \frac{1}{v}$, so erhält man:

$$1{,}25^{3+\frac{1}{v}} = 2 \text{ oder:}$$

$$1{,}25^3 . 1{,}25^{\frac{1}{v}} = 2$$

$$1{,}25^{\frac{1}{v}} = \frac{2}{1{,}25^3} = \frac{2}{1{,}953125} = 1{,}024$$

Potenziert man beiderseits mit v, so ist:

$$1{,}25 = 1{,}024^v$$

Da man nun bei weiterer Untersuchung findet, dass $(1{,}024)^9$ kleiner, $(1{,}024)^{10}$ grösser als 1,25 ist, so muss

v zwischen 9 und 10 liegen, also $= 9$ plus einem ächten Bruch $\frac{1}{w}$ sein.

Setzt man daher:

d). . . . . . $v = 9 + \frac{1}{w}$

so kann man in analoger Weise, wie vorhin, die Grenzen von w bestimmen u. s. f.

Bricht man die Rechnung hier ab, so erhält man aus den Gleichungen a)., b)., c). und d).:

$$x = \frac{1}{y} = \frac{1}{3+\frac{1}{z}} = \frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{v}}} = \frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{9+\frac{1}{w}}}}$$

Erkl. 27. In Betreff des nebenstehenden Kettenbruchs und der Berechnung der Näherungswerte desselben vergleiche man das Kapitel, welches über die **Kettenbrüche** handelt.

Berechnet man nun die Nährungswerte dieses Kettenbruches (s. Erkl. 27) so erhält man, ohne Rücksicht des letzten noch unbekannten Partialnenners w, die Nährungswerte:

$$\frac{1}{3}, \frac{3}{10}, \frac{28}{93} \ldots\ldots$$

Wählt man den letzten Näherungswert $\frac{28}{93}$ und verwandelt denselben in den Dezimalbruch 0,3010..., so erhält man:

$$x = 0{,}3010\ldots \text{ oder:}$$

$$10^{0{,}3010\ldots} = 2, \text{ mithin:}$$

$$log_{10} 2 = 0{,}3010\ldots.$$

Methode III. (Erkl. 28)

Erkl. 28. Diese Methode heisst nach ihrem Erfinder, **Long's Methode**, könnte auch, wie man aus nebenstehender Entwicklung ersieht, mit Recht **die Methode mittelst den Potenztafeln** genannt werden.

Ein von dem Engländer *Long* in den *transact. philosoph.* a. 1724 angegebenes Verfahren, die *Briggs*'schen Logarithmen zu berechnen, soll, da es unter den elementaren Methoden die einfachste sein mögte und fast in allen Lehrbüchern Aufnahme gefunden hat, hier noch angeführt werden.

Das von *Long* angegebene Verfahren beruht auf folgenden Ideengang:

Hat man den *Briggs*'schen Logarithmus x irgend einer gegebenen Zahl Z zu berechnen, in Zeichen:

$$log_{10} Z = x \quad \text{oder:}$$

$$10^x = Z$$ (siehe Antw. der Frage 3, S. 9)

so dividiere man die gegebene Zahl Z durch die Potenz von 10, welche dieser Zahl am nächsten kommt, aber kleiner als Z ist. Ist dies z. B. 10^a und man bezeichnet den Quotienten $\frac{Z}{10^a}$ mit A, so hat man:

α). . . . $\frac{Z}{10^a} = A$ oder:

a). . . . $Z = A \,.\, 10^a$

Nun dividiere man den gefundenen Quotienten A durch diejenige Potenz von 10 (siehe Erkl. 29), die dem Quotienten A am nächsten kommt, aber kleiner als A ist. Ist dies z. B. 10^b und man bezeichnet den neuen Quotienten $\frac{A}{10^b}$ mit B, so hat man:

β). . . . $\frac{A}{10^b} = B$ oder:

b). . . . $A = B \,.\, 10^b$

Hierauf dividiere man den zuletzt gefundenen Quotienten B durch diejenige Potenz von 10 (siehe Erkl. 29), die dem Quotienten B am nächsten kommt, aber kleiner als B ist. Ist dies z. B. 10^c und man bezeichnet den neuen Quotienten $\frac{B}{10^c}$ mit C, so hat man:

γ). . . . $\frac{B}{10^c} = C$ oder:

c). . . . $B = C \,.\, 10^c$

Fährt man in analoger Weise fort, so wird man erhalten:

δ). . . . $\frac{C}{10^d} = D$ oder:

d). . . . $C = D \,.\, 10^d$

ε). . . . $\frac{D}{10^e} = E$ oder:

e). . . . $D = E \,.\, 10^e$ u. s. f.

Erkl. 29. Ist die gegebene Zahl N, z. B. $= 2549$ und man dividiert durch die höchste Potenz von 10, welche darin enthalten ist, nämlich durch 10^3 (10^a), so erhält man:

$$\frac{2549}{10^3} = 2{,}549\,(A)$$

Will man nun die Potenz von 10 suchen, welche in dem erhaltenen Quotienten 2,549 (A) enthalten ist und demselben am nächsten kommt, so ist ersichtlich, dass dies keine ganze Potenz von 10, sondern nur eine Potenz von 10 mit gebrochenem (positivem) Exponenten sein kann.

Dasselbe gilt für die darauf folgenden Quotienten.

Durch successives Rückwärtseinsetzen der für die Quotienten D, E, B, A gefundenen Werte, erhält man aus den Gleichungen a). bis e).:

$$C = E . 10^e . 10^d$$

$$B = E . 10^e . 10^d . 10^c$$

$$A = E . 10^e . 10^d . 10^c . 10^b$$

und schliesslich:

$$Z = E . 10^e . 10^d . 10^c . 10^b . 10^a \text{ oder:}$$

$$\text{I} \ldots Z = E . 10^a . 10^b . 10^c . 10^d . 10^e$$

Da nun jede der Zahlen $A, B, C, D, E \ldots$ einem **unächten** Bruche gleich ist, siehe die Gleichungen α). bis ε)., so müssen sie **alle grösser** als 1 sein; und da ferner jede dieser Zahlen $A, B, C, D, E \ldots$ dadurch entstanden ist, dass man die vorhergehende durch eine Potenz von 10 (mit positivem, wenn auch mit gebrochenem Exponenten, siehe Erkl. 29) dividiert hat, so müssen diese Zahlen in ihrer Aufeinanderfolge **immer kleiner und kleiner werden**, d. h. sie müssen sich einer **bestimmten Grenze** nähern, diese **Grenze** kann aber nur **Eins** sein, da diese Zahlen grösser als Eins sein müssen.

Erkl. 30. In dem ganzen Verfahren hat man nur die **fünfte** und **zweite** Wurzel auszuziehen.

Obgleich das Ausziehen der **fünften** Wurzel aus einer Zahl ziemlich beschwerlich ist, so ist dies doch auf elementarem Wege möglich. — Man siehe hierüber das Kapitel, welches über die **Potenzen und Wurzeln** handelt.

Gesetzt nun die letzte dieser Zahlen, nämlich E sei der 1 so nahe gekommen, dass man, ohne einen Fehler für eine gewisse Anzahl von Dezimalstellen zu begehen, $E = 1$ setzen kann, so geht vorstehende Gleichung I, über, in:

$$Z = 10^a . 10^b . 10^c . 10^d . 10^e \text{ oder in:}$$

$$\text{II} \ldots Z = 10^{a+b+c+d+e}$$

und aus dieser Gleichung erhält man nach Antwort der Frage 3, Seite 9:

$$\text{III} \ldots \log_{10} Z = a + b + c + d + e$$

d. h. der gesuchte *Briggs*'sche Logarithmus der Zahl Z ist gleich der Summe der Exponenten aller der Potenzen von 10, mit welchem man der Reihe nach dividiert hat.

Um nun bei der praktischen Berechnung des *Briggs*'schen Logarithmus irgend einer Zahl die höchsten Potenzen von 10 (mit gebrochenem Exponenten,

siehe Erkl. 29) mit welchen man nach Vorstehendem in jene Zahl, bezw. in die angeführten Quotienten zu dividieren hätte, finden zu können, muss man sich zunächst eine Tafel aufstellen in welcher die Potenzen von 10 mit gebrochenem Exponenten wirklich berechnet sind.

Zu diesem Zwecke berechne man sich zuerst die Potenz $10^{0,1}$, indem man für dieselbe $10^{\frac{1}{10}}$ oder $\sqrt[10]{10}$ oder $\sqrt[2]{\sqrt[5]{10}}$ schreibt und zuerst die fünfte (Erkl. 30), dann die zweite Wurzel zieht. Man wird erhalten:

a). . . . $10^{0,1} = \sqrt[10]{10} = \sqrt[2]{\sqrt[5]{10}} = \sqrt{1,584893192465} =$
$1,258925411794167210$

Dann berechne man sich die Potenz $10^{0,01}$, indem man:

$10^{0,01} = 10^{\frac{1}{100}} = \sqrt[100]{10} = \sqrt[10]{\sqrt[10]{10}}$ setzt

und den für $\sqrt[10]{10}$ gefundenen Wert aus Gleichung a). substituiert und aus diesem Werte nacheinander die fünfte und zweite Wurzel zieht (Erkl. 30). Man wird erhalten:

b). $10^{0,01} = \sqrt[100]{10} = \sqrt[2]{\sqrt[5]{\sqrt[10]{10}}} = \sqrt[2]{\sqrt[5]{1,258925411794167210}} =$
$\sqrt{1,047128548091} = 1,023292992280754131$

Ferner berechne man sich die Potenz $10^{0,001}$, indem man:

$10^{0,001} = 10^{\frac{1}{1000}} = \sqrt[1000]{10} = \sqrt[10]{\sqrt[100]{10}}$ setzt

und den für $\sqrt[100]{10}$ gefundenen Wert aus Gleichung b). substituiert und aus diesem Werte nacheinander die 5te und 2te Wurzel zieht. Man wird erhalten:

c). $10^{0,001} = \sqrt[1000]{10} = \sqrt[10]{\sqrt[100]{10}} = \sqrt[2]{\sqrt[5]{\sqrt[100]{10}}} = \sqrt[2]{\sqrt[5]{1,023292992280754131}} =$
$\sqrt{1,004615790278} = 1,002305238077899672$

Auf analoge Weise kann man sich die weiteren Potenzen von 10 mit den Bruchexponenten 0,0001 bis 0,000000000001 berechnen und man erhält die von *Kramp* (*Elémens d'arithmétique par Kramp, Cologne 1801*) zuerst berechnete Potenztafel:

$10^{0,1} = 1,2589254117941672104$
$10^{0,01} = 1,0232929922807541310$
$10^{0,001} = 1,0023052380778996720$
$10^{0,0001} = 1,0002302850208247530$
$10^{0,00001} = 1,0000230261160268810$
$10^{0,000001} = 1,0000023025877439450$
$10^{0,0000001} = 1,0000002302585358090$
$10^{0,00000001} = 1,0000000230258511950$
$10^{0,000000001} = 1,0000000023025850960$
$10^{0,0000000001} = 1,0000000002302585090$
$10^{0,00000000001} = 1,0000000000230258050$
$10^{0,000000000001} = 1,0000000000023025800$

Mit Hülfe dieser mühsam berechneten Potenzen von 10 kann man nunmehr mittelst Multiplikation oder Division auf bequemere Weise die zwischenfallenden Potenzen von 10, nämlich:

$$10^{0,2},\ 10^{0,3},\ 10^{0,4} \ldots 10^{0,9};$$
$$10^{0,02},\ 10^{0,03},\ 10^{0,04} \ldots 10^{0,09};$$
$$10^{0,002},\ 10^{0,003},\ 10^{0,004} \ldots 10^{0,009} \text{ u. s. f.}$$

berechnen, und zwar mittelst Multiplikation, wenn man berücksichtigt, dass z. B.:

$$10^{0,2} = (10^{0,1})^2;\ 10^{0,3} = (10^{0,1})^3$$
$$10^{0,02} = (10^{0,01})^2;\ 10^{0,03} = (10^{0,01})^3$$

mittelst Division (welche hier sicherer und zuverlässiger ist), wenn man berücksichtigt, dass:

$$10^1 : 10^{0,1} = 10^{1-0,1} = 10^{0,9}$$
$$10^{0,9} : 10^{0,1} = 10^{0,9-0,1} = 10^{0,8}$$
$$10^{0,8} : 10^{0,1} = 10^{0,8-0,1} = 10^{0,7} \text{ u. s. f.,}$$

dass ferner:

$$10^1 : 10^{0,01} = 10^{1-0,01} = 10^{0,99}$$
$$10^{0,99} : 10^{0,01} = 10^{0,99-0,01} = 10^{0,98}$$
$$10^{0,98} : 10^{0,01} = 10^{0,98-0,01} = 10^{0,97} \text{ u. s. f.}$$

ist. Stellt man die somit berechneten Potenzen von 10 zusammen, so erhält man folgende Tabelle:

Tabelle der Potenzen von 10 mit Bruchexponenten.

Potenz		Wert	Potenz		Wert
$10^{0,9}$	=	7,943282347244	$10^{0,00009}$	=	1,000207254133
$10^{0,8}$	=	6,309573441804	$10^{0,00008}$	=	1,000184223775
$10^{0,7}$	=	5,011872336275	$10^{0,00007}$	=	1,000161193947
$10^{0,6}$	=	3,981071705537	$10^{0,00006}$	=	1,000138164649
$10^{0,5}$	=	3,162277660174	$10^{0,00005}$	=	1,000115135882
$10^{0,4}$	=	2,511886431514	$10^{0,00004}$	=	1,000092107645
$10^{0,3}$	=	1,995262314973	$10^{0,00003}$	=	1,000069079939
$10^{0,2}$	=	1,584893192465	$10^{0,00002}$	=	1,000046052762
$10^{0,1}$	=	1,258925411794	$10^{0,00001}$	=	1,000023026116
$10^{0,09}$	=	1,230268770812	$10^{0,000009}$	=	1,000020723480
$10^{0,08}$	=	1,202264434617	$10^{0,000008}$	=	1,000018420850
$10^{0,07}$	=	1,174897554939	$10^{0,000007}$	=	1,000016118225
$10^{0,06}$	=	1,148153621496	$10^{0,000006}$	=	1,000013815605
$10^{0,05}$	=	1,122018454301	$10^{0,000005}$	=	1,000011512991
$10^{0,04}$	=	1,096478196142	$10^{0,000004}$	=	1,000009210386
$10^{0,03}$	=	1,071519305236	$10^{0,000003}$	=	1,000006907782
$10^{0,02}$	=	1,047128548091	$10^{0,000002}$	=	1,000004605163
$10^{0,01}$	=	1,023292992281	$10^{0.000001}$	=	1,000002302589
$10^{0,009}$	=	1,020939483708	$10^{0,0000009}$	=	1,000002072348
$10^{0,008}$	=	1,018591388054	$10^{0,0000008}$	=	1,000001842085
$10^{0,007}$	=	1,016248692870	$10^{0,0000007}$	=	1,000001611823
$10^{0,006}$	=	1,013911385736	$10^{0,0000006}$	=	1,000001381560
$10^{0,005}$	=	1,011579454259	$10^{0,0000005}$	=	1,000001151299
$10^{0,004}$	=	1,009252886076	$10^{0,0000004}$	=	1,000000921038
$10^{0,003}$	=	1,006931668851	$10^{0,0000003}$	=	1,000000690778
$10^{0,002}$	=	1,004615790277	$10^{0,0000002}$	=	1,000000460518
$10^{0,001}$	=	1,002305238078	$10^{0,0000001}$	=	1,000000230259
$10^{0,0009}$	=	1,002074475336	$10^{0,00000009}$	=	1,000000207235
$10^{0,0008}$	=	1,001843765724	$10^{0,00000008}$	=	1,000000184208
$10^{0,0007}$	=	1,001613109228	$10^{0,00000007}$	=	1,000000161182
$10^{0,0006}$	=	1,001382505837	$10^{0,00000006}$	=	1,000000138156
$10^{0,0005}$	=	1,001151955538	$10^{0,00000005}$	=	1,000000115130
$10^{0,0004}$	=	1,000921458319	$10^{0,00000004}$	=	1,000000092104
$10^{0,0003}$	=	1,000691014168	$10^{0,00000003}$	=	1,000000069078
$10^{0,0002}$	=	1,000460623073	$10^{0,00000002}$	=	1,000000046052
$10^{0,0001}$	=	1,000230285021	$10^{0,00000001}$	=	1,000000023026

Will man nun mittelst dieser Tafel z. B. den Logarithmus der Zahl 2549 bestimmen, so dividiere man durch die höchste Potenz von 10, welche in dieser Zahl enthalten ist, dies ist 10^3, und man erhält:

$$2549 = 10^3 . 2{,}549$$

Nun suche man in der vorstehenden Tabelle die Potenz von 10, welche unmittelbar auf 2,549 folgt (d. h. welche in dem vorhin erhaltenen Quotienten 2,549 enthalten ist, vergl. die Erkl. 29), dies ist $10^{0,4} = 2{,}511886432$, und dividiere sie in 2,549, hiernach wird man erhalten:

$$2549 = 10^3 . 10^{0,4} . 1{,}014775177$$

Jetzt suche man in der Tabelle die Potenz von 10, welche unmittelbar auf 1,014775177 folgt (d. h. welche in dem zuletzt erhaltenen Quotienten enthalten ist), dies ist $10^{0,06} = 1{,}013911386$, und dividiere sie in den zuletzt erhaltenen Quotienten 1,014775177, hiernach wird man erhalten:

$$2549 = 10^3 . 10^{0,4} . 10^{0,06} . 1{,}000851742$$

Fährt man auf analoge Weise fort, bis man zu einem Quotienten kommt, der von der Einheit wenig verschieden ist, so wird man nach und nach erhalten:

$$2549 = 10^3 . 10^{0,4} . 10^{0,006} . 10^{0,0003} . 10^{0,00007} \ldots\ldots$$

oder:

$$2549 = 10^{3 + 0,4 + 0,006 + 0,0003 + 0,00007 + \ldots}$$

man vergleiche hiermit die auf Seite 43 stehende Gleichung II.

Hieraus erhält man:

$$2549 = 10^{3,40637\ldots} \text{ oder:}$$

$$log_{10} 2549 = 3{,}40637\ldots\ldots$$

welcher Logarithmus zu berechnen war.

Es würde zu weit führen, noch andere elementare Methoden anzugeben; erwähnt sei hier nur noch ein von **Leonelli** in Frankreich angegebenes Verfahren, nach welchem man die berechneten 7stelligen Logarithmen bis auf 20 Dezimalstellen genau berechnen kann. Dieses Verfahren wurde von *Leonhard* in dem Schriftchen:

Leonelli's logarithmische Supplemente,

welches 1860 in der *Walther*'schen Hofbuchhandlung erschien, übersetzt.

Aus den vorstehend angeführten elementaren Methoden ersieht man, wie mühsam die ersten Logarithmen berechnet werden mussten, da zu dieser Zeit die Hülfsmittel der höheren Mathematik nicht zu Gebote standen. **Freilich hatte man nur nötig, die Logarithmen der ersten Primzahlen** (siehe Erkl. 31) **zu berechnen**, indem man alsdann mit Hülfe der in dem Abschnitte III aufgestellten Lehrsätze die Logarithmen der übrigen Zahlen mittelst Addition, bezw. Multiplikation leicht berechnen kann (siehe die Erkl. 32).

Weit bequemer gestaltet sich die Berechnung der *Briggs*'schen Logarithmen, wenn man zuerst die **natürlichen** Logarithmen der Zahlen berechnet (siehe Erkl. 33) und mit Hülfe des im nachstehenden Abschnitte im Zusatz 3 angegebenen Verfahrens aus diesem die *Briggs*'schen Logarithmen berechnet.

Nach diesem letzten Verfahren wurden auch die neueren Logarithmentafeln (siehe den Abschnitt, welcher über den Gebrauch der Logarithmentafeln handelt) berechnet.

Erkl. 31. **Primzahlen** sind solche, welche sich nicht in Faktoren, bezw. welche sich nur in die Faktoren 1 und der Zahl selbst, zerlegen lassen.

Primzahlen sind z. B:

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41 u. s. f.

Erkl. 32. Hat man z. B. den

$$\log 2 = 0{,}3010300\ldots..$$

berechnet, so findet man die Logarithmen aller Potenzen von 2 mittelst des Lehrsatzes 5, indem

$$\log 4 = \log 2^2 = 2 . \log 2 = 2 . 0{,}3010300\ldots$$
$$\log 8 = \log 2^3 = 3 . \log 2 = 3 . 0{,}3010300\ldots$$

u. s. w. ist.

Hat man z. B. ferner:

$$\log 2 = 0{,}3010300\ldots.$$
$$\text{und } \log 3 = 0{,}4771213\ldots.$$

berechnet, so findet man mittelst des Lehrsatzes 3:

$$\log 6 = \log (2 . 3) = \log 2 + \log 3 = 0{,}3010300 + 0{,}4771213$$

u. s. f., u. s. f.

Erkl. 33. Ueber die Berechnung der **natürlichen** Logarithmen, vergl. man das Kapitel: **Die höheren Reihen**, spez. die Abschnitte, welche über die **Exponential-** und die **logarithmische Reihe** handeln.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer" kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen und dauernden Gebrauch** zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes
Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 1. **Zinseszinsrechnung.**
„ 2. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch geometrische Analysis.**
„ 3. **Das Prisma.**
„ 4. **Ebene Trigonometrie.**
„ 5. **Das specifische Gewicht.**
„ 6. **Differentialrechnung.**
„ 7. **Proportionen.**
„ 8. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch algebraische Analysis.**
„ 9. **Die Reihen** (arithmetische).
„ 10. **Das Apollonische Berührungs-Problem.**
„ 11. **Die Reihen** (geometrische), Forts. von Heft 9.
Heft 12. **Die Pyramide.** (Forts. v. Heft 3.)
„ 13. **Der Pyramidenstumpf.** (Forts. von Heft 12.)
„ 14. **Das Apollonische Berührungsproblem.** (Forts. von Heft 10.)
„ 15. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 4.)
„ 16. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 1.)
„ 17. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 11.)
„ 18. **Der Cylinder.** (Forts. v. Heft 13.)
„ 19. **Der Kegel.** (Forts. von Heft 18.)
„ 20. **Der Kegelstumpf.** (Forts. von Heft 19.)
„ 21. } **Die Kugel und ihre Teile.**
„ 22. } (Forts. von Heft 20.)

Heft 23. Zinseszinsrechnung. (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 27.)
„ 61. **Statik.** (Forts. von Heft 49.)
„ 62. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 56.)
„ 63. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 53.)
„ 64. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 57.)
„ 65. **Rotationskörper.** (Forts. von Heft 58.)
„ 66. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten, Textaufgaben.**
„ 67. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 59.)
„ 68. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 63.)
„ 69. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 62.)
„ 70. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 64.)
„ 71. **Rotationskörper.** (Forts. von Heft 65.)
„ 72. **Dynamik, oder die Lehre der Bewegung fester Körper.**
„ 73. **Gleichungen vom 1. Grade mit mehreren Unbekannten.**
„ 74. **Goniometrie.** (Fortsetzung von Heft 55.)
„ 75. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 60.)
„ 76. **Potenzen u. Wurzeln.** (Schluss.) (Forts. von Heft 69.)
„ 77. **Logarithmen.** (Schluss.) (Forts. von Heft 70.)
„ 78. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 68.)
„ 79. **Statik.** (Forts. von Heft 61.)
„ 80. **Die reinen und unreinen quadratischen Gleichungen.**

u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

57. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Logarithmen.
Fortsetzung von Heft 52.
Seite 49—64.



Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst**, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 52. — Seite 49—64.

Inhalt:

Ueber die Berechnung der Logarithmen eines Systems aus den Logarithmen eines andern Systems – Modulus. — Ueber die Briggs'schen Logarithmen, besondere Eigenschaften derselben, Irrationalität derselben, Kennziffern der Logarithmen ganzer Zahlen, sowie echter und unechter Dezimalbrüche etc. — Ueber die Briggs'schen Logarithmen der Zahl Null der negativen Zahlen und über negative Logarithmen etc.

Stuttgart 1882.

Verlag von Julius Maier.

Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte.

Die einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.



Henkel, Prof. Dr., Grundriss der allgemeinen Warenkunde. Für das Selbststudium wie für den Unterricht an Lehranstalten. 3. Auflage. Neu bearb. von Prof. Dr. Feichtinger an der kgl. Industrieschule in München. 8°. (XII. 460 S.) ℳ 5. —

Andree-Deckert, Handels- und Verkehrsgeographie. Lehrbuch für Handelsschulen und verwandte Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht bearbeitet von Emil Deckert. Zugleich zweite Auflage von Richard Andree's Handels- und Verkehrsgeographie. (VII. 430 Seiten.) ℳ 4. —

Brude, Adolf, Prof., Das Zeichnen der Stereometrie. Als Vorschule zur darstellenden Geometrie und zum Fachzeichnen für Lehranstalten wie zum Selbstunterricht. 28 Tafeln mit Text. (41 S.) In Carton. hoch 4. ℳ 6. —

Brude, Adolf, Prof., 30 Stereoskopische Bilder aus der Stereometrie. Bezogen auf den Kubus und entnommen dem Werke desselben Verfassers: „Das Zeichnen der Stereometrie". In Futteral. ℳ 3. —

Müller, G. Louis, Rundschrift (Ronde). Sechzehn Blätter Schreibvorlagen. Preisgekrönt. Achte Auflage. In Carton. ℳ 1. —

Müller, G. L. und Wilh. Röhrich, 40 Blätter Schreibvorlagen in Geschäftsformularen und Briefen. Zum Gebrauche an Handels-, Gewerbe- und Fortbildungsschulen, für Zöglinge des Handelsstandes, sowie als Mustervorlagen für Lithographen etc. Im Anschluss an die Musterstücke aus dem schriftlichen Handelsverkehre von Wilh. Röhrich. Zweiter Abdruck. 4. (40 Blätter und 1 Bogen Text.) In Mappe. ℳ 4. —

Bopp, Prof., Grosse Wandtafel des metrischen Systems. Als Anschauungsmittel. In Farbendruck und Colorit. Nebst 1 Bogen Text. In Mappe. ℳ 3. — Aufzug auf Leinen, in Mappe ℳ 2. — mit Stäben und lackirt ℳ 4. —

Leypold, F., k. w. Reg.-Rath a. D., Mineralogische Tafeln. Anleitung zur Bestimmung der Mineralien. 8°. (128 S.) ℳ 3. —

Seubert, Karl, Prof. Dr., und Hofrath Prof. Dr. M. Seubert, Handbuch der allgemeinen Warenkunde für das Selbststudium wie für den öffentlichen Unterricht. Mit Holzschnitten. 2. Auflage. Erster Band: Unorganische Warenkunde. Zweiter Band: Organische Warenkunde. 1882. Erscheint in Lieferungen à 1 Mark, vollständig in ca. 10 Lieferungen.

Lexikon der Handelskorrespondenz in neun Sprachen. Deutsch, Holländisch, Englisch, Schwedisch, Französisch, Italienisch, Spanisch, Portugiesisch, Russisch. Mit Beifügung einer vollständigen und ausführlichen Phraseologie zur unmittelbaren Verwendung für die Korrespondenz unter Berücksichtigung der Bedürfnisse auch der in fremden Sprachen weniger Geübten. Nebst Anhang: Wörterbuch der Waren-, geographischen-, Zahlen-, Münz-, Mass- und Gewichts-Namen; technischer und im Eisenbahn-, wie im allgemeinen Handelsverkehr gebräuchlicher Ausdrücke. Briefanfänge und Briefschlüsse; Telegramme, Formulare etc. Bearbeitet von A. Antonoff, G. Bienemann, J. Bos jz., M. W. Brasch, G. Cattaneo, Rud. Ehrenberg, L. F. Huber, C. Lobenhofer, M. Scheck. **Erster Band:** Deutsch, Französisch, Italienisch, Spanisch, Portugiesisch. **Zweiter Band:** Deutsch, Englisch, Holländisch, Schwedisch, Russisch. Pro Lieferung **60** ₰, vollständig in ca. 25 Lieferungen.

VI. Ueber die Berechnung der Logarithmen eines Systems aus den Logarithmen eines anderen Systems.

(Modulus.)

Sind die Logarithmen eines Systems bekannt, so kann man mit Hülfe nachstehenden Lehrsatzes leicht die Logarithmen jedes anderen Systems berechnen.

Lehrsatz 7. Der Logarithmus einer Zahl in einem System ist gleich dem Logarithmus derselben Zahl in einem anderen System multipliziert mit dem reciproken (Erkl. 34) Werte des Logarithmus der Basis des ersteren Systems, genommen im zweiten System.

Erkl. 34. Man nennt einen Ausdruck den **reciproken Wert** eines anderen, wenn das Produkt beider Ausdrücke = 1 ist; z. B.:

$\frac{1}{a}$ ist der reciproke Wert von a, und umgekehrt, da $\frac{1}{a} \cdot a = 1$ ist.

Voraus. 1). $log_b Z = a$

2). $log_\beta Z = x$

d. h.: 1). der Logarithmus der Zahl Z zur Basis b sei bekannt, nämlich = der bekannten Grösse a,

2). der Logarithmus der Zahl Z zur Basis β sei gesucht, nämlich = der unbekannten Grösse x.

Behaupt.

$$x = log_\beta Z = \frac{log_b Z}{log_b \beta} \text{ oder:}$$

$$log_\beta Z = \frac{1}{log_b \beta} \cdot log_b Z$$

Beweis. Aus der in der Voraussetzung stehenden Gleichung 2).:

$$log_\beta Z = x$$

erhält man nach Antwort der Frage 3, Seite 9, die neue Gleichung:

$$\beta^x = Z$$

Logarithmiert man diese neue Gleichung und legt der Logarithmierung die Basis b, nämlich die Basis desjenigen Systems von welchem man die Logarithmen kennt, zu Grunde, so erhält man in Rücksicht des Lehrsatzes 5:

$$x \cdot log_b \beta = log_b Z$$

und hieraus ergibt sich:

$$\text{a}). \ldots \quad x = \frac{log_b Z}{log_b \beta}$$

Da aber auch nach der in der Voraussetzung stehenden Gleichung 2).:

b). . . . . . . $x = log_\beta Z$

ist, so erhält man schliesslich aus den Gleichungen a). u. b). die neue Gleichung:

$$log_\beta Z = \frac{log_b Z}{log_b \beta} \quad \text{oder:}$$

$$log_\beta Z = \frac{1}{log_b \beta} \cdot log_b Z$$

was zu beweisen war.

Zusatz 1. Den konstanten Faktor: $\frac{1}{log_b \beta}$ mit welchem man die Logarithmen eines Systems, dessen Basis b ist, multiplizieren muss, um die Logarithmen eines anderen Systems, dessen Basis β ist, zu erhalten, nennt man den **Modul** (lat. *Modulus*) **des neuen Systems** (β) **in Bezug auf das alte** (b).

Zusatz 2. Nach vorstehendem Lehrsatze, ist:

1). . . . $log_\beta Z = \frac{1}{log_b \beta} \cdot log_b Z$

und auch, wenn man β mit b vertauscht:

2). . . . $log_b Z = \frac{1}{log_\beta b} \cdot log_\beta Z$

Nach der Gleichung 1). und dem Zusatze 1 ist der Faktor: $\frac{1}{log_b \beta}$ **der Modul des Systems** β **in Bezug auf das System** b.

Ebenso ist nach der Gleich. 2). und dem Zus. 1 der Faktor: $\frac{1}{log_\beta b}$ **der Modul des Systems** b **in Bezug auf das System** β.

Aus der Gleichung 1). erhält man für den Modul: $\frac{1}{log_b \beta}$ des Systems β in Bezug auf das System b:

a). . . . . $\frac{1}{log_b \beta} = \frac{log_\beta Z}{log_b Z}$

Analog erhält man aus der Gleich. 2). für den Modul: $\frac{1}{log_\beta b}$ des Systems b in Bezug auf das System β:

b). . . . . $\frac{1}{log_\beta b} = \frac{log_b Z}{log_\beta Z}$

Durch Multiplikation der vorstehenden Gleichungen a). und b). erhält man:

$$\frac{1}{log_b \beta} \cdot \frac{1}{log_\beta b} = \frac{log_\beta Z}{log_b Z} \cdot \frac{log_b Z}{log_\beta Z}$$

oder:

$$\frac{1}{log_b \beta} \cdot \frac{1}{log_\beta b} = 1, \text{ d. h.:}$$

das Produkt zweier zusammengehöriger Module ist stets = 1.

Zusatz 3. Werden die natürlichen Logarithmen (*log. nat.*) **als bekannt vorausgesetzt, und man will die Briggs'schen** (gemeinen) **Logarithmen** (*log. vulg.*) **berechnen, so hat man nach vorstehendem Lehrsatze für eine beliebige Zahl** Z, **die Gleichung:**

$$log_{10} Z = \frac{1}{log_e 10} \cdot log_e Z \text{ oder:}$$

1). $log\,vulg\,Z = \frac{1}{log\,nat\,10} \cdot log\,nat\,Z$

Nach dem Zusatze 1 ist somit der **Modul** M **des gemeinen Logarithmensystems in Bezug auf das natürliche System:**

2). $M = \frac{1}{log\,nat\,10} = \frac{1}{2,30258509\ldots}$

oder:

2ª). $M = 0,4342944819\ldots\ldots$

Vorstehende Gleichung 1). geht somit über, in:

$$log\,vulg\,Z = 0,4342944819 \cdot log\,nat\,Z$$

d. h.: man findet den *Briggs*'schen Lo-

garithmus einer Zahl Z, indem man den natürlichen Logarithmus derselben Zahl Z mit dem konstanten Faktor:

0,4342944819 (d. i. der Modul des *Briggs*'schen Systems)

multipliziert.

Zusatz 4. Werden die Briggs'schen (gemeinen) **Logarithmen** (*log. vulg.*) **als bekannt vorausgesetzt und man will die natürlichen Logarithmen** (*log. nat.*) **berechnen, so hat man nach vorstehendem Lehrsatze für eine beliebige Zahl** Z, **die Gleichung:**

$$log_e Z = \frac{1}{log_{10} e} \cdot log_{10} Z \quad \text{oder:}$$

$$1). \quad log\, nat\, Z = \frac{1}{log\, vulg\, e} \cdot log\, vulg\, Z$$

Nach dem Zusatze 1 ist somit der **Modul** M_1 **des natürlichen Logarithmensystems in Bezug auf das Briggs'sche System:**

$$2). \quad M_1 = \frac{1}{log\, vulg\, e} = \frac{1}{log\, vulg\, 2{,}7182818\ldots} = \frac{1}{0{,}4342945} \quad \text{oder:}$$

$$2^a). \quad M_1 = 2{,}3025851\ldots..$$

Vorstehende Gleichung 1). geht somit über, in:

$$log\, nat\, Z = 2{,}3025851 \,.\, log\, vulg\, Z$$

d. h.: man findet den natürlichen Logarithmus einer Zahl Z, indem man den *Briggs*'schen Logarithmus derselben Zahl Z mit dem konstanten Faktor:

2,3025851.... (d. i. der Modul des natürlichen Systems)

multipliziert.

Anmerkung 7. Da von jetzt ab meist nur von den *Briggs*'schen Logarithmen die Rede sein wird, so hat man sich unter „**Logarithmus**" stets einen solchen zu denken, welcher dem *Briggs*'schen Systeme angehört. In den Fällen in welchen die Logarithmen anderer Systeme, z. B. des natürlichen Systems gemeint sind, wird dies ausdrücklich gesagt. — Dementsprechend hat man sich in Zukunft unter $log\, a$ stets $log_{10} a$ zu denken.

VII. Ueber die Briggs'schen Logarithmen.

(Besondere Eigenschaften derselben.)

Lehrsatz 8. Im *Briggs*'schen Logarithmensystem sind die Logarithmen aller derjenigen Zahlen, welche Potenzen von 10 sind, **rationale**, speziell **ganze** Zahlen; dagegen sind die Logarithmen aller übrigen Zahlen, das sind diejenigen, welche **keine** Potenzen von 10 sind, **irrationale** (*transcendente*) Zahlen. — Man siehe die Erkl. 35 bis 39). —

Vorauss.

1). a sei eine Potenz von 10, z. B.: $a = 10^m$, wenn m irgend eine **rationale**, speziell **ganze** Zahl bedeutet;

2). b sei **keine** Potenz von 10.

Behaupt.

I). $\log a$ ist eine **rationale**, speziell **ganze** Zahl;

II). $\log b$ ist eine **irrationale** (transcendente) Zahl (siehe Erkl. 35).

Beweis.

I). Angenommen es sei:

a). . . . . . $\log_{10} a = x$,

dann muss auch nach Antw. d. Frage 3:

b). . . . . . $10^x = a$ sein,

da aber auch nach der Vorauss. 1).:

c). . . . . . $10^m = a$ sein soll, so folgt nach der Erkl. 36 aus den Gleichungen b). und c)., dass:

d). . . . . . . $x = m$ ist.

Aus den Gleichungen a). und d). folgt schliesslich:

$$\log_{10} a = m$$

d. h. der Logarithmus der Zahl a ist gleich der **rationalen**, bezw. **ganzen** Zahl m (vergl. vorstehende Behaupt. I. und die Gleichungen 1). bis 6). in dem Beweise des Lehrsatzes 9.)

II). Angenommen es sei der Logarithmus der Zahl b gleich der **rationalen** (bestimmbaren, ausdrückbaren) Zahl y, in Zeichen:

f). . . . . . $\log_{10} b = y$

Erkl. 35. **Rationale** Zahlen sind solche, welche sich in die Einheit oder in Teile derselben ausdrücken lassen. Hierzu gehören z. B. alle **ganze** Zahlen und alle wirklichen Brüche.

Irrationale Zahlen sind solche, welche sich nicht durch die Einheit oder Teile derselben ausdrücken lassen. **Irrationale** Zahlen können sonach im allgemeinen niemals durch ganze Zahlen oder durch Brüche genau dargestellt werden. So sind z. B. $\sqrt[5]{10}$, $\sqrt[7]{2}$ etc. Irrationalzahlen.

Der Wert einer Irrationalzahl wird dargestellt durch einen unendlichen Kettenbruch oder durch eine unendliche Reihe (siehe Erkl. 38).

Will man mit Irrationalzahlen rechnen, so stellt man deren Wert näherungsweise durch einen unendlichen Dezimalbruch dar, von welchem man aber nur eine gewisse Anzahl von Dezimalen (je nach dem Grade der Genauigkeit der Rechnung) in Rechnung bringen kann.

Erkl. 36. Sind zwei Potenzen gleich (z. B.: $10^x = 10^m$) und die Basen dieser Potenzen sind gleich (beide = 10) dann sind auch die Exponenten (x und m) gleich.

Erkl. 37. Bei der Berechnung von Logarithmen im vorigen Abschnitte ersah man, dass man die Logarithmen nur durch eine unendliche Anzahl von Wurzelausziehungen (bezw. Potenzierungen mit gebrochenen Exponenten) finden konnte, womit ebenfalls dargethan ist, dass die Logarithmen (welche keine Potenzen von 10 sind — vergleiche auch den Lehrsatz 9) **irrationale** Zahlen sind.

Erkl. 38. Da die *Briggs*'schen Logarithmen in sämmtlichen neueren Tafeln mittelst konvergierender Reihen berechnet wurden, bezw. sich als solche darstellen lassen, so nennt man sie auch **transcendente** Grössen (siehe Erkl. 39).

Erkl. 39. Unter **transcendenten** Zahlen (Ausdrücken) versteht man die Summen unendlicher Reihen, welche sich weder als ganze, gebrochene, rationale, noch irrationale (nämlich als Wurzeln, wie $\sqrt[2]{5}$, $\sqrt[10]{3}$ etc.) Zahlen darstellen lassen. Sind jene Reihen abnehmend, so kann man ihre Summen annäherungsweise durch Addition einer gewissen Anzahl der ersteren Glieder bestimmen. Auf diese Weise wurden auch die Logarithmen derjenigen Zahlen, welche zwischen die Potenzen von 10 fallen, annäherungsweise berechnet (siehe die algebraische Analysis, speziell den Abschnitt, welcher über die logarithmischen, bezw. über die Exponentialreihen handelt).

Man kann daher jene Logarithmen, da sie sowohl als unendliche Reihen, als auch annäherungsweise durch unendliche Dezimalbrüche dargestellt werden können, sowohl **transcendente** als auch **irrationale** Zahlen nennen.

dann müsste nach Antw. d. Frage 3 auch:

g). . . . . . $10^y = b$,

d. h. es müsste b eine Potenz von 10 sein, da aber nach der Voraussetzung b **keine** Potenz von 10 ist, so kann **weder** die Gleichung:

$10^y = b$ **noch** die Gleichung:

$log_{10} b = y$ existieren.

Die Werte **für** y, welche der Gleichung g)., bezw. der Gleichung f). genügen, können somit nur Näherungswerte, nicht genau bestimmbare Zahlen, sogennnte **Irrationalzahlen** (s. Erkl. 35) sein. — (Vergl. vorstehende Behaupt. II.) —

Die Logarithmen gehören auch nach der Erkl. 38 unter die **transcendenten** Grössen.

Zusatz 1. Da der weitaus grösste Teil der Zahlen unseres Zahlensystems **keine** Potenzen von 10 sind [Potenzen von 10 sind z. B.: 10, 100, 1000, 10000, während alle dazwischenliegenden Zahlen keine Potenzen von 10 sind], so besteht auch der grösste Teil der Logarithmen aus **Irrationalzahlen**, bezw. aus transcendenten Grössen, deren Wert man nur annäherungsweise durch **Dezimalbrüche**, welche auf eine beliebige Anzahl von Dezimalstellen berechnet werden, darstellen kann (siehe den Abschn.: Die Berechnung der Logarithmen).

Zusatz 2. Die *Briggs*'schen Logarithmen, welche nach Zusatz 1 durch **Dezimalbrüche** dargestellt werden, bestehen somit aus 2 Teilen, nämlich:

a). aus den **Ganzen** und

b). aus den Dezimalstellen jener Dezimalbrüche, bezw. aus einem **echten Dezimalbruch** (siehe Erkl. 40).

Die **Ganzen** führen den besonderen Namen die **Kennziffer** oder **Charakteristik**,

auch **Index** (über den Grund dieser Benennung siehe man den Zusatz 3, S. 56), während die Dezimalen den Namen die **Mantisse** (lat. *mantissa*, Zugabe) haben.

Lehrsatz 9. Die **Kennziffer** (Charakteristik, d. s. die Ganzen) des Logarithmus von irgend einer **ganzen** Zahl ist um Eins kleiner als die Anzahl der Ziffern dieser Zahl ist.

Erkl. 40. Ein **echter** Dezimalbruch ist ein solcher, welcher 0 Ganze hat, z. B. 0,234 .... Ein **unechter** Dezimalbruch ist ein solcher, welcher Ganze hat, z. B. 2,365; 27,487 u. s. f.

Vorauss.

a sei irgend eine **ganze** Zahl und
n bedeute die Anzahl der Ziffern dieser Zahl.

Behaupt.

$log\, a = (n-1)$ Ganze plus einem **echten** Dezimalbruch (siehe den vor. Zusatz 2 und die Erkl. 40).

Beweis. Da

$10^0 = 1$ [1)., Seite 1.], bezw. 1). . . . $log_{10} 1 = 0$
$10^1 = 10$, „ 2). . . . $log_{10} 10 = 1$
$10^2 = 100$, „ 3). . . . $log_{10} 100 = 2$
$10^3 = 1000$, „ 4). . . . $log_{10} 1000 = 3$
$10^4 = 10000$, „ 5). . . . $log_{10} 10000 = 4$
$10^5 = 100000$, „ 6). . . . $log_{10} 100000 = 5$
u. s. f. u. s. f.

(vergl. die Antw. der Frg. 3.)

ist, so folgt hieraus:

Die Logarithmen aller **einstelligen** Zahlen (d. s. diejenigen Zahlen, welche zwischen 1 und 10 liegen) liegen zwischen den Ganzen 0 und 1 [siehe vorst. Gleichungen 1). und 2).], sind somit = 0 Ganze + einem **echten** Dezimalbruch, angedeutet durch: 0,...... (*inf.*);

Die Logarithmen aller **zweistelligen** Zahlen (d. s. diejenigen, welche zwischen 10 und 100 liegen) liegen zwischen den Ganzen 1 und 2 [siehe vorst. Gleichungen 2). und 3).], sind somit = 1 Ganzen + einem **echten** Dezimalbruch, angedeutet durch: 1,...... (*inf.*);

Die Logarithmen aller **dreistelligen** Zahlen (d. s. diejenigen, welche zwischen 100 und 1000 liegen) liegen zwischen den Ganzen 2 und 3 [siehe vorst. Gleichungen 3). und 4).], sind somit = 2 Ganzen + einem **echten** Dezimalbruch, angedeutet durch: 2,...... (*inf.*).

Und so folgt aus vorstehendem, dass die Logarithmen aller 4, 5, 6 ..... allgemein $n$stelligen Zahlen, bezw. gleich 3, 4, 5 ...., allgemein ($n-1$) Ganzen + einem **echten** Dezimalbruch sind.

Zusatz 1. Aus vorstehendem Lehrsatze ergibt sich die Regel:

Man findet die Kennziffer (Charakteristik, d. s. die Ganzen) **des Logarithmus irgend einer ganzen Zahl, indem man die Anzahl der Stellen dieser Zahl um eine Einheit vermindert.**

z. B.: *log* 17 = 1, ...
log 230 = 2, ...
log 7 = 0, ...
log 4638 = 3, ...
log 72459 = 4, ... u. s. f.

Zusatz 2. Durch Umkehrung des Zusatzes 1 erhält man den weiteren wichtigen Satz:

Aus den Ganzen Einheiten eines gegebenen Logarithmus erkennt man sofort wievielstellig die zu dem Logarithmus gehörige Zahl (der Numerus) **ist, indem die Anzahl der Stellen dieser gedachten Zahl um eine mehr beträgt, als die Ganzen des Logarithmus Einheiten enthalten.**

z. B.:
num log 2, ... ist eine 3stellige Zahl.
num log 0, ... „ „ 1 „ „
num log 1, ... „ „ 2 „ „
num log 3, ... „ „ 4 „ „
u. s. f.

Zusatz 3. Da man somit nach vorstehendem Zusatze 2 aus den Ganzen eines gegebenen Logarithmus sofort erkennen kann, **wievielstellig** die zugehörige Zahl (der Numerus) ist, so wurden aus diesem Grunde die Ganzen eines Logarithmus mit dem Namen **Kennziffer** oder **Charakteristik** belegt, vergl. Zusatz 2, Seite 54.

Zusatz 4. Da man nach dem Zusatze 1 die Kennziffer eines Logarithmus sofort auffinden kann, so sind in den Logarithmentafeln (s. den folgenden Abschnitt) die Kennziffern der Logarithmen nicht enthalten. Man hat sich daher bei dem Gebrauche von Logarithmentafeln die Kennziffer stets dem Logarithmus, welcher in der Tafel enthalten ist, hinzugeschrieben zu denken.

Zusatz 5. Dadurch, dass die Kennziffern in den Logarithmentafeln nicht enthalten zu sein brauchen, wird erstens bedeutender Raum erspart und zweitens die Uebersichtlichkeit in derselben wesentlich gefördert, und dies ist ein Hauptvorteil der *Briggs*'schen Logarithmen vor den Logarithmen aller übrigen möglichen Systeme, indem nur die Logarithmen, welchen die Zahl 10 als Basis zu Grunde liegt, also nur die Logarithmen des dekadischen Zahlen-Systems überhaupt **Kennziffern** haben können, was *Briggs* zuerst erkannte und benutzte, vergl. Erkl. 21, Seite 35.

Lehrsatz 10. Die Kennziffer (Charakteristik) des Logarithmus irgend eines **Dezimalbruchs** wird gefunden, indem man nach dem Lehrs. 9 die Kennziffer des Logarithmus von derjenigen ganzen Zahl bestimmt, welche man durch Weglassen des Kommas enthält, dann aber soviele Einheiten subtrahiert, als die Anzahl der Dezimalstellen jenes Dezimalbruchs beträgt.

Vorauss. Die allgemeine Form eines Dezimalbruchs, ist:

$$\frac{a}{10^n}$$

wenn a die Zahl bedeutet, welche man erhält, sobald man das Komma in dem betr. Dezimalbruch weglässt und wenn n die Anzahl der Dezimalstellen jenes Bruches darstellt (siehe Erkl. 41).

Behaupt. $\log\frac{a}{10^n} = \log a - n$

Beweis. Nach dem Lehrsatze 4, ist:

$$\log\frac{a}{10^n} = \log a - \log 10^n$$

Hieraus erhält man nach dem Lehrsatze 5:

$$\log\frac{a}{10^n} = \log a - n\cdot\log 10$$

oder nach dem Lehrsatze 2:

$$\log\frac{a}{10^n} = \log a - n$$

was zu beweisen war.

Erkl. 41. Hat man z. B.: 234,6478, so ist: $a = 2346478$ und $n = 4$, mithin:

$$234{,}6478 = \frac{2346478}{10^4}$$

von dessen Richtigkeit man sich leicht überzeugen kann, denn:

$$\frac{2346478}{10^4} = \frac{2346478}{10000} \text{ oder } = 234{,}6478.$$

Beispiele:

1). $log\,325{,}62 = log\,\frac{32562}{100} = log\,\frac{32562}{10^2}$
$= log\,32562 - 2\,.\,log\,10$
$= log\,32562 - 2$
$= 4, \ldots\ldots - 2$ oder auch
$= 2, \ldots\ldots$

2). $log\,1{,}263 = log\,\frac{1263}{1000} = log\,\frac{1263}{10^3}$
$= log\,1263 - 3\,.\,log\,10$
$= log\,1263 - 3$
$= 3, \ldots\ldots - 3$ oder auch
$= 0, \ldots\ldots$

3). $log\,0{,}623 = log\,\frac{623}{1000} = log\,\frac{623}{10^3}$
$= log\,623 - 3\,.\,log\,10$
$= log\,623 - 3$
$= 2, \ldots\ldots - 3$ oder auch
$= 0, \ldots\ldots - 1$

4). $log\,0{,}00345 = log\,\frac{345}{100000} = \frac{345}{10^5}$
$= log\,345 - 5\,.\,log\,10$
$= log\,345 - 5$
$= 2, \ldots\ldots - 5$ oder auch
$= 0, \ldots\ldots - 3$

Zusatz 1. Aus vorstehendem Lehrsatze und den nebenstehenden Beispielen 1 und 2 kann man die Regel herleiten:

Man findet die Kennziffer des Logarithmus eines unechten Dezimalbruchs (siehe Erkl. 40), **indem man nur aus den Ganzen des Dezimalbruchs die Kennziffer nach dem Lehrsatz 9 bestimmt.**

z. B.:
$log\,325{,}62 = 2, \ldots\ldots$
$log\,17{,}24 = 1, \ldots\ldots$
$log\,1{,}2305 = 0, \ldots\ldots$
$log\,26845{,}23 = 4, \ldots\ldots$
u. s. f.

Zusatz 2. Aus vorstehendem Lehrsatze und den nebenstehenden Beispielen 3 und 4 kann man die Regel herleiten:

Die Kennziffer des Logarithmus eines echten Dezimalbruchs (siehe Erkl. 40) **besteht aus sovielen negativen Einheiten, als direkt vor und hinter dem Komma des Dezimalbruchs Stellen mit Nullen besetzt sind.**

z. B.:

log 0,623 = 0, ... — 1 (s. vorst. Beisp. 3 u. 4)
log 0,00345 = 0, ... — 3
log 0,024 = 0, ... — 2
log 0,0000073 = 0, ... — 6

Zusatz 3. Durch Umkehrung des vorstehenden Zusatzes 1 erhält man den weiteren wichtigen Satz:

Ist die Kennziffer eines Logarithmus positiv (incl. der Null), **so sind in der zu diesem Logarithmus zugehörigen Zahl** (dem Numerus) **Ganze vorhanden, und zwar beträgt die Anzahl der Stellen dieser Ganzen eine Einheit mehr als die Kennziffer Einheiten enthält.** (Vergl. Zusatz 2, Seite 56).

z. B.:

num log 2,645 . . . . = . . . , ...
num log 0,234 . . . . = . , ...
num log 4,623 . . . . = ... , . . .
num log 1,27 . . . . . = . . , ...

Zusatz 4. Durch Umkehrung des vorstehenden Zusatzes 2, erhält man den weiteren wichtigen Satz:

Ist die Kennziffer eines Logarithmus negativ (die Mantisse aber positiv), **so ist die zu diesem Logarithmus zugehörige Zahl** (d. i. der Numerus) **ein echter Dezimalbruch, der mit sovielen Nullen beginnt und zwar incl. der Null, welche man für die fehlenden Ganzen gesetzt denken muss, als die negative Kennziffer Einheiten enthält.**

z. B.:

num log 0, ... — 1 = 0, ...
num log 0, ... — 2 = 0,0 . . . . .
num log 0, ... — 3 = 0,00 . . . .
num log 0, ... — 4 = 0,000 . . .
num log 0, ... — 5 = 0,0000 . .
u. s. f., u. s. f.

Zusatz 5. Hat man irgend eine Zahl oder einen Dezimalbruch, z. B.: 1). 234 oder 2). 1234,786 oder 3). 0,00457 u. s. f. und man bezeichnet die einzelnen Ziffern dieser Zahlen je nach ihrer Stellung mit sogenannten Stellenzeigern, Indicies, wie für vorstehende Beispiele hiermit angedeutet wird:

$$1).\ \overset{+2}{2}\,\overset{+1}{3}\,\overset{+0}{4}; \qquad 2).\ \overset{+3}{1}\,\overset{+2}{2}\,\overset{+1}{3}\,\overset{+0}{4},\overset{-1}{7}\,\overset{-2}{8}\,\overset{-3}{6}$$

$$3).\ \overset{0}{0},\overset{-1}{0}\,\overset{-2}{0}\,\overset{-3}{4}\,\overset{-4}{5}\,\overset{-5}{7}$$

so ist die Kennziffer des Logarithmus einer solchen Zahl allemal gleich dem Stellenzeiger (Index), welcher über der **höchst geltenden Ziffer** steht. **Die Kennziffern** der Logarithmen der angegebenen Beispiele sind hiermit der Reihe nach:

+2, +3 und −3 (was mit den früheren Angaben unter Zusatz 1, Seite 56, und den Zusätzen 1 und 2, Seite 58, übereinstimmt). Daher rührt auch die weitere Bezeichnung „**Index**“ anstatt der Bezeichnung Kennziffer.

Zusatz 6. Wie in dem Schlusse der Erkl. 3 auf Seite 3, bezw. auf Seite 4 bereits angeführt ist, können in dem Briggs'schen Logarithmensystem (d. i. ein Potenzensystem, welchem die Basis 10 zu Grunde liegt) **negative** Logarithmen (das sind die Exponenten dieses Potenzensystems) **nicht vorkommen.** Hat man nun z. B. den Logarithmus eines **echten** Dezimalbruchs (auch eines andern **echten** Bruchs), so besteht derselbe aus einer positiven Mantisse (d. i. ein **echter** Dezimalbruch) und aus einer Anzahl **negativer** Einheiten als Kennziffer, so ist z. B.:

$$log\,0{,}0024 = 0, \ldots\ldots - 3$$

würde man nun die algebraische Addition dieser positiven Mantisse und der negativen Kennziffer (welche stets aus Ganzen besteht) vornehmen, so resultierte notwendigerweise ein **negatives** Resultat, bezw. ein **negativer Logarithmus,** welchen man aber nach dem Eingange dieses Zusatzes zu vermeiden hat, da sie in dem Briggs'schen System nicht vorkommen können. In solchen Fällen führt man daher die durch die positive Mantisse und die negative Kennziffer angedeutete algebraische Addition **nicht aus** und lässt derartige Logarithmen in ihrer **zweiteiligen** Form stehen. Bei etwaigen Rechnungen mit solchen Logarithmen mit negativer Kennziffer, welche auch **gemischte, halbnegative** oder **binomische** (in Folge ihrer Zweiteilung) Logarithmen genannt werden, hat man wie bei der Rechnung mit Binomien zu verfahren.

Die gelösten Uebungsbeispiele in dem Abschnitte: „Berechnung algebraischer Ausdrücke“ geben hierüber weitere Auskunft.

Lehrsatz 11. Der Logarithmus der Zahl Null ist negativ unendlich, in Zeichen:

$$log\, 0 = -\infty$$

Vorauss. Bedeutet das Zeichen ∞ eine Unendliche Grösse, so hat man:

Behaupt. $log_{10} 0 = -\infty$

Beweis. Hat man irgend einen **echten** Bruch und zwar einen sogen. **Stammbruch** (siehe Erkl. 42), z. B. $\frac{1}{a}$, so ist nach dem Lehrsatze 4:

$$log_{10} \frac{1}{a} = log_{10} 1 - log_{10} a$$

und nach dem Lehrsatze 1:

$$log_{10} \frac{1}{a} = 0 - log_{10} a \quad \text{oder:}$$

$$log_{10} \frac{1}{a} = -log_{10} a \quad \text{(siehe Erkl. 43)}$$

Denkt man sich nun den Nenner a des Bruches $\frac{1}{a}$ stetig grösser u. grösser werdend, so wird der Wert des Bruches $\frac{1}{a}$ stetig kleiner und kleiner und nähert sich stetig der Grenze Null, wird schliesslich der Nenner a unendlich gross (in Zeichen: $a = \infty$), so wird der Wert des Bruches $\frac{1}{a}$ unendlich klein, nämlich $= 0$, und man hat:

$$log_{10} \frac{1}{\infty} = -log_{10} \infty \quad \text{(s. Erkl. 44)}$$

oder: $log_{10} 0 = -log_{10} \infty$

Da nun der Logarithmus einer unendlich grossen Zahl selbst unendlich gross sein muss, in Zeichen:

$$log\, \infty = \infty$$

so geht vorstehende Gleichung über, in:

$$log_{10} 0 = -\infty \quad \text{(negativ unendlich)},$$

was zu beweisen war.

Erkl. 42. Ein **echter** Bruch ist ein solcher, dessen Nenner grösser ist als der Zähler.

Ein **Stammbruch** ist ein solcher, dessen Zähler $= 1$ ist.

Erkl. 43. Aus der in dem nebenstehenden Beweise enthaltenen Gleichung:

$$log \frac{1}{a} = -log\, a$$

ergibt sich der Satz:

Der Logarithmus eines Quotienten, dessen Dividend $= 1$ ist, ist gleich dem negativen Logarithmus des Divisors.

Erkl. 44. Hat man einen Bruch, z. B. $\frac{1}{a}$ und der Nenner a wird unendlich gross, in Zeichen: $a = \infty$, so wird der Wert des Bruches $\frac{1}{a}$ unendlich klein, nämlich = Null, und man hat:

$$\frac{1}{\infty} = 0$$

hieraus folgt, dass das Zeichen $\frac{1}{\infty}$ nichts anderes als die Grösse 0 repräsentiert.

Zusatz 1. Die durch vorstehenden Lehrsatz ausgedrückte Bezeichnung:

$$log\, 0 = -\infty$$

pflegt in manchen Logarithmentafeln unnötigerweise zu Anfang der Logarithmen zu stehen. Es soll nur damit ausgedrückt werden, dass von der Zahl 0 kein **endlicher** Logarithmus existiert.

Lehrsatz 12. Wird eine gegebene Zahl a mit einer Potenz von 10 multipliziert oder durch eine Potenz von 10 dividiert, so erhält man in beiden Fällen Zahlen, deren Logarithmen sich von dem Logarithmus der gegebenen Zahl a **nur ihrer Kennziffer nach** unterscheiden (die Mantissen sind dieselben).

Vorauss. Ist a irgend eine gegebene Zahl und 10^n eine beliebige Potenz von 10, so erhält man durch Multiplikation von a und 10^{10} die neue Zahl:

$$a \,.\, 10^n$$

ferner erhält man durch Division von a durch 10^n die weitere Zahl:

$$\frac{a}{10^n}$$

Behaupt.

1). . . . $\log a \,.\, 10^n = \log a + n$

d. h. der Logarithmus der Zahl $a \,.\, 10^n$ ist von dem Logarithmus der Zahl a nur der Kennziffer nach unterschieden, indem die Kennziffer des Logarithmus der Zahl $a \,.\, 10^n$ um n Einheiten grösser ist, als die des Logarithmus der Zahl a.

2). . . . $\log \frac{a}{10^n} = \log a - n$

d. h. der Logarithmus der Zahl $\frac{a}{10^n}$ ist von dem Logarithmus der Zahl a nur der Kennziffer nach unterschieden, indem die Kennziffer des Log. der Zahl $\frac{a}{10^n}$ um n Einheiten kleiner ist, als die des Log. der Zahl a.

Beweis. 1). Nach dem Lehrs. 3, ist:

$$\log a \,.\, 10^n = \log a + \log 10^n$$

dann ist nach dem Lehrsatze 5:

$$\log a \,.\, 10^n = \log a + n \,.\, \log 10$$

und schliesslich ist nach dem Lehrs. 1.

$$\log a \,.\, 10^n = \log a + n$$

(vergl. vorst. Behaupt. 1.)

2). Nach dem Lehrsatze 4, ist:

$$\log \frac{a}{10^n} = \log a - \log 10^n$$

dann ist nach dem Lehrsatze 5:

$$\log \frac{a}{10^n} = \log a - n \,.\, \log 10$$

und schliesslich ist nach dem Lehrs. 1:

$$\log \frac{a}{10^n} = \log a - n$$

(vergl. vorst. Behaupt. 2.)

Zusatz 1. Hat man den Logarithmus irgend einer Zahl a, so hat man nach vorstehendem Lehrsatze auch die Logarithmen aller derjenigen Zahlen, welche sich von jener nur durch angehängte Nullen oder durch die Stellung eines Dezimalkommas unterscheiden. Die Logarithmen dieser Zahlen haben verschiedene Kennziffern, aber gleiche Mantissen.

z. B.:

Ist der Logarithmus der Zahl 457 mit 2,6599162 gegeben, in Zeichen:

$$log\,457 = 2{,}6599162$$

so ist:

$$\begin{aligned} log\,4570 &= 3{,}6599162 \\ log\,45700 &= 4{,}6599162 \\ log\,457000 &= 5{,}6599162 \\ log\,45{,}7 &= 1{,}6599162 \\ log\,4{,}57 &= 0{,}6599162 \\ log\,0{,}457 &= 0{,}6599162 - 1 \\ log\,0{,}0457 &= 0{,}6599162 - 2 \\ log\,0{,}00457 &= 0{,}6599162 - 3 \end{aligned}$$

In Betreff der Bestimmung der Kennziffer siehe man die Zusätze: 1, S. 56; 1, „ 58; 2, „ 58 u. s. f.

Lehrsatz 13. Briggs'sche Logarithmen von **negativen** und auch von **imaginären** Zahlen sind **nicht** möglich.

Erkl. 45. Unter einer **imaginären Zahl** versteht man jede **gerade** Wurzel aus einer **negativen** Zahl.

Die **imaginäre** Einheit, d. i. diejenige Einheit auf welche alle imaginären Zahlen zurückgeführt werden können, ist: $\sqrt{-1}$, dieselbe wird nach *Gauss* durch den Buchstaben i, in Zeichen:

$$\sqrt{-1} = i$$

bezeichnet.

Vorauss. Gegeben sei:

die **negative** Zahl: $-a$ und

„ **imaginäre** „ $\sqrt{-m}$ (s. Erkl. 45)

Behaupt.

1). $log(-a)$ ist unmöglich.

2). $log\sqrt{-m}$ ist unmöglich.

Beweis.

1). Angenommen es sei der Briggs-sche Logarithmus von $(-a)$ gleich der bestimmbaren Zahl x, in Zeichen:

$$log_{10}(-a) = x$$

alsdann müsste nach Antw. der Frage 3 auch

$$10^x = -a$$ sein, was **unmöglich** ist,

denn es gibt keinen denkbar möglichen Wert, welchen man für x setzen kann, so dass 10^x eine **negative** Zahl (a) gibt.

2). Angenommen es sei der Briggs-sche Logarithmus von $\sqrt{-m}$ gleich der bestimmbaren Zahl y, in Zeichen:

$$log_{10}\sqrt{-m} = y$$

alsdann müsste nach Antw. der Frage 3 auch

$$10^y = \sqrt{-m}$$

oder beiderseits mit 2 quadriert:

$$10^{2y} = -m$$

sein, was aber **unmöglich** ist, da $2y$ in allen **Fällen** eine gerade Zahl ist und eine positive Grösse $(+10)$ in eine gerade **Potenz** stets ein **positives** Resultat, aber **nie** ein negatives Resultat ergibt.

Zusatz 1. Der Studierende ist **besonders davor zu warnen**, den Logarithmus einer negativen Zahl gleich dem negativen Logarithmus derselben positiven Zahl, in Zeichen:

$$log\,(-a) = -log\,a$$

zu setzen, denn dies würde dem Lehrsatze 13 widersprechen. Man beachte hierbei die nachstehenden Zusätze.

Zusatz 2. Kommen in einem mit Logarithmen zu berechnenden Ausdruck **negative** Zahlen vor, so untersuche man zuerst, von welchem Einfluss die Vorzeichen — (minus) auf das Resultat sein werden, nämlich ob dasselbe positiv oder negativ wird. Ist das Resultat **positiv**, so kann man die Vorzeichen — (minus) ohne weiteres fortlassen, ist dagegen das Resultat **negativ**, so scheide man den Faktor -1 [bei **imaginären** Grössen den Faktor $\sqrt{-1}$ (i)] aus, berechne den übrig gebliebenen Faktor logarithmisch und schreibe den ausgeschiedenen Faktor -1 (oder $\sqrt{-1}$) dem Resultate wieder als Faktor zu.

Gelöste Uebungsbeispiele in dem Abschnitte, welcher über die Berechnung algebraischer Ausdrücke handelt, geben hierüber noch speziellere Auskunft.

Beispiele.

1). Hat man z. B.:

$$(-2{,}54)^6$$

zu berechnen, so weiss man vorweg, da der Exponent eine gerade Zahl ist, dass das Resultat **positiv** sein muss. Das Minuszeichen kann somit einfach weggelassen werden.

2). Hat man hingegen

$$\sqrt[3]{-81{,}2}$$

zu berechnen, so weiss man vorweg, dass das Resultat **negativ** sein wird, seinem absoluten Werte aber dasselbe ist, ob 81,2 das Vorzeichen + oder — hat, oder man setze:

$$\sqrt[3]{-81{,}2} = \sqrt[3]{-1\,.\,81{,}2} = \sqrt[3]{-1}\,.\sqrt[3]{81{,}2} = -1\,.\sqrt[3]{81{,}2}$$

Hiernach berechne man $\sqrt[3]{81{,}2}$ und schreibe dem Resultate den Faktor -1 als Faktor wieder bei.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer" kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen**, das **beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes

Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 23. Zinseszinsrechnung. (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 27.)
„ 61. **Statik.** (Forts. von Heft 49.)
„ 62. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 56.)
„ 63. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 53.)
„ 64. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 57.)
„ 65. **Rotationskörper.** (Forts. von Heft 58.)
„ 66. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten, Textaufgaben.**
„ 67. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 59.)
„ 68. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 63.)
„ 69. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 62.)
„ 70. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 64.)
„ 71. **Rotationskörper.** (Forts. von Heft 65.)
„ 72. **Dynamik, oder die Lehre der Bewegung fester Körper.**
„ 73. **Gleichungen vom 1. Grade mit mehreren Unbekannten.**
„ 74. **Goniometrie.** (Fortsetzung von Heft 55.)
„ 75. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 60.)
„ 76. **Potenzen u. Wurzeln.** (Schluss.) (Forts. von Heft 69.)
„ 77. **Logarithmen.** (Schluss.) (Forts. von Heft 70.)
„ 78. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 68.)
„ 79. **Statik.** (Forts. von Heft 61.)
„ 80. **Die reinen und unreinen quadratischen Gleichungen.**

u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

68. Heft. Preis des Heftes 25 Pf. Die Logarithmen. Fortsetz. von Heft 57. Seite 65—80.



Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst**, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie**; des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken-** u. **Hochbau's**; der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar-** u. **Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur rationellen **Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 57. — Seite 65—80.

Inhalt:

Ueber die Briggs'schen Logarithmen; besondere Eigenschaften derselben. Erläuternde Fragen mit Ant-w--en hierüber. — Ueber die Logarithmentafeln, deren Einrichtung und Gebrauch. — Ueber das Aufsuchen d 'ogarithmen zu gegebenen Zahlen; Regeln für gegebene ganze Zahlen; Regel 1 bis 8 und Regel 2a bis 8a mit vielen Beispielen.

Stuttgart 1883.

Verlag von Julius Maier.

Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte.

Di... einen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.

☞ Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen. ...zufolge ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite ...es Umschlags die nunmehrige Reihenfolge, wonach zunächst die Kapitel: **Potenzen**

Henkel, Prof. Dr., Grundriss der allgemeinen Warenkunde. Für das Selbststudium wie für den Unterricht an Lehranstalten. 3. Auflage. Neu bearb. von Prof. Dr. Feichtinger an der kgl. Industrieschule in München. 8°. (XII. 460 S.) ℳ 5. —

Andree-Deckert, Handels- und Verkehrsgeographie. Lehrbuch für Handelsschulen und verwandte Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht bearbeitet von Emil Deckert. Zugleich zweite Auflage von Richard Andree's Handels- und Verkehrsgeographie. (VII. 430 Seiten.) ℳ 4. —

Brude, Adolf, Prof., Das Zeichnen der Stereometrie. Als Vorschule zur darstellenden Geometrie und zum Fachzeichnen für Lehranstalten wie zum Selbstunterricht. 28 Tafeln mit Text. (41 S.) In Carton. hoch 4. ℳ 6. —

Brude, Adolf, Prof., 30 Stereoskopische Bilder aus der Stereometrie. Bezogen auf den Kubus und entnommen dem Werke desselben Verfassers: „Das Zeichnen der Stereometrie". In Futteral. ℳ 3. —

Müller, G. Louis, Rundschrift (Ronde). Sechzehn Blätter Schreibvorlagen. Preisgekrönt. Achte Auflage. In Carton. ℳ 1. —

Müller, G. L. und Wilh. Röhrich, 40 Blätter Schreibvorlagen in Geschäftsformularen und Briefen. Zum Gebrauche an Handels-, Gewerbe- und Fortbildungsschulen, für Zöglinge des Handelsstandes, sowie als Mustervorlagen für Lithographen etc. Im Anschluss an die Musterstücke aus dem schriftlichen Handelsverkehre von Wilh. Röhrich. Zweiter Abdruck. 4. (40 Blätter und 1 Bogen Text.) In Mappe. ℳ 4. —

Bopp, Prof., Grosse Wandtafel des metrischen Systems. Als Anschauungsmittel. In Farbendruck und Colorit. Nebst 1 Bogen Text. In Mappe. ℳ 3. — Aufzug auf Leinen, in Mappe ℳ 2. — mit Stäben und lackirt ℳ 4. —

Leypold, F., k. w. Reg.-Rath a. D., Mineralogische Tafeln. Anleitung zur Bestimmung der Mineralien. 8°. (128 S.) ℳ 3. —

Seubert, Karl, Prof. Dr., und Hofrath Prof. Dr. M. Seubert, Handbuch der allgemeinen Warenkunde für das Selbststudium wie für den öffentlichen Unterricht. Mit Holzschnitten. 2. Auflage. Erster Band: Unorganische Warenkunde. Zweiter Band: Organische Warenkunde. 1882. Erscheint in Lieferungen à 1 Mark, vollständig in ca. 10 Lieferungen.

Lexikon der Handelskorrespondenz in neun Sprachen. Deutsch, Holländisch, Englisch, Schwedisch, Französisch, Italienisch, Spanisch, Portugiesisch, Russisch. Mit Beifügung einer vollständigen und ausführlichen Phraseologie zur unmittelbaren Verwendung für die Korrespondenz unter Berücksichtigung der Bedürfnisse auch der in fremden Sprachen weniger Geübten. Nebst Anhang: Wörterbuch der Waren-, geographischen-, Zahlen-, Münz-, Mass- und Gewichts-Namen; technischer und im Eisenbahn-, wie im allgemeinen Handelsverkehr gebräuchlicher Ausdrücke. Briefanfänge und Briefschlüsse; Telegramme, Formulare etc. Bearbeitet von A. Antonoff, G. Bienemann, J. Bos jz., M. W. Brasch, G. Cattaneo, Rud. Ehrenberg, L. F. Huber, C. Lobenhofer, M. Scheck. **Erster Band:** Deutsch, Französisch, Italienisch, Spanisch, Portugiesisch. **Zweiter Band:** Deutsch, Englisch, Holländisch, Schwedisch, Russisch. Pro Lieferung 60 ₰, vollständig in ca. 25 Lieferungen.

Zusatz 3. Hat man nach vorstehendem Zusatz untersucht, ob das Resultat eines zu berechnenden Ausdrucks in welchem negative Zahlen vorkommen, positiv oder negativ ist, dabei gefunden, dass letzteres der Fall ist und man will zur logarithmischen Berechnung des Ausdrucks übergehen, so lasse man sämmtliche Vorzeichen ausser Acht, setze aber hinter den logarithmierten Ausdruck in eine Klammer eingeschlossen das Zeichen: — oder den Buchstaben: n, womit nur angedeutet werden soll, dass das Resultat negativ zu nehmen, bezw. noch mit: -1 zu multiplizieren ist.

Diese Schreibweise bietet besonders bei **trigonometrischen Berechnungen** mancherlei Vorteile.

Man siehe nebenstehende Beispiele und vergleiche damit die in dem Abschnitt: „Berechnung von Zahlenausdrücken mit Hülfe der Logarithmen" angeführten Beispiele 20 bis 23.

Beispiele.

1). Hat man z. B.:

$$(-28{,}6)^5$$

zu berechnen, so weiss man, dass dies nach den Regeln der Potenzierung ein negatives Resultat ergibt, man schreibt also bei der Logarithmierung des Ausdrucks, welche zur Berechnung desselben nötig ist:

$$log\,(-28{,}6)^5 = 5\,.\,log\,28{,}6\ (-)$$

$$\text{oder: } = 5\,.\,log\,28{,}6\ (n)$$

2). Hat man z. B.:

$$\sqrt[3]{-7}$$

zu berechnen, so weiss man, dass nach den Regeln der Wurzelausziehung eine ungerade Wurzel aus einer negativen Zahl ein negatives Resultat ergibt, man schreibt also bei der Logarithmierung dieses Ausdrucks, welche zur Berechnung desselben nötig ist:

$$log\sqrt[3]{-7} = \frac{1}{3}\,.\,log\,7\ (-)$$

$$\text{oder: } = \frac{1}{3}\,.\,log\,7\ (n)$$

Lehrsatz 14. Je grösser eine Zahl ist, desto grösser ist der dazu gehörige Logarithmus.

Vorauss. Stellen a und b beliebige Zahlen vor und ist: $a > b$, so besteht die

Behaupt. $log\,a > log\,b$.

Beweis. Angenommen es sei a um x grösser als b, also:

$$a = b + x$$

so ist auch:

$$a = b\left(1 + \frac{x}{b}\right)$$

und:

$$log\,a = log\left[b\left(1 + \frac{x}{b}\right)\right]$$

oder:

$$log\,a = log\,b + log\left(1 + \frac{x}{b}\right)$$

Aus dieser Gleichung folgt nunmehr, dass:

$$log\,a > log\,b$$

sein muss.

Erläuternde Fragen mit Antworten über die Briggs'schen und die Neper'schen Logarithmen.

Anmerkung 8. Die Beantwortungen nachstehender Fragen stützen sich auf die vorausgegangenen Erklärungen, Lehrsätze und deren Zusätze.

Diese Fragen sollen dem Studierenden zur Rekapitulation und zur Erlernung des Vorhergehenden, dem Lehrer zum examinieren dienen und bilden eine Fortsetzung der Fragen Seite 8—12.

Frage 15. Welche Logarithmen werden gemeine, künstliche oder Briggs'sche, welche natürliche oder Neper'sche Logarithmen genannt?

Antwort. Gemeine, künstliche oder Briggs'sche Logarithmen nennt man diejenigen, welche die Zahl 10 als Basis haben; künstliche oder Neper'sche Logarithmen hingegen heissen diejenigen, welche die irrationale Zahl e = 2,7182818 ... zur Grundzahl haben (siehe Seite 34 und 35.)

Frage 16. Welcher Logarithmen bedient man sich bei nummerischen Berechnungen?

Antwort. Bei nummerischen Berechnungen bedient man sich ausschliesslich der gemeinen (Briggs'schen) Logarithmen.

Frage 17. Welche Logarithmen versteht man, wenn die Basis nicht besonders angegeben ist?

Antwort. Ist bei einem Logarithmus die Basis nicht besonders angegeben, so hat man sich unter demselben stets einen Briggs'schen Logarithmus zu denken.

Frage 18. Von welchen Zahlen braucht man nur die Logarithmen zu berechnen, um mittelst denselben auch die Logarithmen aller übrigen Zahlen finden zu können?

Antwort. Hat man die Logarithmen der sogenannten **Primzahlen** berechnet, so kann man mit Hülfe der Lehrsätze 3 bis 6 aus diesen Logarithmen die Logarithmen aller übrigen Zahlen berechnen.

Man siehe die Erkl. 31 und 32, Seite 48, und die Aufgaben 7, 10 und 13.

Frage 19. Auf welche Weise wurden die Briggs'schen Logarithmen berechnet?

Antwort. Man gebe hier eine der im Abschuitt V vorgeführten Methoden an.

Frage 20. Womit muss man den natürlichen Logarithmus einer Zahl Z **multiplizieren** oder **dividieren**, um den Briggs'schen Logarithmus derselben Zahl Z zu erhalten?

Antwort. Ist der natürliche Log. der Zahl Z bekannt, so muss man denselben mit **dem Modul**:

$$0{,}4342944819$$

des Briggs'schen Systems multiplizieren oder durch:

$$2{,}30258509 \; (= \log 2{,}71828 \ldots)$$

dividieren, um den Briggs'schen Logarithmus der Zahl Z zu erhalten (vergl. Zusatz 3, Seite 51).

Frage 21. Wie gross sind die Briggs'schen Logarithmen der Zahlen 2, 3, 7, 10, wenn die natürlichen Logarithmen dieser Zahlen, bezw. sind:

0,693147181
1,09861229
1,94591015
2,30258509

Antwort. Nach der vorigen Antwort ist:

$$\begin{aligned} log\,2 &= 0{,}693147181 \,.\, 0{,}4342944819 \\ &= 0{,}30102999\,\ldots. \\ log\,3 &= 1{,}09861229 \,.\, 0{,}4342944819 \\ &= 0{,}47712125 \\ log\,7 &= 1{,}94591015 \,.\, 0{,}4342944819 \\ &= 0{,}84509804 \\ log\,10 &= 2{,}30258509 \,.\, 0{,}4342944819 \\ &= 1{,}00000000 \end{aligned}$$

Frage 22. Wie gross sind die Briggs'schen Logarithmen der Zahlen:

10, 100, 1000,
0,1, 0,01, 0,001?

Antwort. Aus

$10^1 = 10$ . . . . . erhält man: $log\,10 = 1$

$10^2 = 100$ . . . . . . „ „ $log\,100 = 2$

$10^3 = 1000$ . . . . . . „ „ $log\,1000 = 3$

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ . . . . „ „ $log\,0{,}1 = -1$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$ „ „ $log\,0{,}01 = -2$

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$ „ „ $log\,0{,}001 = -3$

Man siehe die Antwort der Frage 1, Seite 9.

Frage 23. In welcher Form erscheinen fast alle Briggs'schen Logarithmen?

Antwort. Die Briggs'schen Logarithmen aller Zahlen erscheinen in der Form von unendlichen Dezimalbrüchen, hiervon sind jedoch die Logarithmen derjenigen Zahlen ausgenommen. welche positive und negative Potenzen von 10 sind (siehe den Zusatz 1, Seite 54).

Frage 24. Wie nennt man die Ganzen bei einem Briggs'schen Logarithmus, wie die Dezimalstellen desselben?

Antwort. Bei einem Briggs'schen Logarithmus nennt man die Ganzen **die Kennziffer** oder **Charakteristik**, und die Dezimalstellen **die Mantisse.**

Frage 25. Wie gross ist die Kennziffer des Logarithmus einer ganzen Zahl?

Antwort. Die Kennziffer des Logarithmus einer ganzen Zahl enthält eine Einheit weniger als die gegebene Zahl Stellen hat.

Frage 26. Zwischen welchen ganzen Zahlen liegt der Briggs'sche Logarithmus einer 2, 3, 6, 10stelligen Zahl?

Antwort. Der Logarithmus einer 2stelligen Zahl liegt zwischen den ganzen Zahlen 1 und 2;

der Logarithmus einer 3stelligen Zahl liegt zwischen den ganzen Zahlen 2 und 3;

der Logarithmus einer 6stelligen Zahl liegt zwischen den ganzen Zahlen 5 und 6;

der Logarithmus einer 10stelligen Zahl liegt zwischen den ganzen Zahlen 9 und 10.

Frage 27. Wie gross ist die Kennziffer des Logarithmus eines unechten, wie gross die eines echten Dezimalbruches?

Antwort. Die Kennziffer des Logarithmus eines unechten Dezimalbruches ist um eine Einheit kleiner als die Anzahl der Stellen der Ganzen dieses Dezimalbruches ausmacht.

Die Kennziffer des Logarithmus eines echten Dezimalbruches ist negativ und enthält soviele Einheiten als direkt vor und hinter dem Komma Stellen mit Nullen besetzt sind.

Frage 28. Zwischen welchen negativen ganzen Zahlen liegt der Briggs'sche Logarithmus von: 0,03
0,0028
0,000036?

Antwort. Der Logarithmus der Zahl 0,03 liegt zwischen: — 1 und — 2;
der *log* der Zahl 0,0028 liegt zwischen: — 2 und — 3;
der *log* der Zahl 0,000036 liegt zwischen: — 4 und — 5.

Frage 29. Was kann man von den Logarithmen derjenigen Zahlen, welche sich nur durch angehängte Nullen oder durch Stellung des Dezimalkommas unterscheiden, aussagen?

Antwort. Die Logarithmen aller derjenigen Zahlen, welche sich nur durch angehängte Nullen, oder durch Stellung des Dezimalkommas unterscheiden, sind ihrer Mantisse nach ganz gleich und nur ihrer Kennziffer nach verschieden.

Frage 30. Worin liegt der Vorteil der Briggs'schen Logarithmen vor anderen?

Antwort. Der Vorteil der Briggs'schen Logarithmen vor anderen Logarithmen liegt darin, dass die Briggs'schen Logarithmen Kennziffern haben, wodurch man im Stande ist, die Ganzen eines solchen Logarithmus sofort zu bestimmen und umgekehrt aus den Ganzen eines Logarithmus die Stellenzahl der Ganzen der zugehörigen Zahl bestimmen zu können, abgesehen von dem Raumersparnis, welchen man durch Weglassen der Kennziffern in den Logarithmentafeln erzielt.

VIII. Ueber die Logarithmentafeln, deren Einrichtung und Gebrauch.

A. Ueber die Logarithmentafeln im allgemeinen.

Nachdem die überaus praktische Verwendbarkeit der Logarithmen festgestellt und das Briggs'sche System, also dasjenige, welchem die Zahl 10 als Basis zu Grunde liegt, als das brauchbarste anerkannt worden war, wurden die Briggs'schen Logarithmen der aufeinanderfolgenden Zahlen, von 1 ab bis zu einer gewissen Grenze, berechnet, geordnet und übersichtlich zusammenge-

stellt. Eine solche übersichtlich geordnete Zusammenstellung von Briggs'schen Logarithmen erhielt den Namen **Logarithmentabelle** oder **Logarithmentafel.** Da hiernach nur*) die Briggs'schen Logarithmen in solchen Tafeln enthalten sind, so heissen dieselben auch „**Tafellogarithmen**" und zwar im Gegenteil von allen übrigen denkbaren Logarithmen, welche nicht in Tafeln zusammengestellt sind.

*) Man hat auch die **natürlichen** Logarithmen in Tafeln zusammengestellt, da man jedoch solche Tafeln durchaus nicht nötig hat, so ist auch deren Verbreitung eine sehr geringe. — Eine Tabelle in welcher die natürlichen einer gewissen Reihe von Zahlen angegeben sind, ist unter anderen in der *Kleyer*'schen Log.-Tafel (siehe dieselbe) enthalten.

Da nun die Logarithmen aller Zahlen (ausgenommen der Potenzen von 10) Irrationalzahlen sind, folglich der wahre Wert derselben nicht angegeben werden kann, so sind in den Tafeln nur Näherungswerte derselben, und zwar in Form von Dezimalbrüchen, enthalten; je nach dem Bedürfnis des Rechnenden, bezw. je nach dem Grade der bei nummerischen Berechnungen erforderlichen Genauigkeit, wurden daher Logarithmen-Tafeln angefertigt, welche die Logarithmen einer gewissen Reihe von Zahlen, auf 4, 5, 6, 7 . . . . . . 14 Dezimalstellen genau angeben.

Von der grossen Anzahl von Logarithmentafeln, welche seit der Erfindung der Logarithmen aufgestellt wurden und die sich ihrem Wesen nach nicht, wohl aber in der Anordnung des Materials, in der Lesbarkeit des Drucks, in der Handlichkeit des Formats und in dem Grade der Genauigkeit unterscheiden, seien hier folgende erwähnt:

Die 4stellige Tafel von *J. H. F. Müller*,
" 4 " " " Dr. *A. Kleyer*, Verlag von **Julius Maier in Stuttgart,**
" 5 " " " *Houël*,
" 5 " " " *Prasse*,
" 5 " " " Prof. Dr. *A. Nell*,
" 5 " " " Dr. *O. Schlömilch*, Braunschweig,
" 5 " " " *Wittstein*,
" 5 " " " *F. G. Gauss*, Halle a/S.,
" 5 " " " *Lalande*, herausgegeben von *Köhler*,
" 5 " " " Dr. *A. Kleyer*, Verlag von **Julius Maier in Stuttgart,**
" 6 " Vega'sche Tafel von Dr. *J. A. Hülsse* in Leipzig,
" älteste 7stellige Tafel von *Sherwin* in London, 1705,
" 7stellige Tafel von *Bruhns*,
" 7 " " " *Schrön*,
" 7 " Vega'sche Tafel von Dr. *Bremiker*, Berlin,
" 7 " Tafel von Dr. *A. Kleyer*, Verlag von **Julius Maier in Stuttgart,**
" meistens 8stellige Tafel von *Callet*, Paris 1703,
" 14stellige Tafel von *Henry Briggs*.

Die 4stelligen Tafeln sind für Entwürfe, bezw. für approximative Berechnungen, die 5stelligen Tafeln für den Schulgebrauch und die gewöhnliche Praxis vollständig genügend; die 7 und mehrstelligen Tafeln finden nur bei feineren Berechnungen und da besonders in der Astronomie Verwendung.

Dass die 5stelligen Tafeln die früher in fast allen Schulen eingeführten 7stelligen Tafeln immer mehr verdrängen, hat seine volle Berechtigung, indem dieselben nicht allein dem in der Schule erforderlichen Genauigkeitsgrad entsprechen, sondern auch bedeutend kleiner, mithin handlicher und billiger sind. — Man vergleiche in Betreff des verschiedenen Umfangs der Logarithmentafeln, z. Beisp. die *Kleyer*'schen 4- und 5stelligen Tafeln, welche 2 bezw. 19 Seiten umfassen, mit der 7stelligen Tafel, welche beinahe 200 Seiten umfasst.

Fast allen Logarithmentafeln sind noch verschiedene andere Tafeln angehängt, unter anderen solche, welche die **Gauss'schen** oder die **Additions- und Subtraktions-Logarithmen**, und solche, welche die **Logarithmen der trigonometrischen Funktionen** enthalten. (Man vergl. hierüber die Abschnitte IX und X.) — Erwähnt seien ferner noch die von *Kepler**) aufgestellten Tafeln, welche die sogen. **logistischen Logarithmen** enthalten und zur Erleichterung der Rechnungen mit den 60teiligen Grössen der Astronomie dienen, indem sie den Ueberschuss des Logarithmus von 3600 über den Logarithmus jeder kleineren Zahl angeben.

*) *Joh. Kepler* wurde den 27. Dezbr. 1571 zu Magstatt bei Weil in Württemberg geboren.

B. Ueber die Einrichtung der Logarithmentafeln im allgemeinen.

Da einer jeden Logarithmentafel in Betreff ihrer Einrichtung und ihres Gebrauchs am Eingang oder Ende derselben die nötigen Erklärungen beigegeben sind, so soll in diesem Abschnitte nur die allgemeine Einrichtung einer Tafel besprochen werden.

Sämmtliche Logarithmentafeln enthalten die Logarithmen aller Zahlen von 1

bis zu einer gewissen Grenze, und zwar die 5stelligen Tafeln von 1 bis 9999 (bezw. von 1 bis 10000), die 7stelligen Tafeln von 1 bis 99999 (bezw. von 1 bis 100000).

In allen Tafeln wird der Logarithmus einer jeden Zahl als die Summe von einer **ganzen Zahl,** der sog. Kennziffer oder Charakteristik, welche **positiv** und **negativ** sein kann, und eines **echten Dezimalbruchs**, der sog. Mantisse, welche **stets positiv** ist, dargestellt.

Da nach dem Zusatz 1, Seite 56, und den Zusätzen 1 und 2, Seite 58, die **Kennziffer** eines Logarithmus aus der zugehörigen Zahl sofort bestimmt werden kann, so sind diese Kennziffern in den Tafeln nicht enthalten, sondern **nur die positiven Mantissen** der Logarithmen daselbst angegeben.

Die Richtigkeit der letzten Ziffer der in den Tafeln stehenden Logarithmen-Mantissen kann nicht verbürgt werden, da diese letzte Ziffer um eine Einheit zu gross angenommen ist, wenn die bei der Berechnung der Logarithmen sich ergebende nächstfolgende Ziffer, welche in den Tafeln nicht mehr steht, 5 oder grösser als 5 ist. In kleinen, z. B. in den 5stelligen Tafeln, bei deren Gebrauch man mehr auf den richtigen Wert der letzten Ziffer Rücksicht nehmen muss, ist dieser Fall der letzten Ziffernerhöhung meistens durch einen **über** oder **unter dieser Ziffer stehenden Strich** angedeutet.

Im übrigen besteht die Einrichtung einer jeden Log.-Tafel in Folgendem:

Die sämmtlichen Seiten einer Tafel sind durch von oben nach unten gezogene Linien in mehrere Vertikalkolonnen eingeteilt. Diese Vertikalkolonnen sind auf den ersten Seiten der Tafeln (nämlich bei 5stelligen Tafeln meistens nur die 1ste Seite, bei 7stelligen Tafeln meistens die 4 ersten Seiten) abwechselnd über- und unterschrieben mit dem Buchstaben „N“ (= Numerus, Zahl) und mit der Abbreviatur „Log“ (= Logarithmus), dementsprechend stehen in den ersteren Vertikalkolonnen die Zahlen (und zwar bei 5stelligen Tafeln alle 1- und 2-, bei

7stelligen Tafeln alle 1-, 2- und 3ziffrigen Zahlen) und in letztern Vertikalkolonnen die Log.-Mantissen jener Zahlen. . . .

In vielen Tafeln findet man, dass die erste mit „N" überschriebene Vertikalkolonne mit der Zahl 0 beginnt, und dass nebenstehend für deren Logarithmus (bezw. für deren Log.-Mantisse) das Zeichen: — oder das Zeichen: $-\infty$ steht; zur Erklärung dessen siehe man den Lehrsatz 11, Seite 61.

Die weiteren Seiten der Log.-Tafeln [bei 5stelligen Tafeln meistens die Seiten 2 bis 19, bei 7stelligen Tafeln meistens die Seiten 5 bis 185] sind zwar wieder in Vertikalkolonnen eingeteilt, von diesen sind jedoch nur die ersten mit „N", die übrigen aber der Reihe nach mit den Ziffern: 0, 1, 2, 3 . . . . 9 über- und unterschrieben. In den mit „N" bezeichneten Kolonnen stehen bei 5stelligen Tafeln alle **3ziffrigen**, bei 7stelligen Tafeln alle **4ziffrigen** Zahlen. . . . .

Da diese Zahlen sich von Zehn zu Zehn nur in der letzten Ziffer unterscheiden, so sind der bessern und rascheren Uebersicht halber von diesen Zahlen meistens nur diejenigen vollständig angegeben, welche am Ende eine Null haben, von den dazwischenliegenden sind nur die letzten Stellen angegeben.

Hängt man den in der mit „N" bezeichneten Kolonne stehenden Zahlen der Reihe nach die Ziffern: 0, 1, 2, 3, 4 . . . 9, mit welchen die übrigen Vertikalkolonnen über- und unterschrieben sind, als weitere Ziffer an, so erhält man bei 5stelligen Tafeln alle **4ziffrigen**, bei 7stelligen Tafeln alle **5ziffrigen** Zahlen.

In den 2ten Vertikalkolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „0" über- und unterschrieben sind, stehen die Logarithmen-Mantissen derjenigen Zahlen, welche in der mit „N" bezeichneten Kolonne enthalten sind, und auch derjenigen Zahlen, welche man erhält, wenn man jenen Zahlen die Ziffer **Null** mit welcher die 2ten Vertikalkolonnen bezeichnet sind, als weitere Ziffer anhängt (vergl. hierüber den Zusatz 1, Seite 63). . . . .

Da die Logarithmen-Mantissen mehrerer aufeinanderfolgenden Zahlen **nur in den letzten** Stellen verschieden sind, so sind der bessern und rascheren Uebersicht halber in den 2ten Vertikalkolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „0" über- und unterschrieben sind, die 2 ersten (bei 5stelligen Tafeln), oder die 3 ersten (bei 7stelligen Tafeln) Ziffern der Logarithmen-Mantissen nur dann enthalten, wenn sie von den 2, bezw. von den 3 ersten Ziffern der vorhergehenden Logarithmen-Mantisse verschieden sind.

In den übrigen Vertikalkolonnen, welche der Reihe nach mit den Ziffern: 1, 2, 3 . . . 9 über- und unterschrieben sind, **stehen nur die letzten Ziffern** (nämlich bei 5stelligen Tafeln die 3 letzten, bei 7stelligen Tafeln die 4 letzten Ziffern) der Log.-Mantissen von denjenigen Zahlen, welche man erhält, wenn man zu den in der mit „N" bezeichneten Kolonne der Reihe nach die Ziffern: 1, 2, 3 . . . 9 anhängt mit welchen jene Vertikalkolonnen bezeichnet sind, indem die ersten Ziffern der Log.-Mantissen dieser so gebildeten Zahlen in den mit „0" bezeichneten Kolonnen stehen, weil sie diese ersten Ziffern mit den Log.-Mantissen der vorhergehenden Zahlen gemein haben.

Steht bei den 4 letzten Stellen der Log.-Mantissen ein Strich (meist bei 7stelligen Tafeln) oder ein Sternchen (meist bei 5stelligen Tafeln), so deutet dies an, dass die diesen 4 letzten Ziffern vorausgehenden ersten Ziffern nicht in derselben, sondern in der nächstfolgenden Horizontalreihe in der mit „N" bezeichneten Vertikalkolonne stehen.

Da nach dem Lehrsatz 12, Seite 62, die Logarithmen solcher Zahlen, welche sich nur durch angehängte Nullen unterscheiden, gleiche Mantissen (aber verschiedene Kennziffern) haben, so brauchten eigentlich bei 5stelligen Tafeln die Log.-Mantissen der 1- und 2ziffrigen Zahlen, bei 7stelligen Tafeln die Log.-Mantissen der 1-, 2- u. 3ziffrigen Zahlen nicht enthalten zu sein, da man dieselben unter den 3- bezw. 4ziffrigen Zahlen wieder findet (vergl. Zusatz 1, Seite 63).

Endlich sei noch bemerkt, dass unter den mit „P. P." bezeichneten Rubriken Täfelchen enthalten sind mit deren Hülfe man auch die Log.-Mantissen mehrziffriger Zahlen und zwar bei 5stell. Tafeln die Log.-Mantissen 5 und 6, bei 7stell. Tafeln die Log.-Mantissen von 6, 7 und 8ziffrigen Zahlen finden kann.

Bemerkt sei übrigens noch, dass wer die Einrichtung einer Logarithmentafel versteht, auch leicht die Einrichtung einer jeden anderen mathematischen Tafel erkennt.

C. Ueber den Gebrauch der Logarithmentafeln.

Was den praktischen Gebrauch der Logarithmentafeln anbetrifft, so ist vor allem erforderlich, dass man sich:

1). in dem Aufsuchen der Logarithmen **zu gegebenen Zahlen** und

2). in dem Aufsuchen der Zahlen **zu gegebenen Logarithmen**

Gewandtheit verschafft, um dann mit Hülfe der in dem Abschn. III, Seite 12, aufgestellten Lehrsätze jeden beliebigen nummerischen Ausdruck logarithmisch berechnen zu können.

Anmerkung 9. Um sowohl denjenigen Studierenden, welche mit 5stelligen, als auch denjenigen, welche mit 7stelligen Logarithmentafeln rechnen müssen, Gelegenheit zu geben sich in den vorstehend erwähnten Operationen Fertigkeit zu verschaffen, sind die nachstehenden Regeln, Uebungsbeispiele etc., einmal auf die 5stellige *Kleyer*'sche Tafel, ein andermal auf die 7stellige Vega'sche Tafel von *Bremiker* bezogen. — Der praktische Gebrauch jeder anderen Tafel wird nach gehörigem Verständnis nachstehender Regeln ebenfalls keine Schwierigkeiten mehr bieten.

---

1). Ueber das Aufsuchen der Logarithmen zu gegebenen Zahlen.

a). Regeln für gegebene ganze Zahlen.

Regel 1. Man findet den Logarithmus einer gegebenen **ganzen** Zahl, indem man zuerst die Kennziffer bestimmt — dieselbe ist nach dem Zusatz 1, Seite 56, gleich der **um Eins verminderten Anzahl der Stellen der gegebenen Zahl** — . . . . so sind z. B.:

die Kennziffern	aller	**einziffrigen**	Zahlen	=	0
„	„	**zwei-** „	„	=	1
„	„	**drei-** „	„	=	2
„	„	**vier-** „	„	=	3
		u. s. f.			

dann die gegebene Zahl in der Tafel sucht, die zu dieser Zahl gehörige Log.-Mantisse der Tafel entnimmt und jener Kennziffer anhängt, beide aber durch ein Dezimalkomma trennt.

Zum Aufsuchen der gegebenen Zahlen in der Tafel, bezw. zum Aufsuchen der zu diesen Zahlen gehörigen Log.-Mantissen beachte man folgende Regeln, und zwar:

bei Benutzung der Kleyer'schen fünf-stelligen Tafel

die Regeln:

Regel 2. Die **ein-** und **zweiziffrigen** Zahlen (nämlich die Zahlen von 1—99) findet man auf Seite 4 in den mit „N" bezeichneten Vertikalkolonnen; die Log.-Mantissen dieser Zahlen stehen unmittelbar daneben in den Vertikalkolonnen, welche mit „Log" bezeichnet sind.

Man siehe auch die Regel 4 und die Erkl. 46.

Nach den Regeln 1 und 2 findet man z. B.:

log 6 = 0,77 815 (Seite 4)
log 20 = 1,30 103 („ „)
log 98 = 1,99 123 („ „)

bei Benutzung der Vega'schen sieben-stelligen Tafel
(von *Bremiker*)

die Regeln:

Regel 2ª. Die **ein-**, **zwei-** und **dreiziffrigen** Zahlen (nämlich die Zahlen von 1—999) findet man auf den Seiten 2 bis 5 in den mit „N" bezeichneten Vertikalkolonnen; die Log.-Mantissen dieser Zahlen stehen unmittelbar daneben in den Vertikalkolonnen, welche mit „Log" bezeichnet sind.

Man siehe auch die Regel 4ª u. die Erkl. 46ª.

Nach den Regeln 1 und 2ª findet man z. B.:

log 6 = 0,778 1513 (Seite 2)
log 20 = 1,301 0300 („ 2)
log 98 = 1,991 2261 („ 2)
log 408 = 2,610 6602 („ 3)
log 627 = 2,797 2675 („ 4)
log 989 = 2,995 1963 („ 5)

Regel 3. Die **dreiziffrigen** Zahlen (nämlich die Zahlen 1—999) findet man auf den Seiten 5—22, und zwar nur in den ersten Vertikalkolonnen, nämlich nur in denjenigen, welche mit „N“ bezeichnet sind, hierbei hat man jedoch zu beachten, dass nur die Zahlen vollständig angegeben sind, deren dritte Ziffer eine Null ist. Die Log.-Mantissen dieser dreistelligen Zahlen stehen rechts neben denselben in den 2ten Vertikalkolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „0“ bezeichnet sind, wobei man zu beachten hat, dass nur dann die zwei ersten Ziffern der Log.-Mantissen angegeben sind, wenn sie von den zwei ersten Ziffern der direkt vorhergehenden Log.-Mantisse verschieden sind.

Nach den Regeln 1 und 3 findet man z. B.:

log 105 = 2,02 119	(Seite 5)	
log 106 = 2,02 531	(„ 5)	
log 107 = 2,02 938	(„ 5)	
log 177 = 2,24 797	(„ 6)	
log 230 = 2,36 173	(„ 7)	
log 280 = 2,44 716	(„ 8)	
log 475 = 2,67 669	(„ 12)	
log 645 = 2,80 956	(„ 15)	
log 851 = 2,92 993	(„ 20)	
log 999 = 2,99 957	(„ 22)	u. s. f.

Regel 3a. Die **vierziffrigen** Zahlen (nämlich die Zahlen 1—9999) findet man auf den Seiten 6—185, und zwar nur in den ersten Vertikalkolonnen, nämlich nur in denjenigen, welche mit „N“ bezeichnet sind, hierbei hat man jedoch zu beachten, dass nur die Zahlen vollständig angegeben sind, deren vierte Ziffer eine Null ist. Die Log.-Mantissen dieser 4stelligen Zahlen stehen rechts neben denselben in den 2ten Vertikalkolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „0“ bezeichnet sind, wobei man zu beachten hat, dass nur dann die 3 ersten Ziffern der Log.-Mantissen angegeben sind, wenn sie von den drei ersten Ziffern der direkt vorhergehenden Log.-Mantisse verschieden sind.

Nach den Regeln 1 und 3a findet man z. B.:

log 1001 = 3,000 4341	(Seite 6)	
log 1002 = 3,000 8677	(„ 6)	
log 1060 = 3,025 3059	(„ 7)	
log 1124 = 3,050 7663	(„ 8)	
log 1351 = 3,130 6553	(„ 13)	
log 2089 = 3,319 9384	(„ 27)	
log 4425 = 3,645 9133	(„ 74)	
log 5996 = 3,777 8616	(„105)	
log 8919 = 3,950 3162	(„164)	
log 9940 = 3,997 3864	(„184)	
log 9999 = 3,999 9566	(„185)	u. s. f.

Regel 4. Die **ein-, zwei-, drei-** und die **mehrziffrigen** Zahlen, **deren weitere Ziffern Nullen sind,** findet man ebenfalls auf den Seiten 5—22, und zwar wieder nur in den ersten Kolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „N“ bezeichnet sind, und zwar:

die **einziffrigen,** wenn man den in diesen Kolonnen stehenden 3ziffrigen Zahlen, deren zwei letzten Ziffern Nullen sind, diese beiden letzten Ziffern wegnimmt;

die **zweiziffrigen,** wenn man den in jenen Kolonnen stehenden dreiziffrigen Zahlen, deren je eine letzte Ziffer eine Null ist, diese letzten Ziffern wegnimmt;

die **mehr als dreiziffrigen** Zahlen, **deren weitere Ziffern Nullen sind,** findet man, indem man den in jenen Kolonnen stehenden dreiziffrigen Zahlen soviele Nullen anhängt, als erforderlich sind, um jene gedachte mehrziffrige Zahl zu erhalten.

Regel 4a. Die **ein-, zwei-, drei-, vier-** und die **mehrziffrigen** Zahlen, **deren weitere Ziffern Nullen sind,** findet man ebenfalls auf den Seiten 6—185, und zwar wiederum nur in den ersten Kolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „N“ bezeichnet sind, und zwar:

die **einziffrigen,** wenn man den in diesen Kolonnen stehenden 4ziffrigen Zahlen, deren drei letzten Ziffern Nullen sind, diese 3 letzten Ziffern wegnimmt;

die **zweiziffrigen,** wenn man den in jenen Kolonnen stehenden 4ziffrigen Zahlen, deren zwei letzten Ziffern Nullen sind, diese 2 letzten Ziffern wegnimmt;

die **dreiziffrigen,** wenn man den in jenen Kolonnen stehenden 4ziffrigen Zahlen, deren je eine letzte Ziffer eine Null ist, diese letzten Ziffern wegnimmt;

die **mehr- als vierziffrigen** Zahlen, **deren weitere Ziffern Nullen sind,** findet man schliesslich, indem man den in jenen

Die Log.-Mantissen aller dieser hier erwähnten Zahlen stehen rechts neben denselben und zwar wiederum in den 2ten Vertikalkolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „0" bezeichnet sind.

Im übrigen siehe man die **Regeln** 3 und 5, und den Zusatz 1, Seite 63.

Nach den Regeln 1 und 4 findet man z. B.:

log 6	= 0,77 815	(Seite 15)	
log 8	= 0,90 309	(„ 19)	
log 20	= 1,30 103	(„ 7)	
log 43	= 1,63 347	(„ 11)	
log 98	= 1,99 123	(„ 22)	
log 1050	= 3,02 119	(„ 5)	
log 10500	= 4,02 119	(„ 5)	
log 105000	= 5,02 119	(„ 5)	
log 17700	= 4,24 797	(„ 6)	
log 6450	= 3,80 956	(„ 15)	
log 9990000	= 6,99 957	(„ 22)	u. s. f.

Erkl. 46. Aus vorstehender Regel 4 ersieht man, dass die Log.-Mantissen der **ein- und zweiziffrigen** Zahlen wegbleiben können (ebenso wie die sämmtlichen Kennziffern weggelassen wurden). In den meisten 5stelligen Tafeln sind sie jedoch enthalten, und zwar einmal aus dem Grunde, damit die Tafel vollständig ist, und zweitens, weil es oft vorkommt, dass man zugleich die Log.-Mantissen mehrerer ein- und zweiziffriger Zahlen zu suchen hat und dieselben, da sie alsdann nicht weit von einander abstehen, ohne vieles Blättern finden kann. Letzteres ist besonders bei den 7stelligen Tafeln von grossem Werte.

Regel 5. Die **vierziffrigen** Zahlen (nämlich die Zahlen 1001—9999) findet man wiederum auf den Seiten 5—22, und zwar indem man den dreiziffrigen Zahlen, welche in den mit „N" bezeichneten Vertikalkolonnen stehen, der Reihe nach die Ziffern: 0, 1, 2, 3, 4 . . . 9 mit welchen die übrigen Vertikalkolonnen über- und unterschrieben sind, als vierte Ziffer anhängt.

Die Log.-Mantisse einer vierziffrigen gegebenen Zahl wird gefunden, indem man die 3 ersten Ziffern der gegebenen

Kolonnen stehenden vierziffrigen Zahlen soviele Nullen anhängt, als erforderlich sind, um jene gedachte mehrziffrige Zahl zu erhalten.

Die Log.-Mantissen aller dieser hier erwähnten Zahlen stehen rechts neben denselben und zwar wiederum in den 2ten Vertikalkolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „0" bezeichnet sind.

Im übrigen siehe man die Regel 3 und den Zusatz 1, Seite 63.

Nach den Regeln 1 und 4a findet man z. B.:

log 6	= 0,778 1513	(Seite 106)	
log 8	= 0,903 0900	(„ 146)	
log 20	= 1,301 0300	(„ 26)	
log 43	= 1,633 4685	(„ 72)	
log 98	= 1,991 2261	(„ 182)	
log 395	= 2,596 5971	(„ 65)	
log 408	= 2,610 6602	(„ 67)	
log 627	= 2,797 2675	(„ 111)	
log 989	= 2,995 1963	(„ 183)	
log 100100	= 5,000 4341	(„ 6)	
log 11240	= 4,050 7663	(„ 8)	
log 1124000	= 6,050 7663	(„ 8)	
log 135100	= 5,130 6553	(„ 13)	
log 44250	= 4,645 9133	(„ 74)	
log 8919000	= 6,950 3162	(„ 164)	
log 9999000	= 6,999 9566	(„ 185)	u. s. f.

Erkl. 46a. Aus vorstehender Regel 4a ersieht man, dass in 7stelligen Tafeln die Log.-Mantissen der **ein-, zwei- und dreiziffrigen** Zahlen wegbleiben könnten (ebenso wie die sämmtlichen Kennziffern weggelassen wurden). In allen 7stelligen Tafeln sind sie jedoch enthalten und zwar aus dem Grunde, dass, wenn die Log.-Mantissen mehrerer ein-, zwei- und dreiziffriger Zahlen auf einmal zu suchen sind (wie es oft bei nummerischen Berechnungen vorkommt), man dieselben ohne vieles Blättern finden kann.

Regel 5a. Die **fünfziffrigen** Zahlen (nämlich die Zahlen 10001 bis 99999) findet man wiederum auf den Seiten 6—185, und zwar indem man den vierziffrigen Zahlen, welche in den mit „N" bezeichneten Vertikalkolonnen stehen, der Reihe nach die Ziffern: 0, 1, 2, 3, 4 . . . 9 mit welchen die übrigen Vertikalkolonnen über- und unterschrieben sind, als fünfte Ziffer anhängt.

Die Log.-Mantisse einer fünfziffrigen gegebenen Zahl wird gefunden, indem man die 4 ersten Ziffern der gegebenen

Zahl in der mit „N“ bezeichneten Kolonne sucht und in der Horizontalreihe in welcher diese 3 Ziffern stehen, so weit nach rechts geht, bis man in die Vertikalkolonne kommt, welche mit der 4[ten] Ziffer der gegebenen 4ziffrigen Zahl über- und unterschrieben ist, alsdann hat man mit den daselbst stehenden drei Ziffern die drei letzten Ziffern der gesuchten Log.-Mantisse gefunden. Um nun auch die noch fehlenden zwei ersten Ziffern zu erhalten, untersuche man zuerst, ob bei den soeben gefundenen drei letzten Ziffern **ein Sternchen** steht, dann gehe man in derselben Horizontalreihe wieder nach links bis in die zweite Vertikalkolonne, nämlich in diejenige, welche mit „0“ über- und unterschrieben ist; stand nun bei jenen gefundenen drei letzten Ziffern **kein Sternchen,** so sind die zwei ersten am jetzigen Orte stehenden, bezw. zu denkenden (siehe Regel 3) Ziffern die noch gesuchten zwei fehlenden Ziffern der fraglichen Log.-Mantisse; stand aber bei jenen gefundenen drei letzten Ziffern **ein Sternchen,** so sind die an jetzigem Orte aber in der **nächstfolgenden** Horizontalreihe stehenden zwei ersten Ziffern die noch gesuchten zwei fehlenden Ziffern der in Rede stehenden Log.-Mantisse.

Im übrigen vergl. man die Regeln 3 und 4.

Nach den Regeln 1 und 5 findet man z. B.:

log 1030	= 3,01 284	(Seite 5)
log 1031	= 3,01 326	(„ „)
log 1032	= 3,01 368	(„ „)
log 1037	= 3,01 578	(„ „)
log 1040	= 3,01 703	(„ „)
log 1041	= 3,01 745	(„ „)
log 1042	= 3,01 787	(„ „)
log 1046	= 3,01 953	(„ „)
log 1047	= 3,01 995	(„ „)
log 1048	= 3,01 036**	(„ „)
log 1049	= 3,02 078**	(„ „)
log 1707	= 3,23 223	(„ 6)
log 3323	= 3,52 153	(„ 9)
log 6735	= 3,82 834	(„ 16)
log 6606	= 3,81 994	(„ 16)
log 6607	= 3,82 000**	(„ 16)
log 7766	= 3,89 020**	(„ 18)
log 9334	= 3,97 007**	(„ 21)
log 9778	= 3,99 025**	(„ 22)

) Bei dem Aufschlagen der vorstehenden mit ** bezeichneten Logarithmen hatte man zu berücksichtigen, dass in der Tafel die 3 letzten Stellen der betr. Log.-Mantissen mit **Sternchen versehen waren.

Zahl in der mit „N“ bezeichneten Kolonne sucht und in der Horizontalreihe in welcher diese 4 Ziffern stehen, so weit nach rechts geht, bis man in die Vertikalkolonne kommt, welche mit der 5[ten] Ziffer der gegebenen 5ziffrigen Zahl über- und unterschrieben ist, alsdann hat man mit den daselbst stehenden vier Ziffern die vier letzten Ziffern der gesuchten Log.-Mantisse gefunden. Um nun auch die noch fehlenden drei ersten Ziffern zu erhalten, untersuche man zuerst, ob über den soeben gefundenen vier letzten Ziffern **ein Strich** steht, dann gehe man in derselben Horizontalreihe wieder nach links bis in die zweite Vertikalkolonne, nämlich in diejenige, welche mit „0“ über- und unterschrieben ist; stand nun über jenen gefundenen 4 letzten Ziffern **kein Strich,** so sind die drei ersten am jetzigen Orte stehenden, bezw. zu denkenden (siehe Regel 3[a]) Ziffern die noch gesuchten drei fehlenden Ziffern der fraglichen Log.-Mantisse; stand aber über jenen gefundenen vier letzten Ziffern **ein Strich,** so sind die an jetzigem Orte aber in der **nächstfolgenden** Horizontalreihe stehenden drei ersten Ziffern die noch gesuchten drei fehlenden Ziffern der in Rede stehenden Logarithmen-Mantisse.

Nach den Regeln 1 und 5[a] findet man z. B.:

log 10030	= 4,001 3009	(Seite 6)
log 10031	= 4,001 3442	(„ „)
log 10032	= 4,001 3875	(„ „)
log 10038	= 4,001 6472	(„ „)
log 10040	= 4,001 7337	(„ „)
log 10041	= 4,001 7770	(„ „)
log 10042	= 4,001 8202	(„ „)
log 10045	= 4,001 9499	(„ „)
log 10046	= 4,001 9932	(„ „)
log 10047	= 4,002 0364**	(„ „)
log 10048	= 4,002 0796**	(„ „)
log 10604	= 4,025 4697	(„ 7)
log 12863	= 4,109 3423	(„ 11)
log 21096	= 4,324 2001	(„ 28)
log 28529	= 4,455 2865	(„ 43)
log 37081	= 4,569 1514	(„ 60)
log 46864	= 4,670 8394	(„ 79)
log 56234	= 4,749 9990	(„ 98)
log 56235	= 4,750 0067**	(„ 98)
log 78168	= 4,893 0290**	(„ 142)
log 78887	= 4,897 0054**	(„ 143)
log 85115	= 4,930 0061**	(„ 156)

log 91838 = 4,963 0224** (Seite 169)
log 99542 = 4,998 0064** („ 185)

**) Bei dem Aufschlagen der vorstehenden mit ** bezeichneten Logarithmen hatte man zu beachten, dass in der Tafel die 4 letzten Stellen der betreffenden Log.-Mantissen mit Strichen überschrieben sind.

Regel 6. Die Logarithmen der Zahlen: **Eins, Zehn, Hundert, Tausend** etc., nämlich aller derjenigen Zahlen, welche Potenzen von 10 sind,

(es ist: $1 = 10^0$, $10 = 10^1$, $100 = 10^2$, $1000 = 10^3$ etc.)

bestehen nur aus der nach Regel 1 zu bestimmenden **Kennziffer**, indem die Mantissen derselben sämmtlich = Null sind (vergl. Lehrsatz 8, Seite 53). Bei logarithmischen Rechnungen ersetzt man die diesen Logarithmen fehlenden Mantissenstellen durch 5 Nullen, und zwar deshalb, um denselben eine mit den übrigen Logarithmen übereinstimmende Form zu geben.

Man schreibt z. B. **nicht**:

log 1 = 0 (siehe Lehrs. 1, S. 18)
log 10 = 1
log 100 = 2
log 1000 = 3
log 10000 = 4 u. s. f.,

sondern:

log 1 = 0,00 000
log 10 = 1,00 000
log 100 = 2,00 000
log 1000 = 3,00 000
log 10000 = 4,00 000 u. s. f.

In der Tafel sind die Log.-Mantissen der Zahlen: 1, 10, 100, 1000 ebenfalls je durch 5 Nullen angegeben.

Regel 6ª. Die Logarithmen der Zahlen: **Eins, Zehn, Hundert, Tausend, Zehntausend** etc., nämlich aller derjenigen Zahlen, welche Potenzen von 10 sind,

(es ist: $1 = 10^0$, $10 = 10^1$, $100 = 10^2$, $1000 = 10^3$ etc.)

bestehen nur aus der nach Regel 1 zu bestimmenden **Kennziffer**, indem die Mantissen derselbsn sämmtlich = Null sind (vergl. Lehrs. 8, Seite 53). Bei logarithmischen Rechnungen ersetzt man die diesen Logarithmen fehlenden Mantissenstellen durch **7** Nullen, und zwar deshalb, um denselben eine mit den übrigen Logarithmen übereinstimmende Form zu geben.

Man schreibt z. B. **nicht**:

log 1 = 0 (siehe Lehrs. 1, Seite 13)
log 10 = 1
log 100 = 2
log 1000 = 3
log 10000 = 4
log 100000 = 5 u. s. f.,

sondern:

log 1 = 0,000 0000
log 10 = 1,000 0000
log 100 = 2,000 0000
log 1000 = 3,000 0000
log 10000 = 4,000 0000
log 100000 = 5,000 0000 u. s. f.

In der Tafel sind die Log.-Mantissen der Zahlen: 1, 10, 100, 1000, 10000 ebenfalls je durch 7 Nullen angegeben.

Erkl. 47. Da in den 5stelligen Tafeln mehr als vierziffrige **nicht** enthalten sind, so enthalten dieselben auch nicht mehr die Log.-Mantissen solcher Zahlen.

Soll man aber die Logarithmen mehr als vierziffriger Zahlen bestimmen, so kann dies bei Benutzung von fünfstelligen Tafeln auf indirektem Wege mittelst den nachstehenden Regeln 7—10 geschehen.

Erkl. 47ª. Da in den 7stelligen Tafeln mehr als fünfziffrige Zahlen **nicht** enthalten sind, so enthalten dieselben auch nicht mehr die Log.-Mantissen solcher Zahlen.

Soll man aber die Logarithmen mehr als fünfziffriger Zahlen bestimmen, so kann dies bei Benutzung von siebenstelligen Tafeln auf indirektem Wege mittelst den nachstehenden Regeln 7ª bis 10ª geschehen.

Regel 7. Hat man den Logarithmus einer mehr als **vier**ziffrigen Zahl zu bestimmen und sind die der vierten Ziffer dieser gegebenen Zahl nachfolgenden Ziffern **Nullen**, so bestimme man nach der Regel 1 die Kennziffer und

Regel 7ª. Hat man den Logarithmus einer mehr als **fünf**ziffrigen Zahl zu bestimmen und sind die der fünften Ziffer dieser gegebenen Zahl nachfolgenden Ziffern **Nullen**, so bestimme man nach der Regel 1 die Kennziffer und

suche zu den vier ersten Ziffern der gegebenen Zahl nach der Regel 5 die in der Tafel enthaltene Log.-Mantisse.

Man vergl. hiermit den Lehrs. 12, Seite 62, und die Regeln 4 und 6.

Hiernach findet man z. B.:

$log\,10300 = 4{,}01\,284$ (Seite 5)
$log\,1030000 = 6{,}01\,284$ („ 5)
$log\,170700 = 5{,}23\,223$ („ 6)
$log\,6735000 = 6{,}82\,834$ („ 16)
$log\,104800 = 5{,}02\,036$** („ 5)
$log\,660700 = 5{,}82\,000$** („ 16)
$log\,7766000 = 6{,}89\,020$** („ 18)
$log\,977800 = 5{,}99\,025$** („ 22)

**) Bei dem Aufschlagen der vorstehenden mit ** bezeichneten Logarithmen hat man zu beachten, dass in der Tafel die 3 letzten Stellen der betreffenden Log.-Mantisse mit einem Sternchen versehen sind.

Regel 8.*) Hat man den Logarithmus einer mehr als **vierziffrigen** Zahl zu bestimmen und ist dieselbe eine solche Zahl, welche in Faktoren zerlegt werden kann, so zerlege man die gegebene Zahl in solche Faktoren, welche höchstens **vierziffrig** sind, bestimme alsdann die Logarithmen der einzelnen Faktoren und addiere dieselben.

Man vergl. hiermit den Lehrsatz 3, Seite 14, und die nachstehenden Regeln 9 und 10.

Nach der Regel 1 und dieser Regel 8 erhält man z. B.:

$$\begin{aligned} log\,19694 &= log(2.9847) = log\,2 + log\,9847 \\ &= 0{,}30\,103 + 3{,}99\,330 \\ &= 4{,}29\,433 \\ log\,42225 &= log(5.8445) = log\,5 + log\,8445 \\ &= 0{,}69\,897 + 3{,}92\,660 \\ &= 4{,}62\,557 \\ log\,66276 &= log(9.7364) = log\,9 + log\,7364 \\ &= 0{,}95\,424 + 3{,}86\,711 \\ &= 4{,}82\,135 \\ log\,375615 &= log(45.8347) = log\,45 + log\,8347 \\ &= 1{,}65\,321 + 3{,}92\,153 \\ &= 5{,}57\,474 \end{aligned}$$

*) Diese Regel 8 findet meistens nur bei kleinen, also bei 4- und 5stelligen Tafeln und da nur in den Fällen Anwendung in welchen die nachstehende Regel 9 kein genügend genaues Resultat ergeben sollte.

Erkl. 48. Um eine allgemeine Regel für das Auffinden der Logarithmen von beliebigen **fünf-** und **mehrziffrigen** Zahlen aufstellen zu können, dient folgende Betrachtung:

Subtrahiert man die Logarithmen je zweier aufeinanderfolgenden 4ziffrigen Zahlen, so findet man, dass diese Logarithmen nur in den

suche zu den fünf ersten Ziffern der gegebenen Zahl nach der Regel 5ª die in der Tafel enthaltenen Log.-Mantisse.

Man vergl. hiermit den Lehrsatz 12, S. 62, und die Regeln 4ª und 6ª.

Hiernach findet man z. B.:

$log\,111530 = 5.047\,3917$ (Seite 8)
$log\,1277700 = 6{,}106\,4289$ („ 11)
$log\,28282000 = 7{,}451\,5101$ („ 42)
$log\,3674500 = 6{,}565\,1983$ („ 59)
$log\,44361000 = 7{,}647\,0013$** („ 74)
$log\,468880 = 5{,}671\,0617$** („ 79)
$log\,5546900 = 6{,}744\,0503$** („ 96)
$log\,76737000 = 7{,}885\,0048$** („ 139)

**) Bei dem Aufschlagen der vorstehenden mit ** bezeichneten Logarithmen hat man zu beachten, dass in der Tafel die 4 letzten Stellen der betreffenden Log.-Mantisse mit einem Strich überschrieben sind.

Regel 8ª.*) Hat man den Logarithmus einer mehr als **fünfziffrigen** Zahl zu bestimmen und ist dieselbe eine solche Zahl, welche in Faktoren zerlegt werden kann, so zerlege man die gegebene Zahl in solche Faktoren, welche höchstens **fünfziffrig** sind, bestimme alsdann die Logarithmen der einzelnen Faktoren und addiere dieselben.

Man vergl. hiermit den Lehrsatz 3, Seite 14, und die nachstehenden Regeln 9ª und 10ª.

Nach der Regel 1 und dieser Regel 8ª erhält man z. B.:

$$\begin{aligned} log\,6925875 &= log\,(75\,.\,92345) \\ &= log\,75 + log\,92345 \\ &= 1{,}875\,0613 + 4{,}965\,4134 \\ &= 6{,}840\,4747 \\ log\,12045168 &= log\,(144\,.\,83647) \\ &= log\,144 + log\,83647 \\ &= 2{,}158\,3625 + 4{,}922\,4504 \\ &= 7{,}080\,8129 \\ log\,87393168 &= log\,(1296\,.\,67433) \\ &= log\,1296 + log\,67433 \\ &= 3{,}112\,6050 + 4{,}828\,8725 \\ &= 7{,}941\,4775 \end{aligned}$$

*) Diese Regel 8ª findet nur in den höchst seltenen Fällen Anwendung, wenn die nachstehende Regel 9ª kein genügend genaues Resultat ergeben sollte.

Erkl. 48ª. Um eine allgemeine Regel für das Auffinden der Logarithmen von beliebigen **sechs-** und **mehrziffrigen** Zahlen aufstellen zu können, dient folgende Betrachtung:

Subtrahiert man die Logarithmen je zweier aufeinanderfolgenden 5ziffrigen Zahlen, so findet man, dass diese Logarithmen nur in den

drei letzten Stellen verschieden sind und dass die bei der Subtraktion erhaltenen Differenzen für kleine Zwischenräume, also für mehrere kurz aufeinanderfolgende Logarithmen meistens **gleich** sind.

Man findet z. B.:

		Differenzen:
log 5380	= 3,73 078	
log 5381	= 3,73 086	 8
log 5382	= 3,73 094	 8
log 5383	= 3,73 102	 8
log 5384	= 3,73 111	 9
log 5385	= 3,73 119	 8
log 5386	= 3,73 127	 8

Auf analoge Weise findet man auch:

log 53800	= 4,73 078	
log 53810	= 4,73 086	 8
log 53820	= 4,73 094	 8
log 53830	= 4,73 102	 8
log 53840	= 4,73 111	 9
log 53850	= 4,73 119	 8
log 53860	= 4,73 127	 8

Ferner findet man auch:

log 538000	= 5,73 078	
log 538100	= 5,73 086	 8
log 538200	= 5,73 094	 8
log 538300	= 5,73 102	 8
log 538400	= 5,73 111	 9
log 538500	= 5,73 119	 8
log 538600	= 5,73 127	 8

u. s. f.

Aus vorstehenden, der Tafel entnommenen Logarithmen erkennt man Folgendes:

Lässt man irgend eine **vierziffrige** Zahl, z. B. die Zahl 5380, um **eine Einheit**, oder eine **fünfziffrige** Zahl, z. B. 53800 um **zehn Einheiten**, oder eine **sechsziffrige** Zahl, z. B. 538000 um **hundert Einheiten** u. s. f. wachsen, so wachsen die Log.-Mantissen für die gegebenen Beispiele (meistens) je um 8 Einheiten; lässt man ferner jene vierziffrige Zahl 5380, bezw. jene fünfziffrige Zahl 53800, oder jene sechsziffrige Zahl 538000 der Reihe nach um: 2, 3, 4 ... 9, bezw. um 2.10, 3.10. 4.10 ... 9.10, oder um: 2.100, 3.100, 4.100 ..... 9.100 Einheiten wachsen, so wachsen auch die zu diesen Log.-Mantissen, bezw. der Reihe nach um: 2, 3, 4 .... 9 **mal** 8 Einheiten.

vier letzten Stellen verschieden sind und dass die bei der Subtraktion erhaltenen Differenzen für kleine Zwischenräume, also für mehrere kurz aufeinanderfolgenden Logarithmen meistens **gleich** sind.

Man findet z. B.:

		Differenzen:
log 70150	= 4,846 0277	
log 70151	= 4,846 0339	... 62
log 70152	= 4,846 0401	... 62
log 70153	= 4,846 0462	... 61
log 70154	= 4,846 0524	... 62
log 70155	= 4,846 0586	... 62
log 70156	= 4,846 0648	... 62
log 70157	= 4,846 0710	... 62

meistens gleich.

Auf analoge Weise findet man auch:

log 701500	= 5,846 0277	
log 701510	= 5,846 0339	... 62
log 701520	= 5,846 0401	... 62
log 701530	= 5,846 0462	... 61
log 701540	= 5,846 0524	... 62
log 701550	= 5,846 0586	... 62
log 701560	= 5,846 0648	... 62
log 701570	= 5,846 0710	... 62

meistens gleich.

Ferner findet man auch:

log 7015000	= 6,846 0277	
log 7015100	= 6,846 0339	... 62
log 7015200	= 6,846 0401	... 62
log 7015300	= 6,846 0462	... 61
log 7015400	= 6,846 0524	... 62
log 7015500	= 6,846 0586	... 62
log 7015600	= 6 846 0648	... 62
log 7015700	= 6,846 0710	... 62

meistens gleich.

u. s. f.

Aus vorstehenden, der Tafel entnommenen Logarithmen erkennt man Folgendes:

Lässt man irgend eine **fünfziffrige** Zahl, z. B. die Zahl 70150 um **eine Einheit**, oder eine **sechsziffrige** Zahl, z. B. 701500 um **zehn Einheiten**, oder eine **siebenziffrige** Zahl, z. B. 7051000 um **hundert Einheiten** u. s. f. wachsen, so wachsen die Log.-Mantissen für die gegebenen Beispiele (meistens) je um 62 Einheiten; lässt man ferner jene fünfziffrige Zahl 70150, bezw. jene sechsziffrige Zahl 701500 oder jene siebenziffrige Zahl 7015000 der Reihe nach um: 2, 3, 4 ... 9, bezw. um: 2.10, 3.10, 4.10 .... 9.10 oder um: 2.100, 3.100, 4.100 ... 9.100 Einheiten wachsen, so wachsen auch die zu diesen Zahlen gehörigen Log.-Mantissen, bezw. der Reihe nach um: 2, 3, 4 .... 9 **mal** 62 Einheiten.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung für** die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes

Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)

„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)

„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)

„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)

„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)

„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)

„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)

„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)

„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**

„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)

„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)

„ 34. **Goniometrie.**

„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)

„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)

„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)

„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)

„ 39. / „ 40. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. v. Heft 33.)

„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**

„ 42. **Logarithmen.**

„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).

„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**

„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)

„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)

„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)

„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)

„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)

„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)

„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)

„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)

„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)

„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)

„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)

„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)

„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)

„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)

„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)

„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)

„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)

„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)

„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)

„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)

„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)

„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.

„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)

„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)

„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)

„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)

„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)

„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72). Mit Anhang u. Schluss der Logarithmen.

„ 74. **Die Wurzeln.**
Inhalt: Alle Lehrsätze, Formeln und Regeln, alle möglichen gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, welche sich auf die Wurzeln beziehen.

„ 75. **Die Wurzeln.** (Forts. v. Heft 74.)

„ 76. dto. („ „ „ 75.)

„ 77. dto. („ „ „ 76.)

„ 78. dto. („ „ „ 77.)

„ 79. dto. („ „ „ 78.)

„ 80. dto. („ „ „ 7[illegible].)

u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

69. Heft. | Preis des Heftes 25 Pf. | Die Logarithmen. Fortsetz. von Heft 68. Seite 81—96.

Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst**, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.**

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 68. — Seite 81—96.

Inhalt:

Ueber das Aufsuchen der Logarithmen zu gegebenen Zahlen; Regeln für gegebene ganze Zahlen und zwar Regel 9 und 10 für fünf- und Regel 9a und 10a für siebenstellige Logarithmen mit vielen Erklärungen und gelösten Beispielen. — Regeln für gegebene gebrochene und gemischte Zahlen und zwar Regel 11 bis 14 mit vielen gelösten Beispielen. — Ungelöste Beispiele.

Stuttgart 1883.

Verlag von Julius Maier.

Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen.
Infolge ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite

Henkel, Prof. Dr., Grundriss der allgemeinen Warenkunde. Für das Selbststudium wie für den Unterricht an Lehranstalten. 3. Auflage. Neu bearb. von Prof. Dr. Feichtinger an der kgl. Industrieschule in München. 8⁰. (XII. 460 S.) M 5. —

Andree-Deckert, Handels- und Verkehrsgeographie. Lehrbuch für Handelsschulen und verwandte Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht bearbeitet von Emil Deckert. Zugleich zweite Auflage von Richard Andree's Handels- und Verkehrsgeographie. (VII. 430 Seiten.) M 4. —

Brude, Adolf, Prof., Das Zeichnen der Stereometrie. Als Vorschule zur darstellenden Geometrie und zum Fachzeichnen für Lehranstalten wie zum Selbstunterricht. 28 Tafeln mit Text. (41 S.) In Carton. hoch 4. M 6. —

Brude, Adolf, Prof., 30 Stereoskopische Bilder aus der Stereometrie. Bezogen auf den Kubus und entnommen dem Werke desselben Verfassers: „Das Zeichnen der Stereometrie". In Futteral. M 3. —

Müller, G. Louis, Rundschrift (Ronde). Sechzehn Blätter Schreibvorlagen. Preisgekrönt. Achte Auflage. In Carton. M 1. —

Müller, G. L. und Wilh. Röhrich, 40 Blätter Schreibvorlagen in Geschäftsformularen und Briefen. Zum Gebrauche an Handels-, Gewerbe- und Fortbildungsschulen, für Zöglinge des Handelsstandes, sowie als Mustervorlagen für Lithographen etc. Im Anschluss an die Musterstücke aus dem schriftlichen Handelsverkehre von Wilh. Röhrich. Zweiter Abdruck. 4. (40 Blätter und 1 Bogen Text.) In Mappe. M 4. —

Bopp, Prof., Grosse Wandtafel des metrischen Systems. Als Anschauungsmittel. In Farbendruck und Colorit. Nebst 1 Bogen Text. In Mappe. M 3. — Aufzug auf Leinen, in Mappe M 2. — mit Stäben und lackirt M 4. —

Leypold, F., k. w. Reg.-Rath a. D., Mineralogische Tafeln. Anleitung zur Bestimmung der Mineralien. 8⁰. (128 S.) M 3. —

Seubert, Karl, Prof. Dr., und Hofrath Prof. Dr. M. Seubert, Handbuch der allgemeinen Warenkunde für das Selbststudium wie für den öffentlichen Unterricht. Mit Holzschnitten. 2. Auflage. Erster Band: Unorganische Warenkunde. Zweiter Band: Organische Warenkunde. 1882. Erscheint in Lieferungen à 1 Mark, vollständig in ca. 10 Lieferungen.

Lexikon der Handelskorrespondenz in neun Sprachen. Deutsch, Holländisch, Englisch, Schwedisch, Französisch, Italienisch, Spanisch, Portugiesisch, Russisch. Mit Beifügung einer vollständigen und ausführlichen Phraseologie zur unmittelbaren Verwendung für die Korrespondenz unter Berücksichtigung der Bedürfnisse auch der in fremden Sprachen weniger Geübten. Nebst Anhang: Wörterbuch der Waren-, geographischen-, Zahlen-, Münz-, Mass- und Gewichts-Namen; technischer und im Eisenbahn-, wie im allgemeinen Handelsverkehr gebräuchlicher Ausdrücke. Briefanfänge und Briefschlüsse; Telegramme, Formulare etc. Bearbeitet von A. Antonoff, G. Bienemann, J. Bos jz., M. W. Brasch, G. Cattaneo, Rud. Ehrenberg, L. F. Huber, C. Lobenhofer, M. Scheck. **Erster Band:** Deutsch, Französisch, Italienisch, Spanisch, Portugiesisch. **Zweiter Band:** Deutsch, Englisch, Holländisch, Schwedisch, Russisch. Pro Lieferung **60** ₰, vollständig in ca. 25 Lieferungen.

Diese Eigenschaft der fünfstelligen Logarithmen, nämlich die Eigenschaft, dass dieselben für **vierziffrige** Zahlen innerhalb des Intervalls von einer zu einer Einheit, für **fünfziffrige** Zahlen innerhalb des Intervalls von zehn zu zehn Einheiten (um so mehr innerhalb des Intervalls von einer zu einer Einheit), für **sechsziffrige** Zahlen innerhalb des Intervalls von hundert zu hundert Einheiten (um so mehr innerhalb des Intervalls von zehn zu zehn Einheiten und innerhalb des Intervalls von einer zu einer Einheit) u. s. f. meistens **aequidifferent**, d. h. **um dasselbe verschieden sind,** fasst man in dem Satze zusammen:

„Die Differenzen je zweier kurz aufeinanderfolgenden 4-, 5-, 6- etc. ziffrigen Zahlen sind (nahezu) proportional den Differenzen der Logarithmen jener Zahlen und umgekehrt“

und diesen Satz benutzt man, wie in nachstehenden Erklärungen 49 bis 51 gezeigt wird, zum Auffinden der Logarithmen der 5-, 6-, 7- etc. ziffrigen Zahlen mittelst fünfstelligen Tafeln.

Erkl. 49. Hat man z. B. den Logarithmus der **fünfziffrigen** Zahl 32476 zu bestimmen, so denke man sich für die 5te Ziffer, nämlich an Stelle der Ziffer 6, **eine Null** gesetzt, wodurch man die der gegebenen Zahl nächst kleinere durch 10 teilbare fünfziffrige Zahl 32470 erhält. Dann suche man nach den Regeln 1 und 7 den Logarithmus dieser (der gegebenen nächst kleineren durch 10 teilbaren) Zahl 32470 und auch zugleich den Logarithmus der der gegebenen nächst grösseren durch 10 teilbaren Zahl 32480.

Man wird erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \log 32\,470 &= 4{,}51\,148 \\ \log 32\,480 &= 4{,}51\,162 \end{aligned}\right] \;\ldots\ldots\; 14 \quad \text{(Differenz)}$$

Da nun nach dem Lehrsatz 14, Seite 65, zu einer grösseren Zahl auch ein grösserer Logarithmus gehört, so liegt offenbar der gesuchte Logarithmus der Zahl 32476 zwischen den Logarithmen der Zahlen 32470 und 32480, d. h. die Mantisse des gesuchten Logarithmus ist um **einige Einheiten** deren Anzahl noch bestimmt werden muss und durch x bezeichnet sei, grösser als die Mantisse des Logarithmus der kleineren Zahl 32470.

Diese noch zu bestimmende Grösse x findet

Diese Eigenschaft der siebenstelligen Logarithmen, nämlich die Eigenschaft, dass dieselben für **fünfziffrige** Zahlen innerhalb des Intervalls von einer zu einer Einheit, für **sechsziffrige** Zahlen innerhalb des Intervalls von zehn zu zehn Einheiten (um so mehr innerhalb des Intervalls von einer zu einer Einheit), für **siebenziffrige** Zahlen innerhalb des Intervalls von hundert zu hundert Einheiten (um so mehr innerhalb des Intervalls von zehn zu zehn Einheiten und innerhalb des Intervalls von einer zu einer Einheit) u. s. f. meistens **aequidifferent**, d. h. **um dasselbe verschieden sind,** fasst man in dem Satze zusammen:

„Die Differenzen je zweier kurz aufeinanderfolgenden 5-, 6-, 7- etc. ziffrigen Zahlen sind (nahezu) proportional den Differenzen der Logarithmen jener Zahlen und umgekehrt“

und diesen Satz benutzt man, wie in nachstehenden Erklärungen 49a bis 51a gezeigt wird, zum Auffinden der Logarithmen der 6-, 7-, 8 etc. ziffrigen Zahlen mittelst siebenstelligen Tafeln.

Erkl. 49a. Hat man z. B. den Logarithmus der **sechsziffrigen** Zahl 477648 zu bestimmen, so denke man sich für die 6te Ziffer, nämlich an Stelle der Ziffer 8, **eine Null** gesetzt, wodurch man die der gegebenen Zahl nächst kleinere durch 10 teilbare sechsziffrige Zahl 477640 erhält. Dann suche man nach den Regeln 1 und 7a den Logarithmus dieser (der gegebenen nächst kleineren durch 10 teilbaren) Zahl 477640 und auch zugleich den Logarithmus der der gegebenen nächst grösseren durch 10 teilbaren Zahl 477650.

Man wird erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \log 477\,640 &= 5{,}679\,1007 \\ \log 477\,650 &= 5{,}679\,1098 \end{aligned}\right] \;\ldots\;\; 91 \quad \text{(Differenz)}$$

Da nun nach dem Lehrsatz 14, Seite 65, zu einer grösseren Zahl auch ein grösserer Logarithmus gehört, so liegt offenbar der gesuchte Logarithmus der Zahl 477648 zwischen den Logarithmen der Zahlen 477640 und 477650, d. h. die Mantisse des gesuchten Logarithmus ist um **einige Einheiten**, deren Anzahl noch bestimmt werden muss und durch x bezeichnet sei, grösser als die Mantisse des Logarithmus der kleineren Zahl 477640.

Diese noch zu bestimmende Grösse x findet

man nach dem in der Erkl. 48 aufgestellten Satze mittelst der Proportion:

$$\frac{32480 - 32470}{32476 - 32470} = \frac{log\,32480 - log\,32470}{log\,32476 - log\,32470}$$

In dieser Proportion stellt nämlich das 1ste **Glied** die Differenz der der gegebenen Zahl nächst grösseren und nächst kleineren durch 10 teilbaren Zahlen dar, dieselbe ist = 10; das 2te **Glied** stellt die Differenz der gegebenen Zahl und der derselben nächst kleineren durch 10 teilbaren Zahl dar, dieselbe ist für das gegeb. Beispiel = 6; das 3te **Glied** stellt die Differenz der Logarithmen der im ersten Gliede stehenden Zahlen dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = 14 und wird gefunden, indem man die letzten Stellen der Log.-Mantissen dieser Zahlen, welche in der Tafel meist nebeneinanderstehen, im Kopfe subtrahiert; das 4te **Glied** endlich stellt die Differenz der im zweiten Gliede stehenden Zahlen dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = x, nämlich gleich der noch zu bestimmenden Grösse, welche zu der Log.-Mantisse der der gegebenen Zahl nächst kleineren durch 10 teilbaren Zahl addiert werden muss, damit man den Logarithmus der gegeb. Zahl erhält.

Hiernach geht vorstehende Proportion über, in:

$$10 : 6 = 14 : x$$

woraus man:

$$x = \frac{6.14}{10} = 6.1,4 = \mathbf{8,4} \text{ erhält.}$$

Zu der Mantisse des Logarithmus der Zahl 32470 müssen also 8,4 Einheiten addiert werden, um den Logarithmus der Zahl 32476 zu erhalten.

Da nun:

$$log\,32470 = 4,51148 \text{ ist,}$$

so ist hiernach:

$$log\,32476 = 4,51148$$
$$+ 8,4 \quad \text{(s. Erkl. 50)}$$
$$\text{oder: } log\,32476 = 4,51156$$

man nach dem in der Erkl. 48a aufgestellten Satze mittelst der Proportion:

$$\frac{477650 - 477640}{477648 - 477640} = \frac{log\,477650 - log\,477640}{log\,477648 - log\,477640}$$

In dieser Proportion stellt nämlich das 1ste **Glied** die Differenz der der gegebenen Zahl nächst grösseren und nächst kleineren durch 10 teilbaren Zahlen dar, dieselbe ist = 10; das 2te **Glied** stellt die Differenz der gegebenen Zahl und der derselben nächst kleineren durch 10 teilbaren Zahl dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = 8; das 3te **Glied** stellt die Differenz der Logarithmen der im 1ten Gliede stehenden Zahlen dar, dieselbe ist für das gegeb. Beispiel = 91 und wird gefunden, indem man die letzten Stellen der Log.-Mantissen dieser Zahlen, welche in der Tafel meist nebeneinanderstehen, im Kopfe subtrahiert; das 4te **Glied** endlich stellt die Differenz der im zweiten Gliede stehenden Zahlen dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = x, nämlich gleich der noch zu bestimmenden Grösse, welche zu der Log.-Mantisse der der gegeb. Zahl nächst kleineren durch 10 teilbaren Zahl addiert werden muss, damit man den Logarithmus der gegebenen Zahl erhält.

Hiernach geht vorstehende Proportion über, in:

$$10 : 8 = 91 : x$$

woraus man:

$$x = \frac{8.91}{10} = 8.9,1 = \mathbf{72,8} \text{ erhält.}$$

Zu der Mantisse des Logarithmus der Zahl 477640 müssen also 72,8 Einheiten addiert werden, um den Logarithmus der Zahl 477648 zu erhalten.

Da nun:

$$log\,477640 = 5,6791007 \text{ ist,}$$

so ist hiernach:

$$log\,477648 = 5,6791007$$
$$+ 72,8 \quad \text{(s. Erkl. 50a)}$$
$$\text{oder: } log\,477648 = 5,6791080$$

Erkl. 50. Da in den Tafeln die **Mantissen** der Logarithmen als für sich bestehende Zahlen dargestellt werden, so vertritt die letzte Ziffer der Mantisse die **Stelle der Einer**, die vorletzte Ziffer die **Stelle der Zehner** u. s. f. Soll nun, wie in den Erkl. 48 und 49 gesagt ist, die **Mantisse** eines Logarithmus um einige Einheiten vergrössert werden, so muss die **letzte Ziffer** der Mantisse (manchesmal auch die 2 letzten Ziffern), welche in diesem Falle als eine für sich bestehende Zahl zu betrachten ist, um jene Einheiten vergrössert werden. Stehen bei jenen Einheiten, um welche eine Log.-Mantisse vergrössert werden soll, **noch Bruchteile**, wie es meistens der Fall ist, so können diese Bruchteile **nicht auch noch** zu der Mantisse addiert werden, indem man zu be-

Erkl. 50a. Da in den Tafeln die **Mantissen** der Logarithmen als für sich bestehende Zahlen dargestellt werden, so vertritt die letzte Ziffer der Mantisse die **Stelle der Einer**, die vorletzte Ziffer die **Stelle der Zehner** u. s. f. Soll nun, wie in den Erkl. 48a und 49a gesagt ist, die **Mantisse** eines Logarithmus um einige Einheiten vergrössert werden, so muss die **letzte Ziffer** der Mantisse (manchesmal auch die 3 letzten Ziffern), welche in diesem Falle als eine für sich bestehende Zahl zu betrachten ist, um jene Einheiten vergrössert werden. Stehen bei jenen Einheiten, um welche eine Log.-Mantisse vergrössert werden soll, **noch Bruchteile**, wie es meistens der Fall ist, so können diese Bruchteile **nicht auch noch** zu der Mantisse addiert werden, indem man zu be-

achten hat, dass die Mantisse noch mit einer Kennziffer verbunden werden muss und alsdann selbst die Dezimalstellen eines Dezimalbruchs auszufüllen hat. Sind daher in solchen Fällen jene Bruchteile kleiner als $\frac{1}{2}$ (kleiner als 0,5), so werden sie bei der Addition einfach weggelassen; sind sie aber gleich $\frac{1}{2}$ oder grösser als $\frac{1}{2}$ (als 0,5), so werden jene zu addierenden Einheiten um eine Einheit erhöht.

z. B:

Sollen zu der Mantisse des Logarithmus: 4,51148 noch 8,4 Einheiten addiert werden, so schreibt man hierfür:

$$\begin{array}{r} 4{,}51\,148 \\ +\,8{,}4 \\ \hline 4{,}51\,156 \end{array}$$

indem man bei der Addition den Bruchteil 0,4, da er kleiner als 0,5 (als $\frac{1}{2}$) ist, einfach weglässt.

Sollen hingegen zu der Mantisse des gegebenen Logarithmus noch 8,7 Einheiten addiert werden, so schreibt man hierfür:

$$\begin{array}{r} 4{,}51\,148 \\ +\,8{,}7 \\ \hline 4{,}51\,157 \end{array}$$

indem man bei der Addition die 8 Einheiten, da der zugehörige Bruchteil = 0,7, nämlich grösser als 0,5 (als $\frac{1}{2}$) ist, um eine Einheit erhöht.

Erkl. 51. Hat man ferner z. B. den Logarithmus der **sechsziffrigen** Zahl 576527 zu bestimmen, so denke man sich für die fünfte und sechste Ziffer, nämlich an Stelle der Ziffern 2 und 7, zwei **Nullen** gesetzt, wodurch man die der gegebenen Zahl nächst kleinere durch 100 teilbare sechsziffrige Zahl 576500 erhält. Dann suche man nach den Regeln 1 und 7 den Logarithmus dieser (der gegebenen Zahl nächst kleineren durch 100 teilbaren) Zahl 576500 und zugleich auch den Logarithmus der der gegebenen nächst grösseren durch 100 teilbaren Zahl 576600.

Man wird erhalten: **Differenz:**

$$\left.\begin{array}{l} \log 576500 = 5{,}76\,080 \\ \log 576600 = 5{,}76\,087 \end{array}\right] \ldots\ldots 7$$

Da nun nach dem Lehrsatz 14, Seite 65, zu einer grösseren Zahl auch ein grösserer Logarithmus gehört, so liegt offenbar der gesuchte Logarithmus der Zahl 576527 zwischen den Logarithmen der Zahlen 576500 und 576600, d. h. die Mantisse des gesuchten Logarithmus ist um einige Einheiten, deren Anzahl noch bestimmt werden muss und durch x bezeichnet sei, grösser als die Mantisse des Logarithmus der kleineren Zahl 576500.

achten hat, dass die Mantisse noch mit einer Kennziffer verbunden werden muss und alsdann selbst die Dezimalstellen eines Dezimalbruchs auszufüllen hat. Sind daher in solchen Fällen jene Bruchteile kleiner als $\frac{1}{2}$ (kleiner als 0,5), so werden sie bei der Addition einfach weggelassen; sind sie aber gleich $\frac{1}{2}$ oder grösser als $\frac{1}{2}$ (als 0,5), so werden jene zu addierenden Einheiten um eine Einheit erhöht.

z. B.:

Sollen zu der Mantisse des Logarithmus, 5,6791007 noch 72,2 Einheiten addiert werden: so schreibt man hierfür:

$$\begin{array}{r} 5{,}679\,1007 \\ +\,72{,}2 \\ \hline 5{,}679\,1079 \end{array}$$

indem man bei der Addition den Bruchteil 0,2, da er kleiner als 0,5 (als $\frac{1}{2}$) ist, einfach weglässt.

Sollen hingegen zu der Mantisse des gegebenen Logarithmus noch 72,8 Einheiten addiert werden, so schreibt man hierfür:

$$\begin{array}{r} 5{,}679\,1007 \\ +\,72{,}8 \\ \hline 5{,}679\,1080 \end{array}$$

indem man bei der Addition die 72 Einheiten, da der zugehörige Bruchteil = 0,8, nämlich grösser als 0,5 (als $\frac{1}{2}$) ist, um eine Einheit erhöht.

Erkl. 51a. Hat man ferner z. B. den Logarithmus der **siebenziffrigen** Zahl 5334289 zu bestimmen, so denke man sich für die sechste und siebente Ziffer, nämlich an Stelle der Ziffern 8 und 9, zwei **Nullen** gesetzt, wodurch man die der gegeb. Zahl nächst kleinere durch 100 teilbare siebenziffr. Zahl 5334200 erhält. Dann suche man nach den Regeln 1 und 7a den Logarithmus dieser (der gegebenen Zahl nächst kleineren durch 100 teilbaren) Zahl 5334200 und zugleich auch den Logarithmus der der gegebenen nächst grösseren durch 100 teilbaren Zahl 5334300.

Man wird erhalten: **Differenz:**

$$\left.\begin{array}{l} \log 5334200 = 6{,}727\,0693 \\ \log 5334300 = 6{,}727\,0774 \end{array}\right] \ldots\ldots 81$$

Da nun nach dem Lehrsatz 14, Seite 65, zu einer grösseren Zahl auch ein grösserer Logarithmus gehört, so liegt offenbar der gesuchte Logarithmus der Zahl 5334289 zwischen den Logarithmen der Zahlen 5334200 und 5334300, d. h. die Mantisse des gesuchten Logarithmus ist um einige Einheiten, deren Anzahl noch bestimmt werden muss und durch x bezeichnet sei, grösser als die Mantisse des Logarithmus der kleineren Zahl 5334200.

Diese noch zu bestimmende Grösse x findet man nach dem in der Erkl. 48 aufgestellten Satze mittelst der Proportion:

$$\frac{576600 - 576500}{576527 - 576500} = \frac{log\,576600 - log\,576500}{log\,576527 - log\,576500}$$

In dieser Proportion stellt nämlich das 1ste **Glied** die Differenz der der gegebenen Zahl nächst grösseren und nächst kleineren durch 100 teilbaren Zahlen dar, dieselbe ist = 100; das 2te **Glied** stellt die Differenz der gegebenen Zahl und der derselben nächst kleineren durch 100 teilbaren Zahl dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = 27; das 3te **Glied** stellt die Differenz der Logarithmen der im ersten Gliede stehenden Zahlen dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = 7 und wird gefunden, indem man die letzten Stellen der Log.-Mantissen dieser Zahlen, welche in der Tafel meist nebeneinander stehen, im Kopfe subtrahiert; das 4te **Glied** endlich stellt die Differenz der im zweiten Gliede stehenden Zahlen dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = x, nämlich gleich der noch zu bestimmenden Grösse, welche zu der Log.-Mantisse der der gegebenen Zahl nächst kleineren durch 100 teilbaren Zahl addiert werden muss, damit man den Logarithmus der gegebenen Zahl erhält.

Hiernach geht vorstehende Proportion über, in:

$$100:27 = 7:x$$

woraus man:

$$x = \frac{27.7}{100} = 27.0{,}07 = \mathbf{1{,}89} \text{ erhält.}$$

Zu der Mantisse des Logarithmus der Zahl 576500 müssen also 1,89 Einheiten addiert werden, um den Logarithmus der Zahl 576527 zu erhalten.

Da nun:

$$log\,576500 = 5{,}76\,080 \text{ ist,}$$

so ist hiernach:

$$log\,576527 = 5{,}76\,080 + 1{,}89 \quad \text{(siehe Erkl. 50)}$$

oder: $log\,576527 = 5{,}76\,082$

Erkl. 52. Auf analoge Weise, wie in den Erklärungen 49 und 51 angegeben ist, kann man den Logarithmus einer **siebenziffrigen** Zahl u. s. f. finden.

Man vergl. hiermit die Erkl. 54.

Aus vorstehenden Erklärungen 49, 51 und 52 kann man nunmehr für das Aufsuchen der Logarithmen zu **fünf- und mehrziffrigen** Zahlen folgende Regel ableiten:

Diese noch zu bestimmende Grösse x findet man nach dem in der Erkl. 48a aufgestellten Satze mittelst der Proportion:

$$\frac{5334300 - 5334200}{5334289 - 5334200} = \frac{log\,5334300 - log\,5334200}{log\,5334289 - log\,5334200}$$

In dieser Proportion stellt nämlich das 1ste **Glied** die Differenz der der gegebenen Zahl nächst grösseren und nächst kleineren durch 100 teilbaren Zahlen dar, dieselbe ist = 100; das 2te **Glied** stellt die Differenz der gegebenen Zahl und der derselben nächst kleineren durch 100 teilbaren Zahl dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = 89; das 3te Glied stellt die Differenz der Logarithmen der im ersten Gliede stehenden Zahlen dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = 81 und wird gefunden, indem man die letzten Stellen der Log.-Mantissen dieser Zahlen, welche in der Tafel meist nebeneinander stehen, im Kopfe subtrahiert; das 4te **Glied** endlich stellt die Differenz der im zweiten Gliede stehenden Zahlen dar, dieselbe ist für das gegebene Beispiel = x, nämlich gleich der noch zu bestimmenden Grösse, welche zu der Log.-Mantisse der der gegebenen Zahl nächst kleineren durch 100 teilbaren Zahl addiert werden muss, damit man den Logarithmus der gegebenen Zahl erhält.

Hiernach geht vorstehende Proportion über, in:

$$100:89 = 81:x$$

woraus man:

$$x = \frac{89.81}{100} = 89.0{,}81 = \mathbf{72{,}09} \text{ erhält.}$$

Zu der Mantisse des Logarithmus der Zahl 5334200 müssen also 72,09 Einheiten addiert werden, um den Logarithmus der Zahl 5334289 zu erhalten.

Da nun:

$$log\,5334200 = 6{,}727\,0693 \text{ ist,}$$

so ist hiernach:

$$log\,5334289 = 6{,}727\,0693 + 72{,}09 \quad \text{(s. Erkl. 50a)}$$

oder: $log\,5334289 = 6{,}727\,0765$

Erkl. 52a. Auf analoge Weise, wie in den Erklärungen 49a und 51a angegeben ist, kann man den Logarithmus einer **achtziffrigen** Zahl u. s. f. finden.

Man vergl. hiermit die Erkl. 54a.

Aus vorstehenden Erklärungen 49, 51a und 52a kann man nunmehr für das Aufsuchen der Logarithmen zu **sechs- und mehrziffrigen** Zahlen folgende Regel ableiten:

Regel 9. Man findet den Logarithmus irgend einer **fünf-** oder **mehrziffrigen,** allgemein durch „Z" bezeichneten Zahl, wie folgt: Zunächst denke man sich an Stelle derjenigen Ziffern dieser Zahl, welche nach der vierten Ziffer folgen, **Nullen** gesetzt, wodurch man die der gegebenen Zahl nächst kleinere durch 10, bezw. durch 100, 1000 etc. teilbare, allgemein durch „$z_{10}\ldots$" bezeichnete Zahl erhält; dann bestimme man nach den Regeln 1 und 7 den Logarithmus dieser Zahl $z_{10}\ldots$, beachte zugleich, dass die in der Tafel stehende nächstfolgende Mantisse dem Logarithmus der Zahl angehört, welche zu der gegeb. Zahl die nächst grössere durch 10, bezw. durch 100, 1000 etc. teilbare und allgemein durch „$Z_{10}\ldots$" bezeichneten Zahl ist und bestimme die Differenz der Logarithmen dieser Zahlen $Z_{10}\ldots$ und $z_{10}\ldots$, wozu man nur nötig hat die letzten Stellen der in der Tafel meist nebeneinanderstehenden Mantissen zu subtrahieren, was im Kopfe geschehen kann. Schliesslich berechne man aus der Proportion:

$$\frac{Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots}{Z - z_{10}\ldots} = \frac{\log Z_{10}\ldots - \log z_{10}\ldots}{\log Z - \log z_{10}\ldots}$$

in welcher die drei ersten Glieder bekannte (bezw. leicht zu bestimmende) Grössen sind, das vierte Glied, nämlich die **Differenz** der Logarithmen der gegebenen Zahl und der derselben nächst kleineren durch 10, bezw. durch 100 etc. teilbaren Zahl, und diese Differenz addiere man zu der Mantisse des Logarithmus, welcher zu der Zahl gehört, die der gegeb. Zahl die nächst kleinere durch 10, bezw. durch 100, 1000 etc. teilbare Zahl ist, beachte aber dabei die Erkl. 50.

Man vergl. hierüber nachstehende Beispiele und die Regel 10.

Beispiele:

Beispiel 1. $\log 46847 = ?$

Man findet:

$\log 46847 = 4{,}67\,062$ $(= \log 46840)$
$+\; 6{,}3$ [s. nachst. Gleich. b) u. beachte d. Erkl. 50]

oder $\log 46847 = 4{,}67\,068$

Regel 9a. Man findet den Logarithmus irgend einer **sechs-** oder **mehrziffrigen,** allgemein durch „Z" bezeichneten Zahl, wie folgt: Zunächst denke man sich an Stelle derjenigen Ziffern dieser Zahl, welche nach der fünften Ziffer folgen, **Nullen** gesetzt, wodurch man die der gegebenen Zahl nächst kleinere durch 10, bezw. durch 100, 1000 etc. teilbare, allgemein durch „$z_{10}\ldots$" bezeichnete Zahl erhält; dann bestimme man nach den Regeln 1 und 7a den Logarithmus dieser Zahl $z_{10}\ldots$, beachte zugleich, dass die in der Tafel stehende nächstfolgende Mantisse dem Logarithmus der Zahl angehört, welche zu der gegebenen Zahl die nächst grössere durch 10, bezw. durch 100, 1000 etc. teilbare und allgemein durch „$Z_{10}\ldots$" bezeichneten Zahl ist, und bestimme die Differenz der Logarithmen dieser Zahlen $Z_{10}\ldots$ und $z_{10}\ldots$, wozu man nur nötig hat die letzten Stellen der in der Tafel meist nebeneinanderstehenden Mantissen zu subtrahieren, was im Kopfe geschehen kann. Schliesslich berechne man aus der Proportion:

$$\frac{Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots}{Z - z_{10}\ldots} = \frac{\log Z_{10}\ldots - \log z_{10}\ldots}{\log Z - \log z_{10}\ldots}$$

in welcher die drei ersten Glieder bekannte (bezw. leicht zu bestimmende) Grössen sind, das vierte Glied, nämlich die **Differenz** der Logarithmen der gegebenen Zahl und der derselben nächst kleineren durch 10, bezw. durch 100 etc. teilbaren Zahl, und diese Differenz addiere man zu der Mantisse des Logarithmus, welcher zu der Zahl gehört, die der gegeb. Zahl die nächst kleinere durch 10, bezw. durch 100, 1000 etc. teilbare Zahl ist, beachte aber dabei die Erkl. 50a.

Man vergl. hierüber nachstehende Beispiele und die Regel 10a.

Beispiele:

Beispiel 1a. $\log 888657 = ?$

Man findet:

$\log 888657 = 5{,}948\,7307$ $(= \log 888650)$
$+\; 34{,}3$ [s. nachst. Gl. b). u beachte Erkl. 50a]

oder $\log 888657 = 5{,}948\,7341$

Da in diesem Beispiel

$$46847 = Z$$
$$46840 = z_{10}$$
$$46850 = Z_{10}$$

ist und sich $log\, Z_{10} - log\, z_{10} = 9$ aus der Tafel ergibt, so findet man für den Zuwachs x, welcher zur Mantisse des Log. der kleineren Zahl 46840 ($= z_{10}$) addiert werden muss, damit man den gesuchten Log. der Zahl 46847 erhält, aus der Proportion:

a). . . . $10 : 7 = 9 : x$

b). . . . $x = \frac{7.9}{10} = 7.0{,}9 = \mathbf{6{,}3}$

Beispiel 2. $log\, 88869 = ?$

Man findet:

$log\, 88869 = 4{,}94\,871$ ($= log\, 88860$)
$+ 4{,}5$ [s. nachst. Gleich. b). u. beachte d. Erkl. 50]

oder $log\, 88869 = 4{,}94\,876$

Analog wie vorhin erhält man aus der Proportion:

a). . . . $10 : 9 = 5 : x$

b). . . . $x = \frac{9.5}{10} = 9.0{,}5 = \mathbf{4{,}5}$

Beispiel 3. $log\, 444795 = ?$

Man findet:

$log\, 444795 = 5{,}64\,807$ ($= log\, 444700$)
$+ 8{,}55$ [s. nachst. Gleich. b). u. beachte d. Erkl. 50]

oder $log\, 444795 = 5{,}64\,816$

Da in diesem Beispiel

$$444795 = Z$$
$$444700 = z_{100}$$
$$444800 = Z_{100}$$

ist und sich $log\, Z_{100} - log\, z_{100} = 9$ aus der Tafel ergibt, so findet man für den Zuwachs x, welcher zur Log.-Mantisse der kleineren Zahl 444700 ($= z_{100}$) addiert werden muss, damit man den gesuchten Log. der Zahl 444795 erhält, aus der Proportion:

a). . . . $100 : 95 = 9 : x$

b). . . . $x = \frac{95.9}{100} = 95.0{,}09 = \mathbf{8{,}55}$

Diese Gleichung b). kann man auch in der Form schreiben:

$$x = 95.0{,}09 = (90 + 5).0{,}09 = 90.0{,}09 + 5.0{,}09$$

woraus man

c). . . . $x = 9.0{,}9 + 5.0{,}09 = 8{,}1 + 0{,}45$

erhält, was in demselben Beispiel 3, Seite 89, benutzt wird.

Da in diesem Beispiel

$$888657 = Z$$
$$888650 = z_{10}$$
$$888660 = Z_{10}$$

ist und sich $log\, Z_{10} - log\, z_{10} = 49$ aus der Tafel ergibt, so findet man für den Zuwachs x, welcher zur Mantisse des Log. der kleineren Zahl 888650 ($= z_{10}$) addiert werden muss, damit man den gesuchten Log. der Zahl 888657 erhält, aus der Proportion:

a). . . . $10 : 7 = 49 : x$

b). . . . $x = \frac{7.49}{10} = 7.4{,}9 = \mathbf{34{,}3}$

Beispiel 2a. $log\, 6761698 = ?$

Man findet:

$log\, 6761698 = 6{,}8300495$ ($= log\, 6761600$)
$+ 62{,}72$ [s. nachst. Gl b). u. beachte Erkl. 50a]

oder $log\, 6761698 = 6{,}8300558$

Da in diesem Beispiel

$$6761698 = Z$$
$$6761600 = z_{100}$$
$$6761700 = Z_{100}$$

ist und sich $log\, Z_{100} - log\, z_{100} = 64$ aus der Tafel ergibt, so findet man für den Zuwachs x, welcher zur Log.-Mantisse der kleineren Zahl 6761600 addiert werden muss, damit man den gesuchten Log. der Zahl 6761698 erhält, aus der Proportion:

a). . . . $100 : 98 = 64 : x$

b). . . . $x = \frac{98.64}{100} = 98.0{,}64 = \mathbf{62{,}72}$

Diese Gleichung b). kann man auch in der Form schreiben:

$$x = 98.0{,}64 = (90 + 8).0{,}64 = 90.0{,}64 + 8.0{,}64$$

woraus man

c). . . . $x = 9.6{,}4 + 8.0{,}64 = 57{,}6 + 5{,}12$

erhält, was in demselben Beispiel 2a, Seite 89, benutzt wird.

Beispiel 3a. $log\, 54742683 = ?$

Man findet:

$log\, 54742683 = 7{,}7383207$ ($= log\, 54742000$)
$+ 53{,}957$ [s. nachst. Gl. b). u. beachte die Erkl. 50a]

oder $log\, 54742683 = 7{,}7383261$

Da in diesem Beispiel

$$54742684 = Z$$
$$54742000 = z_{1000}$$
$$54743000 = Z_{1000}$$

ist und sich $log\, Z_{1000} - log\, z_{1000} = 79$ aus der Tafel ergibt, so findet man für den Zuwachs x, welcher zur Log.-Mantisse der kleineren Zahl

Beispiel 4. $log\,6761698 = ?$

Man findet:

$log\,6761698 = 6,83\,001 \quad (= log\,6761000)$
$+\,4,886$ [s. nächst. Gl. b). u. beachte d. Erkl. 50]

oder $log\,6761698 = 6,83\,006$

Da in diesem Beispiel

$$6761698 = Z$$
$$6761000 = z_{1000}$$
$$6762000 = Z_{1000}$$

ist und sich $log\,Z_{1000} - log\,z_{1000} = 7$ aus der Tafel ergibt, so findet man für den Zuwachs x, welcher zur Log.-Mantisse der kleineren Zahl 6761000 ($= z_{1000}$) addiert werden muss, damit man den gesuchten Log. der Zahl 6761698 erhält, aus der Proportion:

a). . . . $1000 : 698 = 7 : x$

b). . . . $x = \frac{698.7}{1000} = 698.0,007 = \mathbf{4,886}$

Diese Gleichung b). kann man auch in der Form schreiben:

$$x = 698.0,007 = (600+90+8).0,007 = 600.0,007 + 90.0,007 + 8.0,007$$

woraus man

c). . . $\begin{cases} x = 6.0,7 + 9.0,07 + 8.0,007 \text{ oder:} \\ x = 4,2 + 0,63 + 0,056 \end{cases}$

erhält, was in demselben Beispiel 4, Seite 90, benutzt wird.

54742000 addiert werden muss, damit man den gesuchten Log. der Zahl 54742683 erhält, aus der Proportion:

a). . . . $1000 : 683 = 79 : x$

b). . . . $x = \frac{683.79}{1000} = 683.0,079 = \mathbf{53,957}$

Diese Gleichung b). kann man auch in der Form schreiben:

$$x = 683.0,079 = (600 + 80 + 3).0,079 = 600.0,079 + 80.0,079 + 3.0,079$$

woraus man

c). . . $\begin{cases} x = 6.7,9 + 8.0,79 + 3.0,079 \text{ oder:} \\ x = 47,4 + 6,32 + 0,237 \end{cases}$

erhält, was in demselben Beispiel 3[a], Seite 90, benutzt wird.

In der *Kleyer*'schen Tafel ist, wie überhaupt in den meisten Tafeln, die Berechnung der in vorstehenden Beispielen 1—4 vorkommenden Grössen x dadurch erleichtert, dass auf den Seiten 5—22 in den mit: **P. P.**, das heisst **partes proportionales, Proportionalteile**, überschriebenen letzten Vertikalkolonnen **Täfelchen** beigedruckt sind, in welchen jene mit Hülfe der in der Regel 9 aufgestellten Proportion zu berechnenden Grössen x bereits berechnet sind und daher diesen Täfelchen nur entnommen zu werden brauchen, wodurch sich das Aufschlagen der Logarithmen zu gegebenen **fünf- und mehrziffrigen** Zahlen etwas einfacher, bezw. mechanischer gestaltet und man deshalb statt der Regel 9 meistens nachstehende Regel 10 zur Anwendung bringt:

In den neueren Vega'schen Tafeln ist, wie überhaupt in den meisten Tafeln, die Berechnung der in vorstehenden Beispielen 1[a] bis 3[a] vorkommenden Grössen x dadurch erleichtert, dass auf den Seiten 6—185 in den mit: **P. P.**, d. h. **partes proportionales, Proportionalteile** — überschriebenen letzten Vertikalkolonnen **Täfelchen** beigedruckt sind, in welchen jene mit Hülfe der in der Regel 9[a] aufgestellten Proportion zu berechnenden Grössen x bereits berechnet sind und daher diesen Täfelchen nur entnommen zu werden brauchen, wodurch sich das Aufschlagen der Logarithmen zu gegebenen **sechs- und mehrziffrigen** Zahlen etwas einfacher, bezw. mechanischer gestaltet und man deshalb statt der Regel 9[a] meistens nachstehende Regel 10[a] zur Anwendung bringt:

Regel 10. Man findet den Logarithmus irgend einer **fünf-** oder **mehrziffrigen** Zahl, indem man nach der Regel 1 zunächst die Kennziffer bestimmt, dann nach der Regel 7 die Mantisse zu den vier ersten Ziffern der gegebenen Zahl sucht und niederschreibt (die weiteren Stellen der gegebenen Zahl denke man sich hierbei durch Nullen besetzt), dabei zugleich **die Differenz** dieser Mantisse und der in der Tafel nächstfolgenden, meist rechts danebenstehenden Mantisse bildet (was geschieht, indem man im Kopfe blos die letzten Ziffern der ersten Mantisse von den letzten Ziffern der zweiten Mantisse subtrahiert). Hierauf suche man in der mit „**P. P.**“ überschriebenen Rubrik das Täfelchen, welches mit jener nur in Gedanken gebildeten Differenz überschrieben ist; in diesem Täfelchen suche man nunmehr diejenige vor dem vertikalen Strich stehende Zahl, welche der fünften Ziffer der gegebenen Zahl entspricht, nehme den rechts daneben stehenden Anteil jener Differenz (mit welchem dieses Täfelchen überschrieben ist) und addiere denselben unter Berücksichtigung der Erkl. 50 zu der zuerst niedergeschriebenen Mantisse.

Siehe die nachstehenden Beispiele 1 und 2 und vergl. damit die Beispiele 1 u. 2 der Regel 9.

Hat die gegebene Zahl noch **eine sechste** Ziffer (ist sie also sechsziffrig), so suche man in demselben Täfelchen diejenige vor dem Vertikalstrich stehende Zahl, welche der sechsten Ziffer der gegebenen Zahl entspricht, nehme alsdann den **zehnten Teil** des rechts danebenstehenden Proportionalteils, was man dadurch erreicht, indem man das Komma in demselben um eine Stelle nach links rückt, und addiere mit Berücksichtigung der Erkl. 50 auch noch diesen Proportionalteil zu der niedergeschriebenen Mantisse.

Siehe das nachstehende Beispiel 3 und vergl. damit das Beispiel 3 der Regel 9.

Hat die gegebene Zahl ausserdem noch **eine siebente** Ziffer (ist sie also siebenziffrig), so suche man wiederum

Regel 10a. Man findet den Logarithmus irgend einer **sechs-** oder **mehrziffrigen** Zahl, indem man nach der Regel 1 zunächst die Kennziffer bestimmt, dann nach der **Regel 7a** die Mantisse zu den fünf ersten Ziffern der gegebenen Zahl sucht und niederschreibt (die weiteren Stellen der gegebenen Zahl denke man sich hierbei durch Nullen besetzt), dabei zugleich **die Differenz** dieser Mantisse und der in der Tafel nächstfolgenden, meist rechts danebenstehenden Mantisse bildet (was geschieht, indem man im Kopfe blos die letzten Ziffern der ersten Mantisse von den letzten Ziffern der zweiten Mantisse subtrahiert). Hierauf suche man in der mit „**P. P.**“ überschriebenen Rubrik das Täfelchen, welches mit jener nur in Gedanken gebildeten Differenz überschrieben ist; in diesem Täfelchen suche man nunmehr diejenige vor dem vertikalen Strich stehende Zahl, welche der sechsten Ziffer der gegebenen Zahl entspricht, nehme den rechts daneben stehenden Anteil jener Differenz (mit welchem dieses Täfelchen überschrieben ist) und addiere denselben unter Berücksichtigung der Erkl. 50a zu der zuerst niedergeschriebenen Mantisse.

Siehe das nachstehende Beispiel 1a und vergl. damit das Beispiel 1a der Regel 9a.

Hat die gegebene Zahl noch **eine siebente** Ziffer (ist sie also siebenziffrig), so suche man in demselben Täfelchen diejenige vor dem Vertikalstrich stehende Zahl, welche der siebenten Ziffer der gegebenen Zahl entspricht, nehme alsdann den **zehnten Teil** des rechts danebenstehenden Proportionalteils, was man dadurch erreicht, indem man das Komma in demselben um eine Stelle nach links rückt, und addiere mit Berücksichtigung der Erkl. 50a auch noch diesen Proportionalteil zu der niedergeschriebenen Mantisse.

Siehe das nachstehende Beispiele 2a und vergl. damit das Beispiel 2a der Regel 9a.

Hat die gegebene Zahl ausserdem noch **eine achte** Ziffer (ist sie also achtziffrig), so suche man wiederum

in demselben Täfelchen diejenige vor dem Vertikalstrich stehende Zahl, welche der siebenten Ziffer der gegebenen Zahl entspricht, nehme alsdann den **hundertsten Teil** des rechts danebenstehenden Proportionalteils, was man dadurch erreicht, indem man das Komma in demselben um zwei Stellen nach links rückt, und addiere mit Berücksichtigung der Erkl. 50 auch noch diesen Proportionalteil zu der niedergeschriebenen Mantisse.

Siehe die nachstehenden Beispiele 4—6 und vergl. damit das Beispiel 4 der Regel 9.

In Betreff des Aufsuchens der Logarithmen zu **mehr als siebenziffrigen** Zahlen verfahre man in analoger Weise weiter, bezw. beachte die Erkl. 54.

Beispiele:

Beispiel 1. $log\, 46847 = ?$

Man findet:

$log\, 46847 = 4{,}67\,062$ . . . Diff. = 9
$+ 6{,}3$

oder $log\, 46847 = 4{,}67\,068$ (siehe Erkl. 50)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel nebeneinander stehenden Log.-Mantissen der Zahlen 46840 und 46850 = 9. Sucht man daher das in der Rubrik: P. P. mit 9 überschriebene Täfelchen, so findet man für die fünfte Ziffer der gegebenen Zahl den Proportionalteil 6,3. — Man vergl. hiermit den im Beispiel 1, Seite 85, aus der Gleichung b). sich ergebenden Wert für x.

Beispiel 2. $log\, 88869 = ?$

Man findet:

$log\, 88869 = 4{,}94\,871$ . . . Diff. = 5
$+ 4{,}5$

oder $log\, 88869 = 4{,}94\,876$ (siehe Erkl. 50)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel nebeneinander stehenden Log.-Mantissen der Zahlen 88860 und 88870 = 5. Sucht man daher das in der Rubrik: P. P. mit 5 überschriebene Täfelchen, so findet man für die fünfte Ziffer der gegebenen Zahl den Proportionalteil 4,5. — Man vergl. hiermit den im Beispiel 2, Seite 86, aus der Gleichung b). sich ergebenden Wert für x.

Beispiel 3. $log\, 444795 = ?$

Man findet:

in demselben Täfelchen diejenige vor dem Vertikalstrich stehende Zahl, welche der achten Ziffer der gegebenen Zahl entspricht, nehme alsdann den **hundertsten Teil** des rechts danebenstehenden Proportionalteils, was man dadurch erreicht, indem man das Komma in demselben um zwei Stellen nach links rückt, und addiere mit Berücksichtigung der Erkl. 50[a] auch noch diesen Proportionalteil zu der niedergeschriebenen Mantisse.

Siehe die nachstehenden Beispiele 3a bis 5a und vergl. damit das Beispiel 3a der Regel 9a.

In Betreff des Aufsuchens der Logarithmen zu **mehr als achtziffrigen** Zahlen verfahre man in analoger Weise weiter, bezw. beachte die Erkl. 54[a].

Beispiele:

Beispiel 1[a]. $log\, 888657 = ?$

Man findet:

$log\, 888657 = 5{,}948\,7307$ . . . Diff. = 49
$+ 34{,}3$

oder $log\, 888657 = 5{,}948\,7341$ (siehe Erkl. 50a)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel nebeneinander stehenden Log.-Mantissen der Zahlen 888650 und 888660 = 49. Sucht man daher das in der Rubrik: P. P. mit 49 überschriebenen Täfelchen, so findet man für die sechste Ziffer der gegebenen Zahl den Proportionalteil 34,3. — Man vergl. hiermit den im Beispiel 1a, Seite 85, aus der Gleichung b). sich ergebenden Wert für x.

Beispiel 2[a]. $log\, 6761698 = ?$

Man findet:

$log\, 6761698 = 6{,}830\,0495$ . . . Diff. = 64
$+ 57{,}6$
$+ 5{,}12$

oder $log\, 6761698 = 6{,}830\,0558$ (siehe Erkl. 50a)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel nebeneinander stehenden Log.-Mantissen der Zahlen 6761600 und 6761700 = 64. Sucht man daher das in der Rubrik: P. P. mit 64 überschriebene Täfelchen, so findet man für die sechste Ziffer (9) der gegebenen Zahl den Proportionalteil 57,6, für die siebente Ziffer (8) findet man den Proportionalteil 5,12. — Man vergl. hiermit den im Beispiel 2a, Seite 86, aus der Gleichung b). sich ergebenden Wert für x, für welchen man auch nach der dortigen Gleichung c). = $57{,}6 + 5{,}12$ setzen kann.

$log\,444795 = 5{,}64\,807 \ldots$ Diff. $= 9$
$+ 8{,}1$
$+ 0{,}45$

oder $log\,444795 = 5{,}64\,816$ (siehe Erkl. 50)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel nebeneinanderstehenden Log.-Mantissen der Zahlen 444700 und 444800 = 9. Sucht man daher das in der Rubrik: **P. P.** mit 9 überschriebene Täfelchen, so findet man für die fünfte Ziffer der gegebenen Zahl den Proportionalteil 8,1 und für die sechste Ziffer den Proportionalteil 0,45. — Man vergl. hiermit den im Beispiel 3, Seite 86, aus der Gleichung b). sich ergebenden Wert für x, für welchen man auch nach der dortigen Gleichung c). = 8,1 + 0,45 setzen kann.

Beispiel 4. $log\,6761698 = ?$

Man findet:

$log\,6761698 = 6{,}83\,001 \ldots$ Diff. $= 7$
$+ 4{,}2$
$+ 0{,}63$
$+ 0{,}056$

oder $log\,6761698 = 6{,}83\,006$ (siehe Erkl. 50)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel nebeneinanderstehenden Log.-Mantissen der Zahlen 6761000 und 6762000 = 7. Sucht man daher das in der Rubrik: **P. P.** mit 7 überschriebene Täfelchen, so findet man für die fünfte Ziffer der gegebenen Zahl den Proportionalteil 4,2, für die sechste Ziffer den Proportionalteil 0,63 und für die siebente Ziffer den Proportionalteil 0,056. — Man vergl. hiermit den im Beispiel 4, Seite 87, aus der Gleichung b). sich ergebenden Wert für x, für welchen man auch nach der dortigen Gleichung c). = 4,2 + 0,63 + 0,056 setzen kann.

Beispiel 5. $log\,5169378 = ?$

Man findet:

$log\,5169378 = 6{,}71\,341 \ldots$ Diff. $= 8$
$+ 2{,}4$
$+ 0{,}56$
$+ 0{,}064$

oder $log\,5169378 = 6{,}71\,344$ (siehe Erkl. 50)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel in diesem Falle **zwar nicht nebeneinanderstehenden**, jedoch **aufeinanderfolgenden** Log.-Mantissen der Zahlen 5169000 und 5170000 = 8. Sucht man daher das Täfelchen, welches mit 8 überschrieben ist, so findet man für die zu addierenden Proportionalteile der fünften, sechsten und siebenten Ziffer der gegebenen Zahl der Reihe nach: 2,4, 0,56 und 0,064.

Beispiel 3ª. $log\,54742683 = ?$

Man findet:

$log\,54742683 = 7{,}738\,3207 \ldots$ Diff. $= 79$
$+ 47{,}4$
$+ 6{,}32$
$+ 0{,}237$

oder $log\,54742683 = 7{,}738\,3261$ (siehe Erkl. 50a)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel nebeneinanderstehenden Log.-Mantissen der Zahlen 54742000 und 54743000 = 79. Sucht man daher das in der Rubrik: **P. P.** mit 79 überschriebene Täfelchen, so findet man für die sechste Ziffer der gegebenen Zahl den Proportionalteil 47,4, für die siebente Ziffer den Proportionalteil 6,32 und für die achte Ziffer den Proportionalteil 0,237. — Man vergl. hiermit den im Beispiel 3a, Seite 86, aus der Gleichung b). sich ergebenden Wert für x, für welchen man auch nach der dortigen Gleichung c). = 47,4 + 6,32 + 0,237 setzen kann.

Beispiel 4ª. $log\,36679567 = ?$

Man findet:

$log\,36679567 = 7{,}564\,4175 \ldots$ Diff. $= 118$
$+ 59{,}0$
$+ 7{,}08$
$+ 0{,}826$

oder $log\,36679567 = 7{,}564\,4242$ (siehe Erkl. 50a)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel in diesem Falle **zwar nicht nebeneinanderstehenden**, jedoch **aufeinanderfolgenden** Log.-Mantissen der Zahlen 36679000 und 36680000 = 118. Sucht man daher das Täfelchen, welches mit 118 überschrieben ist, so findet man für die zu addierenden Proportionalteile der sechsten, siebenten und achten Ziffer der gegebenen Zahl der Reihe nach: 59,0, 7,08 und 0,826.

Beispiel 5ª. $log\,477593268 = ?$

Man findet:

$log\,477593268 = 8{,}679\,0552 \ldots$ Diff. $= 91$
$+ 27{,}3$
$+ 1{,}82$
$+ 0{,}546$
$+ 0{,}0728$

oder $log\,477593268 = 8{,}679\,0582$ (siehe Erkl. 50a)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel in diesem Falle **zwar nicht nebeneinanderstehenden**, jedoch **aufeinanderfolgenden** Log.-Mantissen der Zahlen 477590000 und 477600000 = 91. Sucht man daher das Täfelchen, welches mit 91 überschrieben ist, so findet man für die zu addierenden Proportionalteile der sechsten, siebenten, achten und neunten Ziffer der gegebenen Zahl der Reihe nach: 27,3, 1,82, 0,546 und 0,0728.

Beispiel 6. *log* 36394287 = ?

Man findet:

log 36394287 = 7,56 098 . . . Diff. = 12
+ 4,8
+ 0,24
+ 0,096
+ 0,0084

oder *log* 36394287 = 7,56 103 (siehe Erkl. 50)

denn für dieses Beispiel ist die **Differenz** der in der Tafel in diesem Falle zwar nicht **nebeneinanderstehenden,** jedoch **aufeinanderfolgenden** Log.-Mantissen der Zahlen 36390000 und 36400000 = 12. Sucht man daher das Täfelchen, welches mit 12 überschrieben ist, so findet man für die zu addierenden Proportionalteile der fünften, sechsten, siebenten und achten Ziffer der gegebenen Zahl der Reihe nach: 4,8, 0,24, 0,096 und 0,0084.

Erkl. 53. Sollte der Fall eintreten, dass man in der Rubrik: P. P. kein Täfelchen findet, welches mit der betreffenden **Differenz** überschrieben ist, so muss man dasselbe auf den vorhergehenden oder nächstfolgenden Seiten in der Tafel suchen, findet man auch da kein solches, so kann man ohne einen merklichen Fehler zu begehen, zur Bestimmung der Proportionalteile das Täfelchen nehmen, welches mit der Zahl überschrieben ist, die der zu bildenden Differenz **am nächsten** kommt. Will man auch dies nicht, so bestimme man die noch fehlenden Proportionalteile mittelst der in der Regel 9 aufgestellten Proportion.

Erkl. 54. Aus vorstehenden Beispielen 4, 5 und 6 ersieht man, dass die Addition der Proportionalteile, welche man für die siebente Ziffer einer siebenziffrigen Zahl, bezw. für die siebente und achte Ziffer einer achtziffrigen Zahl u. s. f. erhält, **vollständig überflüssig ist,** indem dadurch die zu den sechs ersten Ziffern dieser Zahlen gehörigen und mittelst der Regel 10 bestimmten Log.-Mantissen durchaus keine Aenderungen mehr erleiden, was darin seinen Grund hat, weil sich die Logarithmen von aufeinanderfolgenden sieben- und mehr als siebenziffrigen Zahlen erst in späteren als in der 5ten Dezimalstelle unterscheiden, in **fünfstelligen** Tafeln aber nur die fünf ersten Stellen der Log.-Mantissen enthalten sind. **Hieraus ergibt sich, dass man mittelst fünfstelligen Tafeln höchstens die Log.-Mantissen von sechsziffrigen Zahlen bestimmen kann.**

Erkl. 55. Hat man den Logarithmus einer mehr als sechsziffrigen Zahl mittelst **fünfstelliger** Tafel zu bestimmen, was in der gewöhnlichen Praxis nur höchst selten vorkommt, so setze man für die der sechsten Ziffer nachfolgenden Ziffern Nullen und bestimme unter

Erkl. 53a. Sollte der Fall eintreten, dass man in der Rubrik: P. P. kein Täfelchen findet, welches mit der betreffenden **Differenz** überschrieben ist, so muss man dasselbe auf den vorhergehenden oder nächstfolgenden Seiten in der Tafel suchen, findet man auch da kein solches, so kann man ohne einen merklichen Fehler zu begehen, zur Bestimmung der Proportionalteile das Täfelchen nehmen, welches mit der Zahl überschrieben ist, die der zu bildenden Differenz **am nächsten** kommt. Will man auch dies nicht, so bestimme man die noch fehlenden Proportionalteile mittelst der in der Regel 9a aufgestellten Proportion.

Erkl. 54a. Aus vorstehendem Beispiele 5a ersieht man, dass die Addition der Proportionalteile, welche man für die neunte Ziffer einer neunziffrigen Zahl u. s. f. erhält, **vollständig überflüssig ist,** indem dadurch die zu den acht ersten Ziffern dieser Zahl gehörige und mittelst der Regel 10a bestimmten Log.-Mantisse durchaus keine Aenderung mehr erleidet, was darin seinen Grund hat, weil sich die Logarithmen von aufeinanderfolgenden acht- und mehrziffrigen Zahlen erst in späteren als in der 7ten Dezimalstelle unterscheiden, in **siebenstelligen** Tafeln aber nur die sieben ersten Stellen der Logarithmen-Mantissen enthalten sind. **Hieraus ergibt sich, dass man mittelst siebenstelligen Tafeln höchstens die Log.-Mantissen von achtziffrigen Zahlen bestimmen kann.**

Erkl. 55a. Hat man den Logarithmus einer mehr als achtziffrigen Zahl mittelst **siebenstelliger** Tafel zu bestimmen, was in der gewöhnlichen Praxis nur höchst selten vorkommt, so setze man für die der achten Ziffer nachfolgenden Ziffern Nullen und bestimme unter

Benutzung des Lehrsatzes 12, Seite 62, nach den Regeln 1 und 10 den Logarithmus der somit gebildeten Zahl, welcher Logarithmus bis auf 5 Dezimalstellen genau mit dem Logarithmus der gegebenen Zahl übereinstimmen wird. — Wird ein genaueres Resultat verlangt, so muss man eine grössere, z. B. eine **siebenstellige** Tafel der Berechnung zu Grunde legen.

Benutzung des Lehrsatzes 12, Seite 62, nach den Regeln 1a und 10a den Logarithmus der somit gebildeten Zahl, welcher Logarithmus bis auf 7 Dezimalstellen genau mit dem Logarithmus der gegebenen Zahl übereinstimmen wird. — Wird ein genaueres Resultat verlangt, so muss man noch grössere Tafeln der Berechnung zu Grunde legen.

---

b). Regeln für gegebene gebrochene und gemischte Zahlen.

Die gebrochenen und die gemischten Zahlen treten je in 2 verschiedenen Formen auf, nämlich in Form von **Dezimalbrüchen** oder in Form von **gewöhnlichen Brüchen.**

Die Dezimalbrüche, welche **keine** Ganzen enthalten, werden **echte** oder **reine**, und diejenigen, welche Ganzen enthalten, **unechte** oder **gemischte** Dezimalbrüche genannt.

Die gewöhnlichen Brüche in welchen die Nenner grösser sind als die Zähler, heissen **echte** Brüche im Gegensatz zu denjenigen in welchen die Zähler grösser als die Nenner sind und **unechte** Brüche genannt werden. Werden in letzteren die darin enthaltenen Ganzen ausgeschieden, so entstehen die sogenannten **gemischten** Brüche.

Wie man die Logarithmen zu gegebenen gebrochenen und gemischten Zahlen, bezw. zu gegebenen Dezimalbrüchen und gewöhnlichen Brüchen findet, ist durch folgende Regeln festgestellt:

Regel 11. Hat man den Logarithmus eines gegebenen **unechten** Dezimalbruchs zu bestimmen, so bestimme man zunächst aus den Ganzen desselben die **Kennziffer,** dieselbe ist nach dem Zusatz 1, Seite 58, gleich der um Eins verminderten Anzahl der Stellen, welche die Ganzen des gegebenen Dezimalbruchs ausmachen; dann denke man sich in dem gegebenen Dezimalbruch das Komma weg, suche nach den Regeln 2—10 in der Tafel diejenige Log.-Mantisse, welche zu der hierdurch entstandenen Zahl gehört und schreibe diese Log.-Mantisse der bereits bestimmten Kennziffer bei.

Man siehe hierüber die am Schlusse des Lehrsatzes 10, Seite 57, beigefügten Beispiele 1 und 2.

Hiernach findet man z. B.:

Bei Benutzung der Kleyer'schen fünf-stelligen Tafel:

1). *log* 9,8 = 0,99 123 (nach Regel 11 u. 2)

2). *log* 10,5 = 1,02 119
3). *log* 1,05 = 0,02 119
4). *log* 17,7 = 1,24 797
5). *log* 1,77 = 0,24 797
6). *log* 64,5 = 1,80 956
7). *log* 8,51 = 0,92 993
(nach Regel 11 u. 3)

8). *log* 4,3 = 0,63 347
9). *log* 17,700 = 1,24 797
10). *log* 6,45000 = 0,80 956
(nach Regel 11 u. 4)

11). *log* 103,2 = 2,01 368
12). *log* 10,32 = 1,01 368
13). *log* 1,032 = 0,01 368
14). *log* 10,46 = 1,01 953
15). *log* 1,046 = 0,01 953
16). *log* 33,23 = 1,52 153
17). *log* 66,07 = 1,82 000
18). *log* 7,766 = 0,89 020
19). *log* 933,4 = 2,97 007
(nach Regel 11 u. 5)

20). *log* 67,35000 = 1,82 834
21). *log* 6,60700 = 0,82 000
22). *log* 977,800 = 2,99 025
(nach Regel 11 u. 7)

Nachstehende Beispiele 23 und 24 sind nach den Regeln 11 und 9 berechnet:

23). *log* 468,47 = 2,67 062 (= *log* 468,40)
+ 6,3 (s. nachst. Gleich. b).)
2,67 068 (siehe Erkl. 50)

a). $10 : 7 = 9 : x$

b). $x = \frac{7.9}{10} = 7.0{,}9 = \mathbf{6{,}3}$

24). *log* 4447,95 = 3,64 807 (= *log* 4447,00)
+ 8,55 (s. nachst. Gleich. b).)
3,64816 (siehe Erkl. 50)

a). $100 : 95 = 9 : x$

b). $x = \frac{95.9}{100} = 95.0{,}09 = \mathbf{8{,}55}$

25). *log* 88,869 = 1,94 871
+ 4,5
1,94 876 (s. Erkl. 50)

26). *log* 4447,95 = 3,64 807
+ 8,1
+ 0,45
3,64 816 (s. Erkl. 50)

27). *log* 1845,36 = 3,26 600
+ 6,9
+ 1,38
3,26 608 (s. Erkl. 50)

28). *log* 72473,8 = 4,86 016
+ 1,8
+ 0,48
4,86 018 (s. Erkl. 50)

(25–28 nach der Regel 11 und der Reg. 10)

Bei Benutzung der Vega'schen sieben-stelligen Tafel:

(von *Bremiker*)

1). *log* 9,8 = 0,991 2261
2). *log* 40,8 = 1,610 6602
3). *log* 4,08 = 0,610 6602
4). *log* 98,9 = 1,995 1963
5). *log* 9,89 = 0,995 1963
(nach den Regeln 11 und 2a)

6). *log* 100,1 = 2,000 4341
7). *log* 10,01 = 1,000 4341
8). *log* 1,001 = 0,000 4341
9). *log* 442,5 = 2,645 9133
10). *log* 4,425 = 0,645 9133
11). *log* 99,99 = 1,999 9566
(nach den Regeln 11 und 3a)

12). *log* 39,5 = 1,596 5971
13). *log* 6,27 = 0,797 2675
14). *log* 112,40 = 2,050 7663
15). *log* 11,24000 = 1,050 7663
16). *log* 8,919000 = 0,950 3162
(nach den Regeln 11 und 4a)

17). *log* 100,32 = 2,001 3875
18). *log* 10,032 = 1,001 3875
19). *log* 1,0032 = 0,001 3875
20). *log* 285,29 = 2,455 2865
21). *log* 4,6864 = 0,670 8394
22). *log* 5623,5 = 3,750 0067
23). *log* 5,6235 = 0,750 0067
24). *log* 85,115 = 1,930 0061
25). *log* 995,42 = 2,998 0064
(nach den Regeln 11 und 5a)

26). *log* 111,530 = 2,047 3917
27). *log* 44,361000 = 1,647 0013
28). *log* 5546,900 = 3,744 0503
(nach den Regeln 11 und 7a)

Nachstehende Beispiele 29 und 30 sind nach den Regeln 11 und 9a berechnet:

29). *log* 8886,57 = 3,948 7307 (= *log* 8886,50)
+ 34,3 (s. nachst. Gl b).)
5,948 7341 (siehe Erkl. 50a)

a). $10 : 7 = 49 : x$

b). $x = \frac{7.49}{10} = 7.4{,}9 = \mathbf{34{,}3}$

30). *log* 676169,8 = 5,830 0495 (= *log* 676160,0)
+ 62,72 (s. nachst. Gl. b).)
5,830 0558 (siehe Erkl. 50a)

a). $100 : 98 = 64 : x$

b). $x = \frac{98.64}{100} = 98.0{,}64 = \mathbf{62{,}72}$

31). *log* 67616,9 = 4,830 0495
+ 57,6
4,830 0553 (s. Erkl. 50a)

32). *log* 54742,68 = 4,738 3207
+ 47,4
+ 6,32
4,738 3261 (s. Erkl. 50a)

33). *log* 3667956,7 = 6,564 4175
+ 59,0
+ 7,08
+ 0,826
6,564 4242 (s. Erkl. 50a)

(31–33 nach den Regeln 11 und 10a)

Regel 12. Hat man den Logarithmus **eines gegebenen echten** (reinen) Dezimalbruchs zu bestimmen, so bestimme man zunächst die **Kennziffer**, dieselbe ist nach dem Zusatz 2, S. 58, gleich der Anzahl von sovielen negativen Einheiten, als direkt vor und hinter dem Komma des gegebenen Dezimalbruchs Stellen mit Nullen besetzt sind, dann denke man sich in dem gegebenen Dezimalbruch das Dezimalkomma mit den direkt vor- und dahinterstehenden Nullen weg, suche in der Tafel die Log.-Mantisse, welche der somit gebildet gedachten Zahl angehört, setze vor diese Mantisse ein Komma und eine Null und füge die vorhin bestimmte negative Kennziffer am Schlusse bei.

Man siehe hierüber die am Schlusse des Lehrsatzes 10, Seite 57, beigefügten Beispiele 3 u. 4 und beachte die Erkl. 56.

Hiernach findet man z. B.:

Bei Benutzung der Kleyer'schen **fünf**-stelligen Tafel:

1).	*log* 0,2	= 0,30 103 — 1	(nach den Regeln 12 und 2)
2).	*log* 0,45	= 0,65 321 — 1	
3).	*log* 0,045	= 0,65 321 — 2	
4).	*log* 0,0045	= 0,65 321 — 3	
5).	*log* 0,163	= 0,21 219 — 1	(n. d. Regeln 12 und 3)
6).	*log* 0,0567	= 0,75 358 — 2	
7).	*log* 0,00839	= 0,92 376 — 3	
8).	*log* 0,50	= 0,69 897 — 1	(n. d. Regeln 12 und 4)
9).	*log* 0,03	= 0,47 712 — 2	
10).	*log* 0,3722	= 0,57 078 — 1	(n. d. Regeln 12 und 5)
11).	*log* 0,02555	= 0,40 739 — 2	
12).	*log* 0,6761	= 0,83 001 — 1	
13).	*log* 0,007416	= 0,87 017 — 3	
14).	*log* 0,10	= 0,00 000 — 1	(n. d. Regeln 12 und 6)
15).	*log* 0,010	= 0,00 000 — 2	

Nachstehende Beispiele sind nach den Regeln 12 und 10 berechnet:

16). *log* 0,55823 = 0,74 679 — 1 (= *log* 0,55 820)
+ 2,4 (siehe Erkl. 50)
0,74 681 — 1

17). *log* 0,0268579 = 0,42 894 — 2
+ 11,9
+ 1,5
0,42 907 — 2

Bei Benutzung der Vega'schen **sieben**-stelligen Tafel:
(von *Bremiker*)

1).	*log* 0,68	= 0,832 5089 — 1	(n. d. Regeln 12 und 2a)
2).	*log* 0,0355	= 0,550 2284 — 2	
3).	*log* 0,00987	= 0,994 3172 — 3	
4).	*log* 0,1064	= 0,026 9416 — 1	(n. d. Regeln 12 und 3a)
5).	*log* 0,02184	= 0,339 2526 — 2	
6).	*log* 0,004617	= 0,664 3599 — 3	
7).	*log* 0,465	= 0,667 4530 — 1	(n. d. Regeln 12 und 4a)
8)	*log* 0,046	= 0,662 7578 — 2	
9).	*log* 0,28604	= 0,456 4268 — 1	(n. d. Regeln 12 und 5a)
10).	*log* 0,047687	= 0,678 4000 — 2	
11).	*log* 0,0048643	= 0,687 0204 — 3	
12).	*log* 0,085117	= 0,930 0163 — 2	
13).	*log* 0,10	= 0,000 0000 — 1	(n. d. Regeln 12 und 6a)
14).	*log* 0,010	= 0,000 0000 — 2	

Nachstehende Beispiele sind nach den Regeln 12 und 10a berechnet:

15). *log* 0,156447 = 0,194 3478 — 1
+ 194,6 (s. Erkl 50a)
0,194 3673 — 1

16). *log* 0,02516729 = 0,400 8314 — 2
+ 34,6
+ 15,57
0,400 8364 — 2

18). $log\ 0{,}003232657 = 0{,}50\,947 - 3$
$+ 8{,}4$
$+ 0{,}7$
$+ 0{,}098$
$0{,}50\,956 - 3$

19). $log\ 0{,}0676358 = 0{,}83\,014 - 2$
$+ 3{,}0$
$+ 0{,}48$
$0{,}83\,017 - 2$

17). $log\ 0{,}0054666289 = 0{,}737\,7173 - 3$
$+ 15{,}8$
$+ 6{,}32$
$+ 0{,}711$
$0{,}737\,7196 - 3$

18). $log\ 0{,}0783469 = 0{,}894\,0168 - 2$
$+ 50{,}4$
$0{,}894\,0218 - 2$

Erkl. 56. Aus vorstehenden Beispielen ersieht man, dass die Logarithmen **echter** Dezimalbrüche nach dem Zusatz 6, Seite 60, sogenannte **halbnegative** oder **binomische** Logarithmen sind; über deren weitere Behandlung siehe man in dem folgenden Abschnitt.

Regel 13. Der Logarithmus eines **gewöhnlichen** Bruches wird gefunden, indem man denselben entweder in einen Dezimalbruch verwandelt und nach den Regeln 11 und 12 verfährt, oder indem man den Lehrsatz 4, Seite 15, benutzt und von dem Logarithmus des Zählers den des Nenners subtrahiert.

Man siehe hierüber spätere Uebungsbeispiele.

z. B.:

1). $log\ \frac{3}{4}$ ist entweder $= log\ 0{,}75$
oder $= log\ 3 - log\ 4$

2). $log\ \frac{36}{5}$ ist entweder $= log\ 7{,}2$
oder $= log\ 36 - log\ 5$

Regel 14. Der Logarithmus eines **gewöhnlichen gemischten** Bruches wird gefunden, indem man, und zwar unter allen Umständen, den Bruch einrichtet und dann nach der Regel 13 verfährt.

Man siehe hierüber spätere Uebungsbeispiele.

z. B.:

$log\ 6\frac{1}{2} = log\ \frac{13}{2}$, wofür man nach d. Regel 13
entweder $= log\ 6{,}5$ oder:
$= log\ 13 - log\ 2$ setzen kann,
wohl aber hüte man sich z. B.:
$log\ 6\frac{1}{2} = log\ 6 + log\ \frac{1}{2}$ etc. zu setzen.

Aufgabe 20. Man soll nach den vorstehenden Regeln 1 bis 12 und analog den denselben beigefügten Beispielen die Logarithmen nachstehender Zahlen bestimmen und zwar bei Benutzung einer

fünf-stelligen Tafel:

nach den Regeln 1 u. 2:

1). $log\ 5 = \ldots\ldots$?
2). $log\ 14 = \ldots\ldots$?
3). $log\ 56 = \ldots\ldots$?
4). $log\ 67 = \ldots\ldots$?
5). $log\ 89 = \ldots\ldots$?
6). $log\ 97 = \ldots\ldots$?

sieben-stelligen Tafel:

nach den Regeln 1 u. 2a:

1). $log\ 7 = \ldots\ldots$?
2). $log\ 19 = \ldots\ldots$?
3). $log\ 116 = \ldots\ldots$?
4). $log\ 313 = \ldots\ldots$?
5). $log\ 499 = \ldots\ldots$?
6). $log\ 716 = \ldots\ldots$?
7). $log\ 986 = \ldots\ldots$?

nach den Regeln 1 und 3:

7). *log* 108 = ... ?
8). *log* 170 = ... ?
9). *log* 224 = ... ?
10). *log* 469 = ... ?
11). *log* 580 = ... ?
12). *log* 741 = ... ?

nach den Regeln 1 und 4:

13). *log* 2 = ... ?
14). *log* 65 = ... ?
15). *log* 78 = ... ?
16). *log* 2240 = ... ?
17). *log* 51400 = ... ?
18). *log* 831000 = ... ?

nach den Regeln 1 und 5:

19). *log* 1631 = ... ?
20). *log* 2195 = ... ?
21). *log* 3729 = ... ?
22). *log* 6041 = ... ?
23). *log* 6666 = ... ?
24). *log* 8307 = ... ?
25). *log* 1863 = ... ?
26). *log* 5375 = ... ?
27). *log* 8913 = ... ?

nach den Regeln 1 und 6:

28). *log* 10 = ... ?
29). *log* 1000 = ... ?
30). *log* 100000 = ... ?

nach den Regeln 1 und 7:

31). *log* 31710 = ... ?
32). *log* 577600 = ... ?
33). *log* 8888000 = ... ?
34). *log* 524900 = ... ?
35). *log* 9334000 = ... ?
36). *log* 97790000 = ... ?

nach den Regeln 1 und 8:

37). *log* 23697 = ... ?
38). *log* 26064 = ... ?
39). *log* 34296 = ... ?
40). *log* 85176 = ... ?
41). *log* 158032 = ... ?
42). *log* 559944 = ... ?

nach den Regeln 1 und 9:

43). *log* 31703 = ... ?
44). *log* 366145 = ... ?
45). *log* 9697298 = ... ?
46). *log* 269547 = ... ?
47). *log* 537243 = ... ?
48). *log* 891999 = ... ?

nach den Regeln 1 und 10:

49). *log* 13543 = ... ?
50). *log* 204039 = ... ?
51). *log* 872913 = ... ?
52). *log* 204382 = ... ?
53). *log* 776809 = ... ?
54). *log* 1026999 = ... ?

nach den Regeln 11 und 2:

55). *log* 6,7 = ... ?
56). *log* 9,7 = ... ?

nach den Regeln 1 und 3^a:

8). *log* 1007 = ... ?
9). *log* 1169 = ... ?
10). *log* 2115 = ... ?
11). *log* 4491 = ... ?
12). *log* 5369 = ... ?
13). *log* 7838 = ... ?
14). *log* 9662 = ... ?

nach den Regeln 1 und 4^a:

15). *log* 105 = ... ?
16). *log* 216 = ... ?
17). *log* 784 = ... ?
18). *log* 14200 = ... ?
19). *log* 226500 = ... ?
20). *log* 4417000 = ... ?
21). *log* 766900 = ... ?

nach den Regeln 1 und 5^a:

22). *log* 10142 = ... ?
23). *log* 10701 = ... ?
24). *log* 18253 = ... ?
25). *log* 22695 = ... ?
26). *log* 36248 = ... ?
27). *log* 10642 = ... ?
28). *log* 13615 = ...
29). *log* 21778 = ... ?
30). *log* 29249 = ... ?
31). *log* 58349 = ... ?
32). *log* 78709 = ... ?

nach den Regeln 1 und 6^a:

33). *log* 10 = ... ?
34). *log* 1000 = ... ?
35). *log* 100000 = ... ?

nach den Regeln 1 und 7^a:

36). *log* 471000 = ... ?
37). *log* 540800 = ... ?
38). *log* 5489000 = ... ?

nach den Regeln 1 und 8^a:

39). *log* 211104 = ... ?
40). *log* 7001235 = ... ?
41). *log* 7458333 = ... ?

nach den Regeln 1 und 9^a:

42). *log* 246728 = ... ?
43). *log* 3619478 = ... ?
44). *log* 54575289 = ... ?
45). *log* 6109536 = ... ?
46). *log* 7691775 = ... ?
47). *log* 93112659 = ... ?
48). *log* 9954999 = ... ?

nach den Regeln 1 und 10^a:

49). *log* 105783 = ... ?
50). *log* 1824867 = ... ?
51). *log* 28183499 = ... ?
52). *log* 4446452 = ... ?
53). *log* 5495816 = ... ?
54). *log* 7834905 = ... ?
55). *log* 87909888 = ... ?

nach den Regeln 11 und 2^a:

56). *log* 1,9 = ... ?
57). *log* 11,6 = ... ?
58). *log* 9,86 = ... ?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes

Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 1. **Zinseszinsrechnung.**
„ 2. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch geometrische Analysis.**
„ 3. **Das Prisma.**
„ 4. **Ebene Trigonometrie.**
„ 5. **Das specifische Gewicht.**
„ 6. **Differentialrechnung.**
„ 7. **Proportionen.**
„ 8. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch algebraische Analysis.**
„ 9. **Die Reihen** (arithmetische).
„ 10. **Das Apollonische Berührungs-Problem.**
„ 11. **Die Reihen** (geometrische), Forts. von Heft 9.
Heft 12. **Die Pyramide.** (Forts. v. Heft 3.)
„ 13. **Der Pyramidenstumpf.** (Forts. von Heft 12.)
„ 14. **Das Apollonische Berührungsproblem.** (Forts. von Heft 10.)
„ 15. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 4.)
„ 16 **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 1.)
„ 17. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 11.)
„ 18. **Der Cylinder.** (Forts. v. Heft 13.)
„ 19. **Der Kegel.** (Forts. von Heft 18.)
„ 20. **Der Kegelstumpf.** (Forts. von Heft 19.)
„ 21. } **Die Kugel und ihre Teile.**
„ 22. } (Forts. von Heft 20.)

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)
„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)
„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)
„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)
„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)
„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)
„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)
„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.
„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)
„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)
„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)
„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)
„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)
„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72). Mit Anhang u. Schluss der Logarithmen.
„ 74. **Die Wurzeln.**
Inhalt: Alle Lehrsätze, Formeln und Regeln, alle möglichen gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, welche sich auf die Wurzeln beziehen.
„ 75. **Die Wurzeln.** (Forts. v. Heft 74.)
„ 76. dto. („ „ „ 75.)
„ 77. dto. („ „ „ 76.)
„ 78. dto. („ „ „ 77.)
„ 79. dto. („ „ „ 78.)
„ 80. dto. („ „ „ 79.)
u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

70. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Logarithmen. Fortsetz. von Heft 69. Seite 97—112.



Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst,** der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken-** u. **Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar-** u. **Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 69. — Seite 97—112.

Inhalt:

Ueber das Aufsuchen der Logarithmen zu gegebenen Zahlen, ungelöste Uebungsbeispiele. — Ueber das Aufsuchen der Logarithmen zu gegebenen **Zahlenausdrücken,** über die Benutzung der dekadischen Ergänzung, Regeln 15—22 mit vielen gelösten und ungelösten Uebungsbeispielen. — 187 Beispiele.

Stuttgart 1883.

Verlag von Julius Maier.

— Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte. —
Die einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird

☛ Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen; demzufolge ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite

nach den Regeln 11 und 3:

57). *log* 22,4 = ... ?
58). *log* 7,41 = ... ?

nach den Regeln 11 und 4:

59). *log* 6,5 = ... ?
60). *log* 2,24 = ... ?
61). *log* 51,40 = ... ?
62). *log* 8,310 = ... ?

nach den Regeln 11 und 5:

63). *log* 21,95 = ... ?
64). *log* 6,041 = ... ?
65). *log* 830,7 = ... ?
66). *log* 8,913 = ... ?

nach den Regeln 11 und 6:

67). *log* 1,0 = ... ?
68). *log* 10,00 = ... ?
69). *log* 1000,00 = ... ?

nach den Regeln 11 und 7:

70). *log* 317,10 = ... ?
71). *log* 888,80 = ... ?
72). *log* 93,3400 = ... ?

nach den Regeln 11 und 8:

73). *log* 23,697 = ... ?
74). *log* 342,96 = ... ?
75). *log* 158,032 = ... ?

nach den Regeln 11 und 9:

76). *log* 317,03 = ... ?
77). *log* 3661,45 = ... ?
78). *log* 26954,7 = ... ?

nach den Regeln 11 und 10:

79). *log* 1354,3 = ... ?
80). *log* 2040,39 = ... ?
81). *log* 10269,99 = ... ?

nach den Regeln 12 und 2:

82). *log* 0,5 = ... ?
83). *log* 0,67 = ... ?
84). *log* 0,097 = ... ?

nach den Regeln 12 und 3:

85). *log* 0,108 = ... ?
86). *log* 0,00741 = ... ?

nach den Regeln 12 und 4:

87). *log* 0,002 = ... ?
88). *log* 0,078 = ... ?
89). *log* 0,008310 = ... ?

nach den Regeln 12 und 5:

90). *log* 0,1631 = ... ?
91). *log* 0,08307 = ... ?
92). *log* 0,001863 = ... ?

nach den Regeln 12 und 6:

93). *log* 0,1 = ... ?
94). *log* 0,010 = ... ?
95). *log* 0,001 = ... ?
96). *log* 0,1000 = ... ?

nach den Regeln 12 und 7:

97). *log* 0,31710 = ... ?
98). *log* 0,088880 = ... ?

nach den Regeln 11 und 3a:

59). *log* 100,7 = ... ?
60). *log* 21,15 = ... ?
61). *log* 5,369 = ... ?

nach den Regeln 11 und 4a:

62). *log* 1,05 = ... ?
63). *log* 78,4 = ... ?
64). *log* 14,200 = ... ?
65). *log* 441,70 = ... ?

nach den Regeln 11 und 5a:

66). *log* 1014,2 = ... ?
67). *log* 107,01 = ... ?
68). *log* 18,253 = ... ?
69). *log* 3,6248 = ... ?
70). *log* 106,42 = ... ?
71). *log* 21,778 = ... ?
72). *log* 7,8709 = ... ?

nach den Regeln 11 und 6a:

73). *log* 1,00 = ... ?
74). *log* 100,00 = ... ?

nach den Regeln 11 und 7a:

75). *log* 540,800 = ... ?
76). *log* 54,8900 = ... ?

nach den Regeln 11 und 8a:

77). *log* 2111,04 = . . . ?
78). *log* 700123,5 . . . ?

nach den Regeln 11 und 9a:

79). *log* 2467,28 = . . . ?
80). *log* 610953,6 . . . ?
81). *log* 7691,775 = . . . ?

nach den Regeln 11 und 10a:

82). *log* 105,783 = . . . ?
83). *log* 282486,7 = . . . ?
84). *log* 44464,52 = . . . ?
85). *log* 5495,816 = . . . ?

nach den Regeln 12 und 2a:

86). *log* 0,7 = ... ?
87). *log* 0,19 . . . . ?
88). *log* 0,116 = ... ?
89). *log* 0,0313 = ... ?

nach den Regeln 12 und 3a:

90). *log* 0,1007 = . . . ?
91). *log* 0,01169 = . . . ?
92). *log* 0,002115 = . . . ?

nach den Regeln 12 und 4a:

93). *log* 0,105 . . . ?
94). *log* 0,00784 = . . . ?
95). *log* 0,022650 = . . . ?

nach den Regeln 12 und 5a:

96). *log* 0,10142 = . . . ?
97). *log* 0,036248 . . . ?
98). *log* 0,0078709 . . . ?

nach den Regeln 12 und 6a:

99). *log* 0,10 . . . . ?
100). *log* 0,01 = ... ?
101). *log* 0,00100 = ... ?

nach den Regeln 12 und 7a:

102). *log* 0,471000 = . . . ?
103). *log* 0,0540800 = . . . ?

nach den Regeln 12 und 8:

99). $log\,0{,}23697 = \ldots ?$
100). $log\,0{,}034296 = \ldots ?$
101). $log\,0{,}00158032 = \ldots ?$

nach den Regeln 12 und 9:

102). $log\,0{,}31703 = \ldots ?$
103). $log\,0{,}0366145 = \ldots ?$

nach den Regeln 12 und 10:

104). $log\,0{,}13543 = \ldots ?$
105). $log\,0{,}0204039 = \ldots ?$
106). $log\,0{,}00891999 = \ldots ?$

nach den Regeln 12 und 8a:

104). $log\,0{,}211104 = \ldots ?$
105). $log\,0{,}07001235 = \ldots ?$

nach den Regeln 12 und 9a:

106). $log\,0{,}246728 = \ldots ?$
107). $log\,0{,}06109536 = \ldots ?$

nach den Regeln 12 und 10a:

108). $log\,0{,}105783 = \ldots ?$
109). $log\,0{,}01824867 = \ldots ?$

2). Ueber das Aufsuchen der Logarithmen zu gegebenen Zahlenausdrücken.

Regel 15. Man findet den Logarithmus irgend eines **Zahlenausdrucks**, indem man denselben nach den Lehrsatzen 3 bis 6 logarithmiert, d. h. in die Logarithmen seiner Bestandteile zerlegt, alsdann diese Logarithmen nach den Regeln 1—14 bestimmt und die Operationen ausführt, welche in dem logarithmierten Ausdruck zwischen den einzelnen Gliedern angedeutet sind.

Man siehe die Anmerkung 4, Seite 23, die gelösten Uebungsbeispiele in den Aufgaben 21 und 22 und beachte die nachstehende Erkl. 57, bezw. die weiteren Regeln 16 bis 22.

Erkl. 57. Da bei dem Aufsuchen des Logarithmus zu einem gegebenen **Zahlenausdruck** meistens Logarithmen zu addieren, zu subtrahieren, mit Zahlen zu multiplizieren und zu dividieren sind, wodurch **negative** Logarithmen und Logarithmen mit **gebrochener** Kennziffer entstehen können, solche Logarithmen aber vermieden werden müssen (siehe Zusatz 6, Seite 60), so hat man bei der Bestimmung des Logarithmus für einen gegebenen Zahlenausdruck nachstehende weitere Regeln zu beachten.

Regel 16. Halbnegative (sogenannte binomische, zweiteilige) Logarithmen, das sind solche, welche aus einer positiven Mantisse, der 0 Ganze vorausgehen, und aus einer negativen Kennziffer bestehen, lasse man immer (siehe Erkl. 58) in ihrer zweiteiligen Form stehen.

Hat man z. B.:

$$log\,0{,}03 = 0{,}47712 - 2$$

so könnte man die algebr. Addition der Zahlen $+0{,}47712$ und -2 ausführen, wonach man

$$log\,0{,}03 = -1{,}52288$$

nämlich einen **negativen** Logarithmus erhielte, was man stets zu vermeiden hat. — Man siehe die Erkl. 58.

Erkl. 58. Von vorstehender Regel 16 wird nur in den Fällen eine Ausnahme gemacht, in welchen ein solcher Logarithmus als das Resultat einer Rechnung erscheint, oder in welchen man mit einem solchen Logarithmus in einen anderen oder in eine Zahl zu dividieren hat.

Ist z. B. die Grösse x gesucht und man hat:

$$x = \frac{log\,45}{log\,0{,}023} = \frac{1{,}65321}{0{,}36173-2}$$

so muss man, um x zu finden

$$x = \frac{1{,}65321}{\overline{1}{,}63827}$$ setzen, u. s. f.

Regel 17. Hat man einen solchen Logarithmus, welcher eine positive und eine negative Kennziffer hat (siehe Erkl. 59), so führe man die algebraische Addition der Kennziffern dieses Logarithmus aus. War erstere grösser als letztere, so erhält man einen vollständig **positiven** Logarithmus, war erstere kleiner als letztere, so erhält man einen **halbnegativen** Logarithmus.

Sind z. B.:

5,24048 — 3 }
1,87253 — 4 } irgend zwei sich bei einer Rechnung ergebenden Logarithmen (siehe Erkl. 59)

so schreibe man bezw. für dieselben:

2,24048 und
0,87253 — 3.

Erkl. 59. Logarithmen mit positiven und zugleich negativen Kennziffern können nur in dem Verlauf von logarithmischen Rechnungen auftreten. — Man siehe hierüber in den Beispielen der folgenden Regel 18 nach.

Regel 18. Hat man **halbnegative** Logarithmen zu addieren, zu subtrahieren, mit Zahlen zu multiplizieren oder zu dividieren, so verfahre man genau nach den Regeln der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division **zusammengesetzter** Grössen.

Man siehe hierüber die nebenstehenden Beispiele 1 bis 6 und beachte auch die Regeln 19 bis 21.

Beispiele.

1). $log\,23 + log\,0{,}0018 = 1{,}36173 + (0{,}25527-3)$
$= 1{,}36173 + 0{,}25527 - 3$
$= 1{,}61700 - 3$

oder nach Regel 17 $= 0{,}61700 - 2$

Dieses Beispiel hätte man auch in bequemerer Form, wie folgt schreiben können:

$log\,23 + log\,0{,}0018 = 1{,}36173$
$+ 0{,}25527 - 3$
$= 1{,}61700 - 3$

oder nach Regel 17 $= 0{,}61700 - 2$

---

2). $log\,0{,}523 + log\,0{,}0007 =$
$= (0{,}71850-1) + (0{,}84510-4)$
$= 0{,}71850 - 1 + 0{,}84510 - 4$
$= 1{,}56360 - 5$ oder

nach Regel 17 $= 0{,}56360 - 4$

Dieses Beispiel hätte man auch in bequemerer Form, wie folgt schreiben können:

$log\,0{,}523 + log\,0{,}0007 = 0{,}71850 - 1$
$+ 0{,}84510 - 4$
$= 1{,}56360 - 5$

oder nach Regel 17 $= 0{,}56360 - 4$

Erkl. 60. Wird bei einer logarithmischen Rechnung eine **fünfstellige** Tafel benutzt, so hat man darauf zu achten, dass während der Rechnung sich ergebenden Logarithmen **nicht mehr als fünfstellige Mantissen enthalten**, indem nur solche in der betreffenden Tafel enthalten sind und zur weiteren Berechnung benutzt werden können.

Kommt es daher z. B. vor, dass ein Logarithmus durch eine Zahl zu dividieren ist und geht diese Division bis in die 5te Stelle der Log.-Mantisse nicht ohne Rest auf, so dividiere man nach den Regeln der Division für Dezimalbrüche weiter, was hier nur in Gedanken zu geschehen braucht, ist nun die bei der Division sich ergebende nächstfolgende Ziffer, also die sechste, eine Fünf, oder grösser als 5, so erhöhe man die 5te Ziffer der erhaltenen Mantisse um eine Einheit, ist aber jene sechste Ziffer kleiner als 5, so lasse man sie einfach weg.

Hierbei kann man sich noch folgendes merken:

Ist die fünfte Ziffer der zu dividierenden Log.-Mantisse in der Tafel mit einem Strich überschrieben, also ist jene fünfte Ziffer schon um eine Einheit erhöht (siehe im Abschn. VIII unter B, Seite 70), so erhöhe man dieselbe nur dann nochmals, wenn die sich ergebende sechste Ziffer eine hohe Ziffer, z. B. 9 oder 8 ist — Vergl. hiermit die Erkl. 61.

Erkl. 61. Wird bei einer logarithmischen Rechnung eine **siebenstellige** Tafel benutzt, so hat man darauf zu achten, dass während der Rechnung sich ergebenden Logarithmen **nicht mehr als siebenstellige Mantissen enthalten**, indem nur solche in der betreffenden Tafel enthalten sind und zur weiteren Rechnung benutzt werden können.

Kommt es daher z. B. vor, dass ein Logarithmus durch eine Zahl zu dividieren ist und geht diese Division bis in die 5te Stelle der Log.-Mantisse nicht ohne Rest auf, so dividiere man nach den Regeln der Division für Dezimalbrüche weiter, was hier nur in Gedanken zu geschehen braucht, ist nun die bei der Division sich ergebende nächstfolgende Ziffer, also die achte, eine Fünf oder grösser als 5, so erhöhe man die 7te Ziffer der erhaltenen Mantisse um eine Einheit, ist aber jene achte Ziffer kleiner als 5, so lasse man sie einfach weg.

3). $log\,184 - log\,0{,}0477 = 2{,}26482 - (0{,}67852 - 2)$
$= 2{,}26482 - 0{,}67852 + 2$
$= 1{,}58630 + 2$
oder nach Regel 17 $= 3{,}58630$

Dieses Beispiel hätte man auch in bequemerer Form, wie folgt schreiben können:

$log\,184 - log\,0{,}0477 = 2{,}26482$
$= 0{,}67852 - 2$
$\quad - \qquad +$
$= 1{,}58630 + 2$
oder nach Regel 17 $= 3{,}58630$

---

4). $log\,0{,}00076 - log\,0{,}0409 =$
$= (0{,}88081 - 4) - (0{,}61172 - 2)$
$= 0{,}88081 - 4 - 0{,}61172 + 2$
$= 0{,}26909 - 2$

Dieses Beispiel hätte man auch in bequemerer Form, wie folgt schreiben können:

$log\,0{,}00076 - log\,0{,}0409 = 0{,}88081 - 4$
$= 0{,}61172 - 2$
$\quad - \qquad +$
$= 0{,}26909 - 2$

---

5). $4 . log\,0{,}0285 = 4 \cdot (0{,}45484 - 2)$
$= 1{,}81936 - 8$ od. n. Regel 17
$= 0{,}81936 - 7$

Dieses Beispiel hätte man wie folgt schreiben können:

$4 . log\,0{,}0285 = 0{,}45484 - 2$
$.4$
$= 1{,}81936 - 8$ od. n. Regel 17
$= 0{,}81936 - 7$

---

6). $\frac{1}{3} \cdot (log\,0{,}0068) = \frac{1}{3} \cdot (0{,}83251 - 3)$
$= (0{,}83251 - 3) : 3$
$= 0{,}27750 - 1$ (s. Erkl. 60)

Dieses Beispiel hätte man auch wie folgt schreiben können:

$\frac{1}{3} \cdot log\,0{,}0068 = 0{,}83251 - 3 .$
$\cdot \frac{1}{3}$
$= 0{,}27750 - 1$

In Betreff dieses Beispiels 6 beachte man auch die Regel 21.

Regel 19. Hat man einen Logarithmus von einem anderen zu **subtrahieren** und ist ersterer **grösser** als letzterer, so addiere man zu der Kennziffer des letzteren Logarithmus soviele positive Einheiten als nötig sind, damit dieser Logarithmus grösser als der zu subtrahierende Logarithmus wird, schreibe aber auch diese zugefügten Einheiten jenem Logarithmus als negative Kennziffer bei, damit derselbe seinen ursprünglichen Wert behält.

Man siehe nebenstehende Beispiele 1 bis 3 und beachte die Erkl. 62.

Beispiele.

1). $\log 3 - \log 5 = 0{,}47712 - 0{,}69897$

Wollte man nun die algebraische Addition der Grössen 0,47712 und −0,69897 vornehmen, so würde man:

$$\log 3 - \log 5 = -0{,}22185$$

nämlich einen negativen Logarithmus erhalten, um dies zu vermeiden, verfahre man nach nebenstehender Regel, wie folgt:

$$\begin{aligned}\log 3 - \log 5 &= 0{,}47712 - 0{,}69897\\ &= (1{,}47712 - 1) - 0{,}69897\\ &= 1{,}47712 - 1 - 0{,}69897\\ &= 0{,}77815 - 1\end{aligned}$$

Dieses Beispiel hätte man auch in bequemerer Form, wie folgt schreiben können:

$$\begin{aligned}\log 3 - \log 5 &= \overset{(+1)}{0{,}4771}\overset{(-1)}{2}\\ &\ -0{,}69897\\ \hline &= 0{,}77815 - 1\end{aligned}$$

Dieses Beispiel vergl. man mit dem Beispiel 1, der Regel 20 und beachte die Erkl. 62.

---

2). $\log 56 - \log 7258 = 1{,}74819 - 3{,}86082$

$$\begin{aligned}&= (4{,}74819 - 3) - 3{,}86082\\ &= 4{,}74819 - 3 - 3{,}86082\\ &= 0{,}88737 - 3\end{aligned}$$

Dieses Beispiel hätte man auch in bequemerer Form, wie folgt schreiben können:

$$\begin{aligned}\log 56 - \log 7258 &= \overset{(+3)}{1{,}7481}\overset{(-3)}{9}\\ &\ -3{,}86082\\ \hline &= 0{,}88737 - 3\end{aligned}$$

---

3). $\log 0{,}0126 - \log 0{,}284 =$

$$\begin{aligned}&= (0{,}10037 - 2) - (0{,}45332 - 1)\\ &= 0{,}10037 - 2 - 0{,}45332 + 1\\ &= 1{,}10037 - 3 - 0{,}45332 + 1\\ &= 0{,}64705 - 3 + 1\\ &= 0{,}64705 - 2\end{aligned}$$

Dieses Beispiel hätte man auch in bequemerer Form, wie folgt schreiben können:

$$\begin{aligned}\log 0{,}0126 - \log 0{,}284 &= \overset{(+1)}{0{,}10037} - \overset{(-1)}{2}\\ &\ +0{,}45332 - 1\\ &\ \ \ \ -\qquad\quad +\\ \hline &= 0{,}64705 - 2\end{aligned}$$

Regel 20. Sollte sich in dem Verlauf einer logarithmischen Rechnung ein negativer Logarithmus ergeben, so verwandle man denselben durch Addition einer bestimmten Anzahl von positiven und derselben Anzahl von negativen Einheiten (wodurch an dem Wert des Logarithmus nichts geändert wird) in einen positiven Logarithmus mit negativer Kennziffer.

Man siehe nebenstehende Beispiele 1 und 2, auch beachte man die Erkl. 62.

Beispiele.

1). $\log 3 - \log 5 = 0{,}47712 - 0{,}69897$
$= -0{,}22185$

Diesen negativen Logarithmus: $-0{,}22185$ verwandelt man nunmehr in einen positiven Logarithmus mit negativer Kennziffer, indem man, sowohl $+1$ als -1 demselben zuaddiert; hiernach erhält man:

$$\log 3 - \log 5 = -0{,}22185 = 1 - 0{,}22185 - 1$$
$$= 0{,}77815 - 1$$

Dieses Beispiel vergleiche man mit dem Beispiel 1 der Regel 19.

---

2). $\log 7 - \log 5783 = 0{,}84510 - 3{,}76253$
$= -2{,}91743$

Diesen negativen Logarithmus: $-2{,}91743$ verwandelt man nunmehr in einen positiven Logarithmus mit negativer Kennziffer, indem man sowohl $+3$ als -3 demselben zuaddiert; hiernach erhält man:

$$\log 7 - \log 5788 = -2{,}91743 = 3 - 2{,}91743 - 3$$
$$= 0{,}08257 - 3$$

Erkl. 62. Aus dem Beispiel 1 der Regel 19 und dem Beispiel 1 der Regel 20 ersieht man, dass man anstatt der Regel 19 die Regel 20 anwenden könnte, was jedoch nicht zu empfehlen ist, indem die Regel 19 eine für logarithmische Rechnung praktischere ist.

Regel 21. Hat man einen halbnegativen Logarithmus durch eine Zahl zu dividieren und geht diese Zahl nicht ohne Rest in der negativen Kennziffer des gegebenen Logarithmus auf, so addiere man zur Vermeidung eines Logarithmus mit gebrochener Kennziffer zu der negativen Kennziffer gerade soviele negative Einheiten als nötig sind, damit diese Kennziffer ohne Rest durch jene Zahl teilbar wird; um aber an dem Werte des gegebenen Logarithmus nichts geändert zu haben, addiere man auch zu den 0 Ganzen, welche vor der Mantisse stehen, ebensoviele positive Einheiten.

Man vergl. hierüber nebenstehende Beispiele 1 und 2 und beachte die Erkl. 63.

Beispiele.

1). $\frac{1}{3} \cdot \log 0{,}0247 = \frac{1}{3} \cdot (0{,}39270 - 2)$
$= (0{,}39270 - 2) : 3$
$= (1{,}39270 - 3) : 3$
$= 0{,}46423 - 1$ (beachte Erkl. 60)

Dieses Beispiel hätte man auch wie folgt schreiben können:

$$\frac{1}{3} \cdot \log 0{,}0247 = \overset{(+1)}{0{,}39270} \overset{(-1)}{-2} \cdot \frac{1}{3}$$
$$= 0{,}46423 - 1$$ (beachte Erkl. 60)

---

2). $\frac{1}{7} \cdot log\, 0{,}00827 = \frac{1}{7} \cdot (0{,}91751 - 3)$
$= (0{,}91751 - 3) : 7$
$= (4{,}91751 - 7) : 7$
$= 0{,}70250 - 1$ (beachte Erkl. 60)

Dieses Beispiel hätte man auch wie folgt schreiben können:

$$\frac{1}{7} \cdot log\, 0{,}00827 = \overset{(+4)}{0{,}91751} \overset{(-4)}{-3} \quad \cdot \frac{1}{7}$$
$$\overline{0{,}70250 - 1}$$

Erkl. 63. Anstatt die vorstehende Regel 21 anzuwenden, hätte man auch wie folgt verfahren können:

Man verwandle den halbnegativen Logarithmus in einen vollständig negativen Logarithmus, dann dividiere man mit der gedachten Zahl und verwandle schliesslich das somit erhaltene Resultat, welches einen negativen Logarithmus vorstellt, nach der Regel 20 in einen **halbnegativen** Logarithmus.

Vergl. hiermit nebenstehendes Beispiel.

Beispiel.

$\frac{1}{7} \cdot log\, 0{,}00827 = \frac{1}{7} \cdot (0{,}91751 - 3)$
$= \frac{1}{7} \cdot -2{,}08249 = -0{,}297498$

oder auf 5 Stellen abgerundet:

$= -0{,}29750 = 1 - 0{,}29750 - 1$
$= 0{,}70250 - 1$ (beachte Erkl. 60)

Man vergleiche hiermit das Resultat des Beispiels 2, welches zur Regel 21 gehört.

Erkl. 64. Die Ergänzung einer beliebigen Zahl a zu der Zahl Zehn nennt man die **dekadische Ergänzung** jener Zahl a und bezeichnet dieselbe durch: „**D. E.** a“

z. B.: Da sich die Zahlen 6 und 4 zu 10 ergänzen, so nennt man 6 die dekadische Ergänzung der Zahl 4, umgekehrt nennt man 4 die dekadische Ergänzung der Zahl 6, in Zeichen:

$$D.E.\ 4 = 6$$
$$D.E.\ 6 = 4$$

Erkl. 65. Die **dekadische Ergänzung** einer Zahl a wird gefunden, indem man diese Zahl a von der Zahl 10 subtrahiert, so ist z. B.:

$$D.E.\ 2{,}645321 = 10 - 2{,}645321 = 7{,}354679$$

Erkl. 66. Statt eine Zahl b von einer anderen Zahl a **zu subtrahieren**, kann man die dekadische Ergänzung der Zahl b zu a **addieren**, nur muss man von dem Resultate 10 wegnehmen, denn:

$$a - b = a + (10 - b) - 10$$

Regel 22. Hat man von einem Logarithmus oder von der Summe mehrerer Logarithmen einen anderen Logarithmus oder mehrere andere Logarithmen zu **subtrahieren**, so bestimme man die **dekadischen Ergänzungen** der zu subtrahie-

renden Logarithmen, was auf rasche Weise in Gedanken geschehen kann (siehe die Erkl. 67), schreibe die zu addierenden Logarithmen und die somit gefundenen dekadischen Ergänzungen der zu subtrahierenden Logarithmen alle untereinander und addiere dieselben; dem Resultate ziehe man aber soviel mal 10 Einheiten ab, als dekadische Ergänzungen addiert wurden.

Man vergl. hiermit nebenstehende Beispiele 1 und 2 und beachte die Erkl. 67. Siehe auch Beispiel 24, Seite 109.

Beispiele.

1). $log\,24 + log\,327 - log\,5 - log\,86 - log\,217 - log\,4293 = x$

Da nun:

$$\begin{array}{lll} & log\,24 & = 1{,}38021 \\ & log\,327 & = 2{,}51455 \\ -log\,5 & = +D.E.log\,5-10 & = 9{,}30103-10 \\ -log\,86 & = +D.E\;log\,86-10 & = 8{,}06550-10 \\ -log\,217 & = +D.E.log\,217-10 & = 7{,}66354-10 \\ -log\,4293 & = +D.E.log\,4293-10 & = 6{,}36724-10 \\ \hline & x & = 35{,}29207-4.10 \\ \text{oder:} & x & = 35{,}29207-40 \\ & x & = 0{,}29207-5 \end{array}$$

2). $log\,494 + log\,0{,}07346 - log\,5 - log\,992 - log\,8329 = y$

Da nun:

$$\begin{array}{lll} & log\,494 & = 2{,}69373 \\ & +log\,0{,}07346 & = 0{,}86605-2 \\ -log\,5 & = +D.E.log\,5-10 & = 9{,}30103-10 \\ -log\,992 & = +D.E.log\,992-10 & = 7{,}00349-10 \\ -log\,8329 & = +D.E.log\,8329-10 & = 6{,}07941-10 \\ \hline & y & = 25{,}94371-2-3.10 \\ & y & = 25{,}94371-32 \\ \text{oder:} & y & = 0{,}94371-7 \end{array}$$

Erkl. 67. Die **dekadische Ergänzung** eines Logarithmus kann nur in den Fällen mit Vorteil benutzt werden, in welchen der betreffende Logarithmus, bezw, dessen Mantisse **vollständig** in der Tafel enthalten ist, weil man nur dann auf rasche Weise, nämlich in Gedanken, die dekadische Ergänzung dieses Logarithmus bilden und niederschreiben kann.

Die Benutzung der dekadischen Ergänzung der Logarithmen solcher Zahlen, deren Logarithmen mittelst den „Partes proportionales“ etc. bestimmt werden müssen, ist zu umständlich. Da hiernach die dekadische Ergänzung nur in Ausnahmefällen mit Vorteil angewandt werden kann, so wird dieselbe bei logarithmischen Rechnungen meistens, allerdings mit Unrecht, ausser Acht gelassen.

Aufgabe 21. Man soll nach der Regel 15 und mit Benutzung der Regeln 16 bis 22 die Logarithmen der in nachstehenden Uebungsbeispielen gegebenen Zahlenausdrücken bestimmen und zwar soll der Berechnung eine

fünf-stellige Tafel (vergl. die Aufgabe 22)

zu Grunde gelegt werden.

Uebungsbeispiele: Resultate: Berechnungen: Andeutungen:

1). $log(24.237.4567) = log 24 + log 237 + log 4567$ . . . . nach dem Lehrs. 3, S. 14

$= 7{,}41459$ . . denn: $log\ 24 = 1{,}38\ 021$ . . nach der Regel 2 oder 4

$+ log\ 237 = +2{,}37\ 475$ . . „ „ „ 3

$+ log\ 4567 = +3{,}65\ 963$ . . „ „ „ 5

$log(24.237.4567) = 7{,}41\ 459$

2). $log(0{,}0098.68457) = log\ 0{,}0098 + log\ 68457$ . . . . nach dem Lehrs. 3, S. 14

$= 2{,}82\ 665$ . . denn: $log\ 0{,}0098 = 0{,}99\ 123 - 3$ nach der Regel 12

$+ log\ 68457 = +4{,}83\ 537$ } „ „ „ 10

$+ 4{,}9$ }

$log(0{,}0098.68457) = 5{,}82\ 665 - 3$ man beachte die Erkl. 50 und die Regel 17.

oder $= 2{,}82\ 665$

3). $log \frac{3821}{140{,}2} = log\ 3821 - log\ 140{,}2$ . . . . nach dem Lehrs. 4, S. 15

$= 1{,}43\ 543$ . . . . denn: $log\ 3821 = 3{,}58\ 218$ . . nach der Regel 5

$- log\ 140{,}2 = -2{,}14\ 675$ . . „ „ „ 11

$log \frac{3821}{140{,}2} = 1{,}43\ 543$

4). $log \frac{984{,}56}{0{,}0099} = log\ 984{,}57 - log\ 0{,}0099$ . . . . nach dem Lehrs. 4, S. 15

$= 4{,}99\ 760$ . . . . denn: $log\ 984{,}56 = 2{,}99\ 322$ } nach der Regel 10.

$+ 2{,}4$ }

$2{,}99\ 324$ man beachte die Erkl. 50

$- log\ 0{,}0099 = +0{,}99\ 564 - 3$ nach den Regeln 12 u. 18

$-\qquad +$

$log \frac{984{,}56}{0{,}0099} = 1{,}99\ 760 + 3$

oder $= 4{,}99\ 760$

5). $log \frac{3{,}5674.0{,}045}{948073.0{,}00683} = log(3{,}5674.0{,}045) - log(948073.0{,}00683)$ . . . nach dem Lehrs. 4, S. 15

$= (log\ 3{,}5674 + log\ 0{,}045) - (log\ 948073 + log\ 0{,}00683)$ „ „ „ 3, „ 14

$= 0{,}39430 - 5$, denn: $log\ 948073 = 5{,}97\ 681$ } nach der Regel 10

$+ 2{,}8$ }

$+ 0{,}12$ }

$log\ 948073 = 5{,}97\ 684$ man beachte die Erkl. 50

$+ log\ 0{,}00683 = +0{,}83\ 442 - 3$

$log\ 948073 + log\ 0{,}00683 = 6{,}81\ 126 - 3$

oder: $= 3{,}81\ 126$ . . nach der Regel 17

ferner ist: $log\ 3{,}5674 = 0{,}55\ 230$ } „ „ „ 10

$+ 4{,}8$ }

$0{,}55\ 235$ . . man beachte die Erkl. 50

$+ log\ 0{,}045 = 0{,}65\ 321 - 2$

$log\ 3{,}5674 + log\ 0{,}045 = 1{,}20\ 556 - 2$

oder: $= 0{,}20\ 556 - 1$ nach der Regel 17.

Man hat also:

$(+4) \qquad (-4)$

$log(3{,}5674.0{,}045) = 0{,}20\ 556 - 1$ nach der Regel 19

und $- log(948073.0{,}00683) = -3{,}81\ 126$

$0{,}39\ 430 - 5$

6). $log\ 42{,}87^5 = 5 . log\ 42{,}87$ . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 8{,}16\ 075$ . . . denn: $log\ 42{,}87 = 1{,}63\ 215$ . . nach der Regel 11

$. 5$

$log\ 42{,}87^5 = 8{,}16\ 075$

Uebungsbeispiele: Resultate: Berechnungen: Andeutungen:

7). $\log 0{,}00888^8 = 8 \,.\, \log 0{,}00888$ . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 0{,}58\,728 - 17$, denn: $\log 0{,}00888 = 0{,}94\,841 - 3$ nach der Regel 12

$.\,8$ „ „ „ 18

$\log 0{,}00888^8 = 7{,}58\,728 - 24$

oder: $= 0{,}58\,728 - 17$ nach der Regel 17

8). $\log 0{,}0609^{-7} = -7 \,.\, \log 0{,}0609$ . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 8{,}50\,766$ . . denn: $\log 0{,}0609 = 0{,}78\,462 - 2$ nach der Regel 12

$\cdot -7$ „ „ „ 18

$\log 0{,}0609^{-7} = -5{,}49\,234 + 14$

oder: $= 8{,}50\,766$ . . nach d. Regel 20, wobei man aber keine weitere positive Zahl zu addieren braucht.

9). $\log \left(\frac{253 \,.\, 0{,}089}{786218}\right)^4 = 4 \,.\, [\log 253 + \log 0{,}089 - \log 786218]$ . . . n. d. Lehrsätzen 5, 4 u. 3

$= 0{,}82\,780 - 19$, denn:

$\log 786218 = 5{,}89\,553$
$+ 0{,}6$
$+ 0{,}48$ } nach der Regel 10

$\log 786218 = 5{,}89\,554$ . . man beachte die Erkl. 50

Ferner ist:

$\log 253 = 2{,}40\,312$

$+ \log 0{,}089 = +0{,}94\,939 - 2$

$(+3) \quad (-3)$ nach der Regel 19

$3{,}35\,251 - 2$

$- \log 786218 = -5{,}89\,554$

$0{,}45\,697 - 5$

$.\,4$ nach der Regel 18

$\log \left(\frac{253 \,.\, 0{,}089}{786218}\right)^4 = 1{,}82\,788 - 20$

oder: $= 0{,}82\,780 - 19$ nach der Regel 17

10). $\log \sqrt[5]{248799} = \frac{1}{5} \cdot \log 248799$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20

$= 1{,}07\,917$ . . denn: $\log 248799 = 5{,}39\,568$
$+ 15{,}3$
$+ 1{,}53$ } nach der Regel 10

$\log 248799 = 5{,}39\,585$ . . man beachte die Erkl. 50

$\cdot \frac{1}{5}$

$\log \sqrt[5]{248799} = 1{,}07\,917$

11). $\log \sqrt[4]{0{,}000887} = \frac{1}{4} \cdot \log 0{,}000887$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20

$= 0{,}23\,698 - 1$, denn: $\log 0{,}000887 = 0{,}94\,792 - 4$

$\cdot \frac{1}{4}$ nach der Regel 18

$\log \sqrt[4]{0{,}000887} = 0{,}23\,698 - 1$

12). $\log \sqrt[4]{0{,}00887} = \frac{1}{4} \cdot \log 0{,}00887$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20

$= 0{,}48\,698 - 1$, denn: $\log 0{,}00887 = \overset{(+1)}{0{,}94\,792} \overset{(-1)}{-3}$

$\cdot \frac{1}{4}$ nach der Regel 21

$\log \sqrt[4]{0{,}00887} = 0{,}48\,698 - 1$

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Berechnungen:** **Andeutungen:**

13). $\log \sqrt[-3]{8318} = \frac{\log 8318}{-3} = -\frac{1}{3}\cdot \log 8318$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20

$= 0{,}69\,333 - 2$ . . denn: $\log 8318 = 3{,}92\,002$

$\cdot -\frac{1}{3}$

$\log \sqrt[-3]{8318} = -1{,}30\,667$ man beachte die Erkl. 60

oder: $= 2-1{,}30\,667-2$ nach der Regel 20

$= 0{,}69\,333-2$

14). $\log 676255^{\frac{4}{7}} = \frac{4}{7}\cdot \log 676255 = \frac{1}{7}\cdot 4\cdot \log 676255$ . . . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 3{,}33\,149$ . . . denn: $\log 676255 = 5{,}83\,008$

$+3{,}0$ $+0{,}3$ } nach der Regel 10

$\log 676255 = 5{,}83\,011$

$\cdot 4$

$23{,}32\,044$

$\cdot \frac{1}{7}$

$\log 676255^{\frac{4}{7}} = 3{,}33\,149$ man beachte die Erkl. 60

15). $\log 0{,}01868^{\frac{3}{5}} = \frac{3}{5}\cdot \log 0{,}01868 = \frac{1}{5}\cdot 3\cdot \log 0{,}01868$ . . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 0{,}96\,283 - 2$, denn: $\log 0{,}01868 = 0{,}27\,138-2$

$\cdot 3$ nach der Regel 18

$\overset{(+4)}{0{,}81\,414}-\overset{(-4)}{6}$

$\cdot \frac{1}{5}$ nach der Regel 21

$\log 0{,}01868^{\frac{3}{5}} = 0{,}96\,283-2$ man beachte die Erkl. 60

16). $\log 0{,}31648^{-\frac{2}{5}} = -\frac{2}{5}\cdot \log 0{,}31648 = \frac{1}{5}\cdot -2\cdot \log 0{,}31648$ . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 0{,}19\,986$ . . denn: $\log 0{,}31648 = 0{,}50\,024-1$

$+10{,}4$ } nach der Regel 10

$\log 0{,}31648 = 0{,}50\,034-1$ man beachte die Erkl. 50

$\cdot -2$

$-1{,}00\,068+2$

oder $= 0{,}99\,932$ nach der Regel 20

$\cdot \frac{1}{5}$

$\log 0{,}31648^{-\frac{2}{5}} = 0{,}19\,986$ man beachte die Erkl. 60

17). $\log \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}\cdot \log \frac{1}{2} = \frac{1}{3}\cdot \log 0{,}5$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20 und der Regel 13.

$= 0{,}89\,966 - 1$ . . . denn: $\log 0{,}5 = \overset{(+2)}{0{,}69\,897}-\overset{(-2)}{1}$

$\cdot \frac{1}{3}$ nach der Regel 21

$\frac{1}{3}\cdot \log 0{,}5 = 0{,}89\,966-1$ man beachte die Erkl. 60

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Berechnungen:** **Andeutungen:**

18). $\log \sqrt[4]{\left(\frac{5}{9}\right)^3} = \frac{1}{4} \cdot 3 \cdot \log \frac{5}{9} = \frac{1}{4} \cdot 3\,(\log 5 - \log 9)$ . . . . . nach den Lehrs. 6 und 5 und der Regel 13

$= 0{,}80\,855 - 1$ . . denn: $\log 5 = \overset{(+1)}{0{,}69\,897}\;\overset{(-1)}{}$

$-\log 9 = -0{,}95\,424$ nach der Regel 19

$\log 5 - \log 9 = 0{,}74\,473 - 1$

$.\,3$

$\overset{(+1)}{2{,}23\,419} - \overset{(-1)}{3}$

$\cdot \frac{1}{4}$ nach der Regel 21

$\log \sqrt[4]{\left(\frac{5}{9}\right)^3} = 0{,}80\,855 - 1$ man beachte die Erkl. 60

19). $\log \sqrt[5]{\frac{1}{7}} = \frac{1}{5} . \log \frac{1}{7} = \frac{1}{5}\left(\log 1 - \log 7\right)$ . . . . nach dem Lehrsatz 6 und der Regel 13.

$= 0{,}83\,098 - 1$ . . denn: $\log 1 = \overset{(+1)}{0{,}00\,000}\;\overset{(-1)}{}$ . . nach der Regel 6 oder dem Lehrs. 1, S. 13

$-\log 7 = -0{,}84\,510$ . . nach der Regel 19

$\log 1 - \log 7 = \overset{(+4)}{0{,}15\,490} - \overset{(-4)}{1}$

$\cdot \frac{1}{5}$ nach der Regel 21

$\log \sqrt[5]{\frac{1}{7}} = 0{,}83\,098 - 1$

20). $\log \left(8\frac{2}{5}\right)^{-4} = -4 . \log \left(8\frac{2}{5}\right) = -4 \cdot \log \frac{42}{5} = -4 \cdot \log 8{,}4$ . . nach dem Lehrs. 5 und der Regel 14

$= 0{,}30\,288 - 4$ . . denn: $\log 8{,}4 = 0{,}92\,428$

$. -4$

$\log \left(8\frac{2}{5}\right)^{-4} = -3{,}69\,712$

oder $= 4 - 3{,}69\,712 - 4$ nach der Regel 20

$= 0{,}30\,288 - 4$

21). $\log \sqrt[3]{7\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \log \left(7\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3} \cdot \log \frac{23}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\log 23 - \log 3\right)$ nach dem Lehrs. 5 und der Regel 14

$= 0{,}29\,487$ . . . . denn: $\log 23 = 1{,}36\,173$

$-\log 3 = -0{,}47\,712$

$\log 23 - \log 3 = 0{,}88\,461$

$\cdot \frac{1}{3}$

$\log \sqrt[3]{7\frac{2}{3}} = 0{,}29\,487$

22). $\log \log 82{,}4775 = \log (\log 82{,}4775)$ . . . . d. h. man soll erst den Log. der gegebenen Zahl suchen u. dann abermals den Log. d. soeben gefund. Zahl, bezw. des soeben gefund. Log., bestimmen.

$= \log 1{,}91\,634$

$= 0{,}28\,247$ . . denn: $\log 82{,}4775 = 1{,}91\,630$

$+ 3{,}5$

$+ 0{,}25$ nach der Regel 10

$\log 82{,}4775 = 1{,}91\,634$ man beachte die Erkl. 50

Da nun:

$\log 1{,}91634 = 0{,}28\,240$

$+ 6{,}6$

$+ 0{,}88$ nach der Regel 10

$\log 1{,}91634 = \log (\log 82{,}4775) = 0{,}28\,247$ man beachte die Erkl. 50

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Berechnungen:** **Andeutungen:**

23). $\log\log 0{,}001175 = \log(\log 0{,}001175)$ . . . . man beachte die Andeutung zu Beispiel 22.

$= \log(0{,}07004 - 3)$

$= \log(-2{,}92996)$, denn:

$\log 0{,}001175 = 0{,}07\,004 - 3$

oder $= -2{,}92\,996$

Der Logarithmus dieser negativen Zahl kann mittelst den Tafeln nicht weiter bestimmt werden, da dieselben nur die Logarithmen der positiven Zahlen enthalten.

24). $\log \sqrt[6]{\frac{82 \,.\, 239 \,.\, 3177000}{31 \,.\, 3768 \,.\, 712}} = \frac{1}{6}\left[\log 82 + \log 239 + \log 3177000 - (\log 31 + \log 3768 + \log 712)\right]$ . . . nach den Lehrsätzen 6, 4 und 3.

$= 0{,}47905$, denn:

$\log 82 = 1{,}91\,381$

$+\log 239 = 2{,}37\,840$

$+\log 3177000 = 6{,}50\,202$ . . nach der Regel 7

$+D.E.\log 31 = 8{,}50\,864 - 10$

$+D.E.\log 3768 = 6{,}42\,389 - 10$

$+D.E.\log 712 = 7{,}14\,752 - 10$ } nach der Regel 22, beachte auch die Erkl. 67

$32{,}87\,428 - 30$

oder $= 2{,}87\,428$

$\cdot \frac{1}{6}$

$0{,}47\,905$ . . man beachte die Erkl. 60

25). $\log \sqrt[7]{\frac{10}{13}\sqrt[5]{17}} = \frac{1}{7}\left[\log 10 - \log 13 + \frac{1}{5}\cdot\log 17\right]$ . . . . man beachte die Lehrsätze 3 bis 6

$= 0{,}01888$ . . . denn:

$\log 10 = \overset{(+1)}{1},\overset{(-1)}{00}\,000$ . . nach der Regel 6

$-\log 13 = -1{,}11\,394$ . . nach der Regel 19

$0{,}88\,606 - 1$

$\frac{1}{5}\cdot\log 17 = \frac{1}{5}\cdot 1{,}23045 = 0{,}24\,609$

$1{,}13\,215 - 1$

oder $= 0{,}13\,215$

$\cdot \frac{1}{7}$

$\log \sqrt[7]{\frac{10}{13}\sqrt[5]{17}} = 0{,}01\,888$ . . man beachte die Erkl. 60

---

26). $\log(53 \,.\, 192 \,.\, 3726) =$ . . . . ? . . . . analog dem gelösten Beisp. 1.

27). $\log(2{,}6 \,.\, 345{,}8 \,.\, 2{,}045) =$ . . . ?

28). $\log(0{,}27 \,.\, 0{,}00608 \,.\, 072{,}4) =$ . . ?

29). $\log \frac{602374}{5846000} =$ . . . . ? . . . . analog dem gelösten Beisp. 8.

30). $\log \frac{324{,}87}{29{,}08} =$ . . . . ?

31). $\log \frac{0{,}8271}{0{,}0094} =$ . . . . ?

32). $\log \frac{112074 \,.\, 144000}{24 \,.\, 0{,}8807 \,.\, 46{,}87} =$ . . . ? . . . . analog dem gelösten Beisp. 5.

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Berechnungen:	Andeutungen:
33). $\log 211^8 =$	?		analog dem gelösten Beisp. 6
34). $\log 48{,}2043^5 =$	?		
35). $\log 0{,}04003^7 =$	?		
36). $\log 28^{-4} =$	?		„ „ „ „ 8
37). $\log 0{,}00901^{-6} =$	?		
38). $\log\left(\frac{102 \cdot 276{,}45}{8{,}2405}\right)^3 =$	?		„ „ „ „ 9
39). $\log \sqrt[5]{120745} =$	?		„ „ „ „ 10
40). $\log \sqrt[3]{0{,}00878} =$	?		
41). $\log \sqrt[6]{0{,}000206} =$	?		„ „ „ „ 12
42). $\log \sqrt[-3]{27} =$	?		„ „ „ „ 13
43). $\log 223276^{\frac{2}{5}} =$	?		„ „ „ „ 14
44). $\log 0{,}00823^{\frac{3}{4}} =$	?		
45). $\log 6{,}47083^{-\frac{4}{7}} =$	?		„ „ „ „ 16
46). $\log \sqrt[4]{\frac{1}{5}} =$	?		„ „ „ „ 17
47). $\log \sqrt[6]{\frac{1}{13}} =$	?		„ „ „ „ 19
48). $\log \sqrt[5]{\left(\frac{2}{9}\right)^4} =$	?		
49). $\log \left(7\frac{1}{2}\right)^3 =$	?		„ „ „ „ 20
50). $\log \left(8\frac{3}{5}\right)^{-4} =$	?		
51). $\log \left(6\frac{1}{7}\right)^5 =$	?		
52). $\log \sqrt[4]{2\frac{4}{13}} =$	?		„ „ „ „ 21
53). $\log \log 45076 =$	?		„ „ „ „ 22
54). $\log \log 7200{,}98 =$	?		
55). $\log \log 0{,}000603 =$	?		
56). $\log\left(\frac{240096 \cdot 7620 \cdot 4238}{263 \cdot 4530000 \cdot 109}\right) =$	?		„ „ „ „ 24
57). $\log \sqrt[3]{\frac{2{,}01 \cdot 0{,}16 \cdot 7834{,}92}{4400 \cdot 7062 \cdot 99900}} =$	?		

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Berechnungen:	Andeutungen:
58). $\log \sqrt[3]{\left(\frac{978854}{7579}\right)^5} =$	. . . . ?	. . . .	analog d. gelösten Beisp. 25
59). $\log \sqrt[4]{\frac{78\sqrt[7]{256}}{0,006843}} =$	. . . . ?		
60). $\log 5,62 . \sqrt[6]{\frac{243\sqrt[2]{0,02}}{17\sqrt[3]{\frac{4}{5}}}} =$	. ?		

Aufgabe 22. Man soll nach der Regel 15 und mit Benutzung der Regeln 16 bis 22 die Logarithmen der in nachstehenden Uebungsbeispielen gegebenen Zahlen*ausdrücken* bestimmen und zwar soll der Berechnung eine

sieben-stellige Tafel (vergl. die Aufg. 21)

zu Grunde gelegt werden.

Uebungsbeispiele: Resultate: Berechnungen: Andeutungen:

1). $\log(24 . 237 . 4567) = \log 24 + \log 237 + \log 4567$ . . . . nach dem Lehrs. 3, S. 14

$= 7{,}414\,5905$, denn: $\log 24 = 1{,}380\,2112$ . . nach d. Regel 2a oder 4a

$+\log 237 = 2{,}374\,7483$

$+\log 4567 = 3{,}659\,6310$ . . nach der Regel 3a.

$\log(24 . 237 . 4567) = 7{,}414\,5905$

2). $\log(0{,}0098 . 684579) = \log 0{,}0098 + \log 684579$ . . . . nach dem Lehrs. 3, S. 14

$= 6{,}826\,6497$, denn:

$\log 0{,}0098 = 0{,}991\,2261$ . . nach der Regel 12

$+\log 684579 = 5{,}835\,4179$ $\}$ nach der Regel 10a

$+56{,}7$

$\log(0{,}0098 . 684579) = 6{,}826\,6497$ . . man beachte die Erkl. 50a

3). $\log \frac{38216}{140{,}29} = \log 38216 - \log 140{,}29$ . . . . nach dem Lehrs. 4, S. 15

$= 2{,}435\,2185$ . . denn: $\log 38216 = 4{,}582\,2452$ . . nach der Regel 5a

$-\log 140{,}29 = -2{,}147\,0267$ . . „ „ „ 11

$\log \frac{38216}{140{,}29} = 2{,}435\,2185$

4). $\log \frac{984{,}563}{0{,}0099} = \log 984{,}563 - \log 0{,}0099$ . . . . nach dem Lehrs. 4, S. 15

$= 4{,}997\,6083$, denn: $\log 984{,}563 = 2{,}993\,2422$ $\}$ nach der Regel 10a

$+13{,}2$

$2{,}993\,2435$ . . man beachte die Erkl. 50a

$-\log 0{,}0099 = +0{,}995\,6352 - 3$ nach den Regeln 12 u. 18

$- \qquad +$

$\log \frac{984{,}563}{0{,}0099} = 1{,}997\,6083 + 3$

oder $= 4{,}997\,6083$

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Berechnungen:** **Andeutungen:**

5). $log \frac{35,6742 \,.\, 0,045}{9480736 \,.\, 0,00683} = log\,(35,6742 \,.\, 0,045) - log\,(9480736 \,.\, 0,00683)$ nach dem Lehrs. 4, S. 15

$= (log\,35,6742 + log\,0,045) - (log\,9480736 + log\,0,00683)$ „ „ „ 3, „ 14

$= 0,3943040 - 5$, denn:

$log\,9480736 = 6,976\,8404$
$+ 13,8$
$+ 2,76$ } nach der Regel 10a

$log\,9480736 = 6,976\,8420$ . . man beachte die Erkl. 50a
$+ log\,0,00683 = 0,834\,4207 - 3$

$log\,9480736 + log\,0,00683 = 7,811\,2627 - 3$
oder $= 4,811\,2627$ . . nach der Regel 17

ferner ist:

$log\,35,6742 = 1,552\,3518$
$+ 24,4$ } nach der Regel 10a

$1,552\,3542$ . . man beachte die Erkl. 50a
$+ log\,0,045 = 0,653\,2125 - 2$

$log\,35,6742 + log\,0,045 = 2,205\,5667 - 2$
oder $= 0,205\,5667$ . . nach der Regel 17

man hat also: (+5) (−5)
$log\,(35,6742 \,.\, 0,045) = 0,205\,5667$
$- log\,(9480736 \,.\, 0,00683) = -4,811\,2627$ . . nach der Regel 19

$0,394\,3040 - 5$

6). $log\,423,87^5 = 5 \,.\, log\,423,87$ . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 13,136\,1635$ denn: $log\,423,87 = 2,627\,2327$ . . nach der Regel 11
$.\,5$

$log\,423,87^5 = 13,136\,1635$

7). $log\,0,08827^8 = 8 \,.\, log\,0,08827$ . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 0,566\,5048 - 9$, denn: $log\,0,08827 = 0,945\,8131 - 2$ nach der Regel 12
$.\,8$ „ „ „ 18

$log\,0,08827^8 = 7,566\,5048 - 16$
oder $= 0,566\,5048 - 9$ „ „ „ 17

8). $log\,0,6098^{-7} = -7 \,.\, log\,0,6098$ . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 1,503\,6882$, denn: $log\,0,6098 = 0,785\,1874 - 1$ nach der Regel 12
$.\,-7$

$log\,0,6098^{-7} = -5,496\,3118 + 7$
oder $= 1,503\,6882$ . . nach der Regel 20, wobei man keine weitere positive Zahl zu addieren braucht.

9). $log \left(\frac{2536 \,.\, 0,089}{78621894}\right)^4 = 4 \,.\, [log\,2536 + log\,0,089 - log\,78621894]$ . . nach den Lehrs. 5, 4 u. 3

$= 0,831\,9828 - 23$, denn:

$log\,78621894 = 7,895\,5386$
$+ 44,0$
$+ 4,95$
$+ 0,22$ } nach der Regel 10a

$log\,78621894 = 7,895\,5435$ . . man beachte die Erkl. 50a

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen**, das **beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes

Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)
„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)
„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)
„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)
„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)
„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)
„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)
„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.
„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)
„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)
„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)
„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)
„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)
„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72). Mit Anhang u. Schluss der Logarithmen.
„ 74. **Die Wurzeln.**
Inhalt: Alle Lehrsätze, Formeln und Regeln, alle möglichen gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, welche sich auf die Wurzeln beziehen.
„ 75. **Die Wurzeln.** (Forts. v. Heft 74.)
„ 76. dto. („ „ „ 75.)
„ 77. dto. („ „ „ 76.)
„ 78. dto. („ „ „ 77.)
„ 79. dto. („ „ „ 78.)
„ 80. dto. („ „ „ 79.)
u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

71. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Logarithmen.
Forts. von Heft 70. Seite 113—128.

Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst**, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik**, **Mechanik**, **Graphostatik**, **Chemie**, **Geodäsie**, **Nautik**, **mathemat. Geographie**, **Astronomie**; des **Maschinen-**, **Strafsen-**, **Eisenbahn-**, **Wasser-**, **Brücken-** u. **Hochbau's**; der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie**, **Polar-** u. **Parallel-Perspective**, **Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 70. — Seite 113—128.

Inhalt:

Fortsetzung über das Aufsuchen der Logarithmen zu gegebenen Zahlenausdrücken; gelöste und ungelöste Beispiele. — Ueber das Aufsuchen des Numerus, welcher zu einem gegebenen Logarithmus gehört, Aufstellung der Regeln 23 bis 26, bezw. 26a, gelöste und analoge ungelöste Beispiele. — 134 Beispiele.

Stuttgart 1883.
Verlag von Julius Maier.

Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte.

Die einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.

Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen. Demzufolge ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite dieses Umschlags die nunmehrige Reihenfolge, wonach zunächst die Kapitel: Potenzen

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Berechnungen:	Andeutungen:

Ferner ist:

$$\begin{aligned} \log 2536 &= 3{,}404\,1492 \\ +\log 0{,}089 &= 0{,}949\,3900-2 \\ & \quad (+4) \qquad (-4) \\ &\ 4{,}353\,5392-2 \quad \text{nach der Regel 19} \\ -\log 78621894 &= -7{,}895\,5435 \\ &\ 0{,}457\,9957-6 \\ &\ \cdot 4 \quad \text{nach der Regel 18} \\ \log\left(\frac{2536\,.\,0{,}089}{78621894}\right)^4 &= 1{,}831\,9828-24 \\ \text{oder} &= 0{,}831\,9828-23 \quad \text{nach der Regel 17} \end{aligned}$$

10). $\log \sqrt[5]{2487995} = \frac{1}{5} \cdot \log 2487995$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20

$= 1{,}279\,1699$, denn:

$$\begin{aligned} \log 2487995 &= 6{,}395\,8329 \\ &\ +157{,}5 \\ &\ +\ \ 8{,}75 \quad \text{nach der Regel 10a} \\ \log 2487995 &= 6{,}395\,8495 \\ &\ \cdot \tfrac{1}{5} \\ \log \sqrt[5]{2487995} &= 1{,}279\,1699 \end{aligned}$$

11). $\log \sqrt[4]{0{,}000887} = \frac{1}{4} \cdot \log 0{,}000887$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20

$= 0{,}236\,9809 - 1$, denn:

$$\begin{aligned} \log 0{,}000887 &= 0{,}947\,9236-4 \\ &\ \cdot \tfrac{1}{4} \quad \text{nach der Regel 18} \\ \log \sqrt[4]{0{,}000887} &= 0{,}236\,9809-1 \end{aligned}$$

12). $\log \sqrt[4]{0{,}008887} = \frac{1}{4} \cdot \log 0{,}008887$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20

$= 0{,}487\,1888 - 1$, denn:

$$\begin{aligned} & \quad (+1) \qquad (-1) \\ \log 0{,}008887 &= 0{,}948\,7552-3 \\ &\ \cdot \tfrac{1}{4} \quad \text{nach der Regel 21} \\ \log \sqrt[4]{0{,}008887} &= 0{,}487\,1888-1 \end{aligned}$$

13). $\log \sqrt[-3]{83187} = \frac{\log 83187}{-3} = -\frac{1}{3} \cdot \log 83187$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20

$= 0{,}359\,9815 - 2$, denn:

$$\begin{aligned} \log 83187 &= 4{,}920\,0555 \\ &\ \cdot -\tfrac{1}{3} \\ \log \sqrt[-3]{83187} &= -1{,}640\,0185 \\ \text{oder} &= 2-1{,}640\,0185-2 \quad \text{nach der Regel 20} \\ &= 0{,}359\,9815-2 \end{aligned}$$

14). $\log 6762555^{\frac{4}{7}} = \frac{4}{7} \cdot \log 6762555 = \frac{1}{7} \cdot 4 \cdot \log 6762555$ . . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 3{,}902\,9205$, denn:

$$\begin{aligned} \log 6762555 &= 6{,}830\,1073 \\ &\ +32{,}0 \\ &\ +\ 3{,}20 \quad \text{nach der Regel 10a} \\ \log 6762555 &= 6{,}830\,1108 \ \ldots \ \text{man beachte die Erkl. 50a} \end{aligned}$$

Uebungsbeispiele: Resultate: Berechnungen: Andeutungen.

$$\begin{aligned}
log\, 6762555 &= 6{,}830\,1108 \\
&\quad .\,4 \\
&\quad 27{,}320\,4432 \\
&\quad \cdot \tfrac{1}{7} \\
log\, 6762555^{\frac{4}{7}} &= 3{,}902\,9205
\end{aligned}$$
. . man beachte die Erkl. 61

15). $log\, 0{,}018684^{\frac{3}{5}} = \frac{3}{5} \cdot log\, 0{,}018684 = \frac{1}{5} \cdot 3 \cdot log\, 0{,}018684$ . . . . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 0{,}962\,8819 - 2$, denn:

$$\begin{aligned}
log\, 0{,}018684 &= 0{,}271\,4699 - 2 \\
&\quad .\,3 \\
&\quad \overset{(+4)}{0{,}814\,4097} \overset{(-4)}{-6} \\
&\quad \cdot \tfrac{1}{5} \\
log\, 0{,}018684^{\frac{3}{5}} &= 0{,}962\,8819 - 2
\end{aligned}$$
nach der Regel 18; nach der Regel 21; man beachte die Erkl. 61

16). $log\, 0{,}316482^{-\frac{2}{5}} = -\frac{2}{5} \cdot log\, 0{,}316482 = \frac{1}{5} \cdot -2 \cdot log\, 0{,}316482$ . . nach dem Lehrs. 5, S. 18

$= 0{,}199\,8604$, denn:

$$\begin{aligned}
log\, 0{,}316482 &= 0{,}500\,3463 - 1 \\
&\quad + 27{,}4 \\
log\, 0{,}316482 &= 0{,}500\,3490 - 1 \\
&\quad \cdot -2 \\
&\quad -1{,}000\,6980 + 2 \\
\text{oder } &= 0{,}999\,3020 \\
&\quad \cdot \tfrac{1}{5} \\
log\, 0{,}316482^{-\frac{2}{5}} &= 0{,}199\,8604
\end{aligned}$$
nach der Regel 10a; man beachte die Erkl. 50a; . . nach der Regel 20

17). $log \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \cdot log \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot log\, 0{,}5$ . . . . nach dem Lehrs. 6, S. 20 und der Regel 13

$= 0{,}899\,6567 - 1$, denn: $log\, 0{,}5 = \overset{(+2)}{0{,}698\,9700} \overset{(-2)}{-1}$

$$\begin{aligned}
&\quad \cdot \tfrac{1}{3} \\
log \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}} &= 0{,}899\,6567 - 1
\end{aligned}$$
man beachte die Erkl. 61

18). $log \sqrt[4]{\left(\frac{5}{9}\right)^3} = \frac{1}{4} \cdot 3 \cdot log \frac{5}{9} = \frac{1}{4} \cdot 3 \cdot (log\, 5 - log\, 9)$ . . . . . nach den Lehrs. 6 und 5 und der Regel 13

$= 0{,}808\,5456 - 1$, denn:

$$\begin{aligned}
log\, 5 &= \overset{(+1)}{0{,}698\,9700} \overset{(-1)}{} \\
-log\, 9 &= -0{,}954\,2425 \\
&\quad 0{,}744\,7275 - 1 \\
&\quad .\,3 \\
&\quad \overset{(+1)}{2{,}234\,1825} \overset{(-1)}{-3} \\
&\quad \cdot \tfrac{1}{4} \\
log \sqrt[4]{\left(\tfrac{5}{9}\right)^3} &= 0{,}808\,5456 - 1
\end{aligned}$$
. . nach der Regel 19; nach der Regel 21

19). $log \sqrt[5]{\frac{1}{7}} = \frac{1}{5} \cdot log \frac{1}{7} = \frac{1}{5} \cdot (log\, 1 - log\, 7)$ . . . . nach dem Lehrs. 6 und und der Regel 13

$= 0{,}830\,9804 - 1$, denn:

Uebungsbeispiele: Resultate: Berechnungen: Andeutungen:

$$\log 1 = \overset{(+1)}{0{,}000\,0000}\overset{(-1)}{}$$ . . nach der Regel 6a oder dem Lehrs. 1

$$-\log 7 = -0{,}845\,0980$$ . . nach der Regel 19

$$\log 1 - \log 7 = \overset{(+4)}{0{,}154\,9020}\overset{(-4)}{-1}$$

$$\cdot \frac{1}{5}$$ nach der Regel 21

$$\log \sqrt[5]{\frac{1}{7}} = 0{,}830\,9804-1$$

20). $\log\left(8\frac{2}{5}\right)^{-4} = -4 \cdot \log\left(8\frac{2}{5}\right) = -4 \cdot \log\frac{42}{5} = -4 \cdot \log 8{,}4$ . . nach dem Lehrs. 5 und der Regel 14

$= 0{,}302\,8828-4$, denn: $\log 8{,}4 = 0{,}924\,2793$

$$\cdot -4$$

$$\log\left(8\frac{2}{5}\right)^{-4} = -3{,}697\,1172$$

oder $= 4-3{,}697\,1172-4$ nach der Regel 20

$$= 0{,}302\,8828-4$$

21). $\log\sqrt[3]{7\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\cdot\log\left(7\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}\cdot\log\frac{23}{3} = \frac{1}{3}\cdot(\log 23 - \log 3)$ nach dem Lehrs. 5 und der Regel 14

$= 0{,}294\,8688$ . . denn: $\log 23 = 1{,}361\,7278$

$$-\log 3 = -0{,}477\,1213$$

$$\log 23 - \log 3 = 0{,}884\,6065$$

$$\cdot\frac{1}{3}$$

$$\log\sqrt[3]{7\frac{2}{3}} = 0{,}294\,8688$$ . . man beachte die Erkl. 61

22). $\log\log 824{,}7759 = \log(\log 824{,}7759)$ . . . . d. h. man soll erst den Logarithmus der gegebenen Zahl suchen und dann abermals den Logarithmus der soeben gefundenen Zahl, bezw. des soeben gefundenen Logarithmus, bestimmen.

$= \log 2{,}916\,3360$

$= 0{,}464\,8376$, denn:

$$\log 824{,}7759 = 2{,}916\,3329 \;\; +26{,}0 \;\; +4{,}68$$ nach der Regel 10a

$$\log 824{,}7759 = 2{,}916\,3360$$ . . man beachte die Erkl. 50a

Da nun: $\log 2{,}916\,3360 = 0{,}464\,8322 \;\; +44{,}7 \;\; +8{,}94$

$$\log 2{,}916\,3360 = \log(\log 824{,}7759) = 0{,}464\,8376$$

23). $\log\log 0{,}011754 = \log(\log 0{,}011754)$ . . . . man beachte die Andeutung zu Beispiel 22.

$= \log(-1{,}929\,8143)$, denn:

Der Log. dieser **negativen** Zahl kann nicht weiter mittelst den Tafeln bestimmt werden, da dieselben nur die Logarithmen **positiver** Zahlen enthalten.

$$\log 0{,}011754 = 0{,}070\,1857-2$$

oder $= -1{,}929\,8143$

24). $\log\sqrt[6]{\frac{463 \cdot 1386 \cdot 46885000}{78 \cdot 488 \cdot 1432 \cdot 70308}} = \frac{1}{6}\cdot[\log 463 + \log 1386 + \log 46885000 - (\log 78 + \log 488 + \log 1432 + \log 70308)]$

nach den Lehrs. 6, 4 u. 3

$= 0{,}149\,1527$, denn:

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Berechnungen:	Andeutungen:

$$\begin{aligned}
\log 463 &= 2{,}665\,5810 \\
+\log 1386 &= 3{,}141\,7632 \\
+\log 46885000 &= 7{,}671\,0339 \quad \text{. . nach der Regel 7a} \\
+D.E.\log 78 &= 8{,}107\,9054-10 \\
+D.E.\log 488 &= 7{,}311\,5802-10 \\
+D.E.\log 1432 &= 6{,}844\,0570-10 \\
+D.E.\log 70308 &= 5{,}152\,9953-10
\end{aligned}$$

nach der Regel 22, man beachte auch die Erkl. 67

$$40{,}894\,9160-40$$

$$\text{oder} = 0{,}894\,9160 \cdot \tfrac{1}{6}$$

$$0{,}149\,1527$$ . . man beachte die Erkl. 61

25). $\log \sqrt[7]{\frac{10}{13}\sqrt[5]{17}} = \frac{1}{7}\left[\log 10 - \log 13 + \frac{1}{5}\cdot\log 17\right]$ . . . . . man beachte die Lehrsätze 3 bis 6

$= 0{,}018\,8781$, denn:

$$\begin{aligned}
\log 10 &= \overset{(+1)}{1{,}000\,0000} \quad \text{. . nach der Regel 6a} \\
-\log 13 &= -\overset{(-1)}{1{,}113\,9434} \quad \text{. . „ „ „ 19}
\end{aligned}$$

$$0{,}886\,0566-1$$

$+\frac{1}{5}\cdot\log 17 = \frac{1}{5}\cdot 1{,}230\,4489 = 0{,}246\,0898$ . . man beachte die Erkl. 61

$$1{,}132\,1464-1$$

$$\text{oder} = 0{,}132\,1464 \cdot \tfrac{1}{7}$$

$\log \sqrt[7]{\frac{10}{13}\sqrt[5]{17}} = 0{,}018\,8781$ . . man beachte die Erkl. 61

---

26). $\log(53 \,.\, 192 \,.\, 3726 \,.\, 10785)$ = . . ? . . . . analog dem gelösten Beisp. 1

27). $\log(2{,}6 \,.\, 345{,}8 \,.\, 2{,}045 \,.\, 376{,}82)$ = ?

28). $\log(0{,}27 \,.\, 0{,}00608 \,.\, 372{,}4 \,.\, 2008{,}54)$ = ?

29). $\log \frac{6023748}{58462000}$ = ... ? . . . . „ „ „ „ 3

30). $\log \frac{3024{,}875}{290{,}43}$ = ... ?

31). $\log \frac{0{,}82713}{0{,}0094}$ = ... ?

32). $\log \frac{1120743 \,.\, 1445000}{24 \,.\, 0{,}88007 \,.\, 46{,}087}$ = . . ? . . . . „ „ „ „ 5

33). $\log 211^8$ = ... ? . . . . „ „ „ „ 6

34). $\log 482{,}0043^5$ = ... ?

35). $\log 0{,}04003^7$ = ... ?

36). $\log 383^{-4}$ = ... ? . . . . „ „ „ „ 8

37). $\log 0{,}009012^{-6}$ = ... ?

38). $\log\left(\frac{1002 \,.\, 2760{,}45}{82{,}4055}\right)^3$ = . . . ? . . . . „ „ „ „ 9

39). $\log \sqrt[5]{12074568}$ = ... ? . . . . „ „ „ „ 10

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Berechnungen:	Andeutungen:
40). $\log \sqrt[3]{0{,}00878} =$	. . . . . ?		
41). $\log \sqrt[6]{0{,}000206} =$	. . . . . ?	. . . .	„ „ „ „ 12
42). $\log \sqrt[-3]{27} =$	. . . . ?	. . . .	„ „ „ „ 13
43). $\log 2232764^{\frac{2}{5}} =$	. . . . . . ?	. . . .	„ „ „ „ 14
44). $\log 0{,}008235^{\frac{3}{4}} =$	. . . . . . ?		
45). $\log 64708329^{-\frac{1}{4}} =$	. . . . . ?	. . . .	„ „ „ „ 16
46). $\log \sqrt[4]{\frac{1}{5}} =$	. . . . ?	. . . .	„ „ „ „ 17
47). $\log \sqrt[6]{\frac{1}{13}} =$	. . . . . . ?	. . . .	analog dem gelösten Beisp. 19
48). $\log \sqrt[5]{\left(\frac{2}{9}\right)^4} =$	. . . . . . ?		
49). $\log \left(7\frac{1}{2}\right)^3 =$	. . . . . . ?	. . . .	„ „ „ „ 20
50). $\log \left(8\frac{3}{5}\right)^{-4} =$	. . . . . . ?		
51). $\log \left(6\frac{1}{7}\right)^5 =$	. . . . . . ?	. . . .	„ „ „ „ 21
52). $\log \sqrt[4]{2\frac{4}{13}} =$	. . . . . . ?		
53). $\log\log 45076 =$	. . . . . . ?	. . . .	„ „ „ „ 22
54). $\log\log 7200{,}98 =$	. . . . . ?		
55). $\log\log 0{,}000603 =$	. . . . . ?		
56). $\log \left(\frac{240096 . 76203 . 42387}{263 . 45320000 . 1093}\right)^5 =$	?	. . . .	„ „ „ „ 24
57). $\log \sqrt[3]{\frac{2{,}01 . 0{,}16 . 78349{,}25}{44400 . 70627 . 9999000}} =$	?		
58). $\log \sqrt[3]{\left(\frac{978854{,}76}{75799}\right)^5} =$	. . . ?	. . . .	„ „ „ „ 25
59). $\log \sqrt[4]{\frac{78 . \sqrt[7]{2566}}{0{,}0068437}} =$	. . . ?		
60). $\log 5{,}62 . \sqrt[6]{\frac{243 \sqrt[2]{0{,}02}}{17 \sqrt[3]{\frac{4}{5}}}} =$	. . ?		

3). Ueber das Aufsuchen des Numerus (der Zahl), welcher zu einem gegebenen Logarithmus gehört.

Will man andeuten, dass zu einem gegebenen Logarithmus die demselben **zugehörige Zahl**, d. i. der **zugehörige Numerus**, gesucht werden soll, so pflegt man dies nach der Erkl. 7, Seite 7, durch das Symbol:

„**num log**" oder durch „**N log**"

zu thun.

Ist z. B.:

$log\,12 = 1{,}07918$, so ist hiernach:

$num\,log\,1{,}07918 = 12$ oder auch:

$N\,log\,1{,}07918 = 12$

Entsprechend der vorstehenden Bezeichnung nennt man auch den zu einem gegebenen Logarithmus gehörigen Numerus: „**Numerus logarithmus**".

Bei dem Aufsuchen des Numerus (der Zahl), welcher zu einem gegebenen Logarithmus gehört, **hat man genau das umgekehrte Verfahren** einzuschlagen, welches mit den Regeln 1 bis 12 für das Aufsuchen des Logarithmus zu einer gegebenen Zahl (zu einem gegebenen Numerus) aufgestellt wurde, wobei man sich zum praktischen Gebrauch folgende Regeln merken kann.

Regel 23. Hat man zu einem gegebenen Logarithmus **mit positiver Kennziffer** (incl. der Null) den zugehörigen Numerus zu bestimmen, so suche man nach der Regel 26 in der Tafel nur die Mantisse des gegebenen Logarithmus, schreibe die dazugehörige Zahl nieder und trenne von derselben soviele Stellen durch ein Dezimalkomma ab, als die um Eins vermehrte Anzahl der Einheiten beträgt, welche in jener positiven Kennziffer enthalten sind.

Man vergl. hiermit den Zusatz 3, Seite 59, die Regel 1, Seite 74 und die Regel 11, S. 92, und siehe die Uebungsbeispiele 1 bis 24 der Aufgabe 23, Seite 123.

Regel 24. Kommt bei der Anwendung vorstehender Regel 23 der Fall vor, dass der zu der gegebenen Log.-Mantisse aus der Tafel entnommene Numerus nicht soviele Stellen enthält, als nach vorstehender Regel 23 durch ein Dezimalkomma abgetrennt werden sollen, so muss man jenem Numerus **Nullen** anhängen.

Man siehe die Uebungsbeispiele 24 bis 28 der Aufgabe 23, Seite 123.

Regel 25. Hat man zu einem gegebenen Logarithmus **mit negativer Kennziffer** (also zu einem sogenannten halbnegativen, binomischen Logarithmus) den zugehörigen Numerus zu bestimmen, so suche man nach der Regel 26 in der Tafel nur die Mantisse des gegebenen Logarithmus, schreibe die dazugehörige Zahl nieder und setze derselben soviele Nullen voran, als die negative Kennziffer Einheiten enthält, schliesslich trenne man die erste Null durch ein Dezimalkomma ab.

Man vergl. hiermit den Zusatz 4, Seite 59, die Regel 12, Seite 94, und siehe die Uebungsbeispiele 33 bis 38 der Aufgabe 23, Seite 123.

Den zu einem gegebenen Logarithmus, bezw. den **zur Mantisse** eines gegebenen Logarithmus gehörigen Numerus findet man

bei Benutzung der Kleyer'schen

fünf-stelligen Tafel

mittelst der Regel:

Regel 26. Da nach den Regeln 4 u. 5 auf den Seiten 5—22 der Kleyer'schen Tafel nicht allein die Mantissen der Logarithmen aller 3- u. 4stelligen, sondern auch die Mantissen der Logarithmen aller 1- u. 2stelligen Zahlen enthalten sind, und man im voraus nicht weiss, welches der Numerus ist, der zu einem gegebenen Logarithmus gehört, so suche man den fraglichen Numerus **nur — und zwar nur** — auf den Seiten 5—22. Zur Auffindung dieses Numerus suche man auf den Seiten 5—22 und zwar in den 2ten Vertikalkolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „0" über- und unterschrieben sind, die zwei ersten Ziffern der gegebenen Log.-Mantisse, die drei anderen Ziffern dieser Mantisse suche man in derselben oder in den rechts folgenden Vertikalkolonnen und zwar in derjenigen Horizontalreihe in welcher die 2 ersten Ziffern gefunden wurden oder in den

bei Benutzung der Vega'schen

sieben-stelligen Tafel

(von *Bremiker*)

mittelst der Regel:

Regel 26a. Da nach den Regeln 4a u. 5a auf den Seiten 6—185 der Vega'schen Tafel nicht allein die Mantissen der Logarithmen aller 4- u. 5stelligen, sondern auch die Mantissen der Logarithmen aller 1-, 2- u. 3stelligen Zahlen enthalten sind, und man im voraus nicht weiss, welches der Numerus ist, der zu einem gegebenen Logarithmus gehört, so suche man den fragl. Numerus **nur — und zwar nur** — auf den Seiten 6—185. Zur Auffindung dieses Numerus suche man auf den Seiten 6—185 und zwar in den 2ten Vertikalkolonnen, nämlich in denjenigen, welche mit „0" über- und unterschrieben sind, die drei ersten Ziffern der gegebenen Log.-Mantisse, die vier anderen Ziffern dieser Mantisse suche man in derselben oder in den rechts folgenden Vertikalkolonnen und zwar in derjenigen Horizontalreihe in welcher die 3 ersten Ziffern gefunden wurden oder in den

nächstfolgenden Horizontalreihen (welchen auch jene 2 ersten Ziffern angehören) oder auch in der nächst vorhergehenden Horizontalreihe, dann aber nur unter denjenigen Ziffern, welche mit einem Sternchen bezeichnet sind. Nunmehr können **zwei Fälle** eintreten, entweder:

1). die drei letzten Ziffern der gegebenen Mantisse sind **ganz genau** in der Tafel enthalten oder
2). was in den meisten Fällen stattfinden wird, keine der in der Tafel stehenden Mantissen stimmt **bis auf die letzten Stellen** mit der gegebenen Mantisse überein.

Im 1ten Falle, also wenn die gegebene Log.-Mantisse **ganz genau** in der Tafel enthalten ist, findet man den zu dieser Mantisse gehörigen Numerus, indem man die in der 1ten Vertikalkolonne (welche mit „N" überschrieben ist) und zugleich in derselben Horizontalreihe stehenden drei Ziffern herausschreibt und dieser dreiziffrigen Zahl aber noch als 4te Ziffer diejenige Zahl hinzufügt, mit welcher die Vertikalkolonne über- und unterschrieben ist, in der die 3 letzten Ziffern der gegebenen Mantisse gefunden wurden.

Man siehe die Beispiele 8—14 der Aufg. 23.

Im 2ten Falle, also wenn die gegebene Log.-Mantisse **nicht ganz genau** in der Tafel enthalten ist, suche man die in der Tafel stehende der gegebenen nächst kleinere Mantisse und schreibe den zu letzterer gehörigen 4ziffrigen Numerus, wie im ersten Falle angegeben ist, heraus und denke sich demselben noch eine Anzahl Nullen angehängt (was man nach dem Zusatz 1, S. 63, ohne weiteres kann). Da nun zu der in der Tafel aufgesuchten der gegebenen nächst kleineren Mantisse eine Zahl (ein Numerus) gehört, welche die der gesuchten Zahl nächst kleinere und durch 10, bezw. durch 100, 1000... teilbare Zahl ist (letzteres nämlich, je nachdem man dem aus der Tafel entnommenen Numerus 1, bezw. 2, 3 . . . Nullen angehängt denkt), so bleiben nur

nächstfolgenden Horizontalreihen (welchen auch jene 3 ersten Ziffern angehören) oder auch in der nächst vorhergehenden Horizontalreihe, dann aber nur unter denjenigen Ziffern, welche mit einem Strich überschrieben sind. Nunmehr können **zwei Fälle** eintreten, entweder:

1). die vier letzten Ziffern der gegebenen Mantisse sind **ganz genau** in der Tafel enthalten oder
2). was in den meisten Fällen stattfinden wird, keine der in der Tafel stehenden Mantissen stimmt **bis auf die letzten Stellen** mit der gegebenen Mantisse überein.

Im 1ten Falle, also wenn die gegebene Log.-Mantisse **ganz genau** in der Tafel enthalten ist, findet man den zu dieser Mantisse gehörigen Numerus, indem man die in der 1ten Vertikalkolonne (welche mit „N" überschrieben ist) und zugleich in derselben Horizontalreihe stehenden vier Ziffern herausschreibt und dieser vierziffrigen Zahl aber noch als 5te Ziffer diejenige Zahl hinzufügt, mit welcher die Vertikalkolonne über- und unterschrieben ist, in der die 4 letzten Ziffern der gegebenen Mantisse gefunden wurden.

Man siehe die Beispiele 8—14 der Aufg. 23.

Im 2ten Falle, also wenn die gegebene Log.-Mantisse **nicht ganz genau** in der Tafel enthalten ist, suche man die in der Tafel stehende der gegebenen nächst kleinere Mantisse und schreibe den zu letzterer gehörigen 5ziffrigen Numerus, wie im ersten Falle angegeben ist, heraus und denke sich demselben noch eine Anzahl Nullen angehängt (was man nach dem Zusatz 1, S. 63, ohne weiteres kann). Da nun zu der in der Tafel aufgesuchten der gegebenen nächst kleineren Mantisse eine Zahl (ein Numerus) gehört, welche die der gesuchten Zahl nächst kleinere und durch 10, bezw. durch 100, 1000... teilbare Zahl ist (letzteres nämlich, je nachdem man dem aus der Tafel entnommenen Numerus 1, bezw. 2, 3 . . . Nullen angehängt denkt), so bleiben nur

noch die Ziffern zu bestimmen übrig, welche man an Stelle jener gedachten Nullen setzen muss, damit man die gesuchte Zahl (den gesuchten Numerus) erhält. — Die an Stelle der gedachten Nullen zu setzenden Ziffern, bezeichnet durch y, findet man mittelst der in der Regel 9, S. 85, aufgestellten Proportion:

$$\frac{Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots}{Z - z_{10}\ldots} = \frac{\log Z_{10}\ldots - \log z_{10}\ldots}{\log Z - \log z_{10}\ldots}$$

(vergl. hiermit den in der Erkl. 48 aufgestellten Satz)

indem man in derselben:

a). $Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots$ . . . . d. i. die Differenz der der gesuchten nächst grösseren durch 10, 100, 1000 ... teilbaren Zahl und der der gesuchten nächst kleineren durch 10, 100, 1000 ... teilbaren und bereits bestimmten Zahl.
$= 10$ oder
$= 100$ „
$= 1000$ setzt,
nämlich je nachdem man die 5te, oder die 5te und 6te, oder die 5te, 6te und 7te Ziffer der gesuchten Zahl bestimmen will;

b). $Z - z_{10}\ldots$ . . . . . d. i. die Differenz der gesuchten u. der derselben nächst kleineren, durch 10, 100, 1000 . . . . teilbaren u. bereits bestimmten Zahl. — Diese Differenz enthält somit die Ziffern, welche man den bereits bestimmten vier ersten Ziffern anhängen muss, damit man die gesuchte Zahl Z erhält.
$= y$
nämlich gleich der noch zu bestimmenden Grösse setzt, welche die 5te, 6te, 7te Ziffer der gesuchten Zahl enthält (siehe die Erkl. 68);

c). $\log Z_{10}\ldots - \log z_{10}\ldots$ d. i. die Differenz der Logarithmen der im ersten Gliede obiger Proportion stehenden Zahlen, also die Differenz der in der Tafel enthaltenen Mantissen, zwischen welchen die gegebene Mantisse liegt.
gleich der Differenz setzt, welche man erhält, wenn man die in der Tafel aufgesuchte der gegebenen nächst kleineren Mantisse von der in der Tafel nächst folgenden, also von der der gegebenen nächst grösseren Mantisse subtrahiert, was in Gedanken geschehen kann, indem man nur die letzten Ziffern dieser Mantissen zu subtrahieren braucht;

d). $\log Z - \log z_{10}\ldots$ . . d. i. die Differenz der gegebenen und der in der Tafel aufgesuchten zu ersterer nächst kleineren Mantisse.
gleich der Differenz setzt, welche man erhält, wenn man die in der Tafel aufgefundene der gegebenen nächst kleinere Mantisse von der gegebenen Mantisse subtrahiert;

noch die Ziffern zu bestimmen übrig, welche man an Stelle jener gedachten Nullen setzen muss, damit man die gesuchte Zahl (den gesuchten Numerus) erhält. — Die an Stelle der gedachten Nullen zu setzenden Ziffern, bezeichnet durch y, findet man mittelst der in der Regel 9a, S. 85, aufgestellten Proportion:

$$\frac{Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots}{Z - z_{10}\ldots} = \frac{\log Z_{10}\ldots - \log z_{10}\ldots}{\log Z - \log z_{10}\ldots}$$

(vergl. hiermit den in der Erkl. 48a aufgestellten Satz)

indem man in derselben:

a). $Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots$ . . . . d. i. die Differenz der der gesuchten nächst grösseren durch 10, 100, 1000 . . . teilbaren Zahl und der der gesuchten nächst kleineren durch 10, 100, 1000 . . . . . teilbaren und bereits bestimmten Zahl.
$= 10$ oder
$= 100$ „
$= 1000$ setzt,
nämlich je nachdem man die 6te, oder die 6te und 7te, oder die 6te, 7te und 8te Ziffer der gesuchten Zahl bestimmen will;

b). $Z - z_{10}\ldots$ . . . . . d. i. die Differenz der gesuchten u. der derselben nächst kleineren durch 10, 100, 1000 . . . . . teilbaren u. bereits bestimmten Zahl. — Diese Differenz enthält somit die Ziffern, welche man den bereits bestimmten fünf ersten Ziffern anhängen muss, damit man die gesuchte Zahl Z erhält.
$= y$
nämlich gleich der noch zu bestimmenden Grösse setzt, welche die 6te, 7te 8te . . . Ziffer der gesuchten Zahl enthält (siehe die Erkl. 68a.

c). $\log Z_{10}\ldots - \log z_{10}\ldots$ d. i. die Differenz der Logarithmen der im ersten Gliede obiger Proportion stehenden Zahlen, also die Differenz der in der Tafel enthaltenen Mantissen, zwischen welchen die gegebene Mantisse liegt.
gleich der Differenz setzt, welche man erhält, wenn man die in der Tafel aufgesuchte der gegebenen nächst kleineren Mantisse von der in der Tafel nächst folgenden, also von der der gegebenen nächst grösseren Mantisse subtrahiert, was in Gedanken geschehen kann, indem man nur die letzten Ziffern dieser Mantissen zu subtrahieren braucht;

d). $\log Z - \log z_{10}\ldots$ . . d. i. die Differenz der gegebenen Mantisse und der in der Tafel aufgesuchten zu ersterer nächst kleineren Mantisse.
gleich der Differenz setzt, welche man erhält, wenn man die in der Tafel aufgefundene der gegebenen nächst kleinere Mantisse von der gegebenen Mantisse subtrahiert;

alsdann die Grösse y berechnet. Die somit gefundene Grösse y setze man schliesslich unter Berücksichtigung der Erkl. 68 an Stelle jener gedachten Nullen, wonach man den zu der gegebenen Mantisse gehörigen Numerus gefunden hat.

Man vergl. hiermit die Regel 9 und siehe die gelösten Uebungsbeispiele 39—45 der Aufgabe 23.

Die an Stelle jener gedachten Nullen zu setzenden Ziffern kann man auch auf **raschere**, dabei **mechanische** Weise mittelst den in der Tafel auf den Seiten 5—22 unter den Rubriken: „**P. P.**“ (*partes proportionales*, Proportionalteile) aufgestellten Täfelchen, in welchen die fraglichen Proportionalteile bereits berechnet sind (vergl. die Regel 10, S. 88), bestimmen, und zwar wie folgt:

Man bilde die Differenz der, der gegebenen nächst kleineren in der Tafel aufgefundenen Mantisse und der letzterer in der Tafel nächstfolgenden, meistens rechts danebenstehenden Mantisse (dies geschieht in Gedanken, indem man nur die letzten Stellen dieser Mantissen subtrahiert) und suche in der mit „**P. P.**“ überschriebenen Rubrik das Täfelchen, welches mit dieser soeben gebildeten Differenz überschrieben ist; dann suche man in diesem Täfelchen und zwar hinter dem Vertikalstrich diejenige Zahl, welche mit der noch zu bildenden Differenz der gegebenen und der in der Tafel stehenden nächst kleineren Mantisse übereinstimmt; findet man nun diese Differenz unter den Proportionalteilen, welche hinter dem Vertikalstrich stehen, **ganz genau**, so ist die links dabei, nämlich vor dem Vertikalstrich stehende Zahl die fünfte Ziffer der gesuchten Zahl, findet man aber jene Differenz nicht ganz genau, so nehme man die neben dem nächst kleineren Proportionalteil stehende Zahl als fünfte Ziffer; subtrahiere diesen nächst kleineren Proportionalteil von jener Differenz, multipliziere die somit gebildete neue Differenz mit Zehn und suche unter den hinter dem Vertikalstrich stehenden

alsdann die Grösse y berechnet. Die somit gefundene Grösse y setze man schliesslich unter Berücksichtigung der Erkl. 68[a] an Stelle jener gedachten Nullen, wonach man den zu der gegebenen Mantisse gehörigen Numerus gefunden hat.

Man vergl. hiermit die Regel 9a und siehe die gelösten Uebungsbeispiele 39—45 der Aufgabe 23.

Die an Stelle jener gedachten Nullen zu setzenden Ziffern kann man auch anf **raschere**, dabei **mechanische** Weise mittelst den in der Tafel auf den Seiten 6—185 unter den Rubriken: „**P. P.**“ (*partes proportionales*, Proportionalteile) aufgestellten Täfelchen, in welchen die fraglichen Proportionalteile bereits berechnet sind (vergl. die Regel 10[a], S. 88, bestimmen, und zwar wie folgt:

Man bilde die Differenz der, der gegebenen nächst kleineren in der Tafel aufgefundenen Mantisse und der letzterer in der Tafel nächstfolgenden, meistens rechts danebenstehenden Mantisse (dies geschieht in Gedanken, indem man nur die letzten Stellen dieser Mantissen subtrahiert) und suche in der mit „**P. P.**“ überschriebenen Rubrik das Täfelchen, welches mit dieser soeben gebildeten Differenz überschrieben ist; dann suche man in diesem Täfelchen und zwar hinter dem Vertikalstrich diejenige Zahl, welche mit der noch zu bildenden Differenz der gegebenen und der in der Tafel stehenden nächst kleineren Mantisse übereinstimmt; findet man nun diese Differenz unter den Proportionalteilen, welche hinter dem Vertikalstrich stehen, **ganz genau**, so ist die links dabei, nämlich vor dem Vertikalstrich stehende Zahl die sechste Ziffer der gesuchten Zahl, findet man aber jene Differenz nicht ganz genau, so nehme man die neben dem nächst kleineren Proportionalteil stehende Zahl als sechste Ziffer; subtrahiere diesen nächst kleineren Proportionalteil von jener Differenz, multipliziere die somit gebildete neue Differenz mit Zehn und suche unter den hinter dem Vertikalstrich stehenden

Proportionalteilen diese Differenz; findet man dieselbe **ganz genau**, so ist die links dabei stehende Zahl die sechste Ziffer der gesuchten Zahl, findet man aber jene Differenz nicht ganz genau, so nehme man die neben dem nächst kleineren Proportionalteil stehende Zahl als sechste Ziffer; subtrahiere wie vorhin diesen nächst kleineren Proportionalteil von jener zuletzt gebildeten Differenz, multipliziere die somit gebildete neue Differenz mit Hundert und verfahre weiter wie vorhin. Auf diese Weise wird man auch noch die siebente Ziffer der gesuchten Zahl finden.

Man vergl. hiermit die Regel 10, beachte die Erkl. 54, Seite 91, und siehe die gelösten Uebungsbeispiele 46—52 der Aufgabe 23.

Proportionalteilen diese Differenz; findet man dieselbe **ganz genau**, so ist die links dabei stehende Zahl die siebente Ziffer der gesuchten Zahl, findet man aber jene Differenz nicht ganz genau, so nehme man die neben dem nächst kleineren Proportionalteil stehende Ziffer als siebente Ziffer, subtrahiere wie vorhin diesen nächst kleineren Proportionalteil von jener zuletzt gebildeten Differenz, multipliziere die somit gebildete neue Differenz mit Hundert und verfahre weiter wie vorhin. Auf diese Weise wird man auch noch die achte Ziffer der gesuchten Zahl finden.

Man vergl. hiermit die Regel 10a, beachte die Erkl. 54a, Seite 91 und siehe die gelösten Uebungsbeispiele 46—52 der Aufgabe 23.

Erkl. 68. Hatte man zur Berechnung der in vorstehender Regel 26 im 2ten Falle vorkommenden Grösse y in der daselbst angeführten Proportion

$$Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots = 10 \text{ gesetzt}$$

und man fand z. B.:

$$y = 2{,}87$$

so wird man, wenn

$$Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots = 100, \text{ bezw.} = 1000$$

gesetzt wird:

$$y_1 = 28{,}7 \text{ bezw.}$$
$$y_2 = 287 \text{ erhalten.}$$

Da hiernach und nach dem in der Regel 26 aufgestellten 2ten Fall die fünfte Ziffer des gesuchten Numerus für dieses Beispiel = 2, die sechste = 8, die siebente = 7 wäre und man diese beiden letzten Ziffern schon findet, wenn man:

$Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots = 10$ setzt, so setze man einfach **ein- für allemal**:

$Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots = 10$ und substituiere diese hiernach für y gefundene Zahl ohne Rücksicht des in derselben auftretenden Dezimalkommas an Stelle der im 2ten Fall der Regel 26 zu denkenden Nullen.

Erkl. 68a. Hatte man zur Berechnung der in vorstehender Regel 26a im 2ten Falle vorkommenden Grösse y in der daselbst angeführten Proportion

$$Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots = 10 \text{ gesetzt}$$

und man fand z. B.:

$$y = 2{,}87$$

so wird man, wenn

$$Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots = 100, \text{ bezw.} = 1000$$

gesetzt wird:

$$y_1 = 28{,}7 \text{ bezw.}$$
$$y_2 = 287 \text{ erhalten.}$$

Da hiernach und nach dem in der Regel 26a aufgestellten 2ten Fall die sechste Ziffer des gesuchten Numerus für dieses Beispiel = 2, die siebente = 8, die achte = 7 wäre und man diese beiden letzten Ziffern schon findet, wenn man:

$Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots = 10$ setzt, so setze man einfach **ein- für allemal**:

$Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots = 10$ und substituiere diese hiernach für y gefundene Zahl ohne Rücksicht des in derselben auftretenden Dezimalkommas an Stelle der im 2ten Fall der Regel 26a zu denkenden Nullen.

Aufgabe 23. Man soll die Zahlen (Numeri) bestimmen, welche zu den Logarithmen gehören, die in nachstehenden Uebungsbeispielen gegeben sind, und zwar:

Bei Benutzung der Kleyer'schen fünf-stelligen Tafel:

Uebungsbeispiele:	Resultate:
1). Gegeb. sei der *log*: 2,03 342 Ges. ist: *num log* 2,03 342 Nach der Regel 23 u. dem 1. Fall der Regel 26 findet man auf S. 5: *num log* 2,03 342 = ...	108
2). Gegeb. sei der *log*: 2,57 054 Ges. ist: *num log* 2,57 054 Wie vorhin findet man auf S. 10: *num log* 2,57 054 = ...	372
3). Gegeb. sei der *log*: 2,49 136 Ges. ist: *num log* 2,49 136 Wie vorhin findet man auf S. 9: *num log* 2,49 136 = ...	310
4). Gegeb. sei der *log*: 2,75 128 Ges. ist: *num log* 2,75 128 Wie vorhin findet man auf S. 14: *num log* 2,75 128 = ...	564
5). Gegeb. sei der *log*: 2,72 997 Ges. ist: *num log* 2,72 997 Wie vorhin findet man auf S. 13: *num log* 2,72 997 = ...	537
6). Gegeb. sei der *log*: 3,20 140 Ges. ist: *num log* 3,20 140 Wie vorhin findet man auf S. 6: *num log* 3,20 140 = ...	1590
7). Gegeb. sei der *log*: 3,94 250 Ges. ist: *num log* 3,94 250 Wie vorhin findet man auf S. 20: *num log* 3,94 250 = ...	8760
8). Gegeb. sei der *log*: 3,36 248 Ges. ist: *num log* 3,36 248 Wie vorhin findet man auf S. 7: *num log* 3,36 248 = ...	2304
9). Gegeb. sei der *log*: 3,82 119 Ges. ist: *num log* 3,82 119 Wie vorhin findet man auf S. 16: *num log* 3,82 119 = ...	6625
10). Gegeb. sei der *log*: 3,93 430 Ges. ist: *num log* 3,93 430 Wie vorhin findet man auf S. 20: *num log* 3,93 430 = ...	8596
11). Gegeb. sei der *log*: 3,98 985 Ges. ist: *num log* 3,98 985 Wie vorhin findet man auf S. 22: *num log* 3,98 985 = ...	9769

Bei Benutzung der Vega'schen sieben-stelligen Tafel:

Uebungsbeispiele:	Resultate:
1). Gegeb. sei der *log*: 3,003 0295 Ges. ist: *num log* 3,003 0295 Nach der Regel 23 u. dem 1. Fall der Regel 26a findet man auf S. 6: *num log* 3,003 0295 = . . .	1007
2). Gegeb. sei der *log*: 3,329 1944 Ges. ist: *num log* 3,329 1944 Wie vorhin findet man auf S. 28: *num log* 3,329 1944 = . . .	2134
3). Gegeb. sei der *log*: 3,558 7086 Ges. ist: *num log* 3,558 7086 Wie vorhin findet man auf S. 58: *num log* 3,558 7086 = . . .	3620
4). Gegeb. sei der *log*: 3,603 2527 Ges. ist: *num log* 3,603 2527 Wie vorhin findet man auf S. 66: *num log* 3,603 2527 = . . .	4011
5). Gegeb. sei der *log*: 3,669 6887 Ges. ist: *num log* 3,669 6887 Wie vorhin findet man auf S. 79: *num log* 3,669 6887 = . . .	4674
6). Gegeb. sei der *log*: 4,704 9223 Ges. ist: *num log* 4,704 9223 Wie vorhin findet man auf S. 87: *num log* 4,704 9223 = . . .	50690
7). Gegeb. sei der *log*: 4,844 9739 Ges. ist: *num log* 4,844 9739 Wie vorhin findet man auf S. 125: *num log* 4,844 9739 = . . .	69980
8). Gegeb. sei der *log*: 4,025 4697 Ges. ist: *num log* 4,025 4697 Wie vorhin findet man auf S. 7: *num log* 4,025 4697 = . . .	10604
9). Gegeb. sei der *log*: 4,325 3514 Ges. ist: *num log* 4,325 3514 Wie vorhin findet man auf S. 28; *num log* 4,325 3514 = . . .	21152
10). Gegeb. sei der *log*: 4,668 3580 Ges. ist: *num log* 4,668 3580 Wie vorhin findet man auf S. 79: *num log* 4,668 3580 = . . .	46597
11). Gegeb. sei der *log*: 4,736 9460 Ges. ist: *num log* 4,736 9460 Wie vorhin findet man auf S. 95: *num log* 4.736 9460 = . . .	54569

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

12). Gegeb. sei der *log*: 3,79 000
Ges. ist: *num log* 3,79 000
Wie vorhin und mit Berücksichtigung, dass bei den letzten 3 Stellen des gegeb. Logarithmus in der Tafel ein Sternchen steht (siehe Regel 5, Seite 76), findet man auf Seite 15:
num log 3,79 000 = ... 6166

13). Gegeb. sei der *log*: 3,86 022
Ges. ist: *num log* 3,86 022
Wie vorhin findet man auf S. 17:
num log 3,86 022 = ... 7248

14). Gegeb. sei der *log*: 3,97 030
Ges. ist: *num log* 3,97 030
Wie vorhin findet man auf S. 21:
num log 3,97 030 = ... 9339

15). Gegeb. sei der *log*: 1,03 342
Ges. ist: *num log* 1,03 342
Wie in dem Beisp. 1 angegeben ist, findet man auf S. 5:
num log 1,03 342 = ... 10,8

16). Gegeb. sei der *log*: 0,03 342
Ges. ist: *num log* 0,03 342
Wie vorhin findet man auf S. 5:
num log 0,03 342 = ... 1,08

17). Gegeb. sei der *log*: 1,75 128
Ges. ist: *num log* 1,75 128
Wie in dem Beisp. 4 findet man auf Seite 14:
num log 1,75 128 = ... 56,4

18). Gegeb. sei der *log*: 0,75 128
Ges. ist: *num log* 0,75 128
Wie vorhin findet man auf S. 14:
num log 0,75 128 = ... 5,64

19). Gegeb. sei der *log*: 2,93 430
Ges. ist: *num log* 2,93 430
Wie in dem Beisp. 10 findet man auf Seite 20:
num log 2,93 430 = ... 859,6

20). Gegeb. sei der *log*: 1,93 430
Ges. ist: *num log* 1,93 430
Wie vorhin findet man auf S. 20:
num log 1,93 430 = ... 85,96

21). Gegeb. sei der *log*: 0,93 430
Ges. ist: *num log* 0,93 430
Wie vorhin findet man auf S. 20:
num log 0,93 430 = ... 8,596

22). Gegeb. sei der *log*: 2,97 030
Ges. ist: *num log* 2,97 030
Wie in dem Beisp. 14 findet man auf Seite 21:
num log 2,97 030 = ... 933,9

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

12). Gegeb. sei der *log*: 4,564 0029
Ges. ist: *num log* 4,564 0029
Wie vorhin und mit Berücksichtigung, dass die letzten 4 Stellen des gegeb. Logarithmus in der Tafel mit einem Strich überschrieben sind (siehe Regel 5a, S. 76), findet man auf Seite 59:
num log 4,564 0029 = . . . 36644

13). Gegeb. sei der *log*: 4,883 0138
Ges. ist: *num log* 4,883 0138
Wie vorhin findet man auf S. 138:
num log 4,883 0138 = . . . 76386

14). Gegeb. sei der *log*: 4,933 0264
Ges. ist: *num log* 4,933 0264
Wie vorhin findet man auf S. 157:
num log 4,933 0264 = . . . 85709

15). Gegeb. sei der *log*: 1,003 0295
Ges. ist: *num log* 1,003 0295
Wie in dem Beisp. 1 angegeben ist, findet man auf Seite 6:
num log 1,003 0295 = . . . 10,07

16). Gegeb. sei der *log*: 0,003 0295
Ges. ist: *num log* 0,003 0295
Wie vorhin findet man auf S. 6:
num log 0,003 0295 = . . . 1,007

17). Gegeb. sei der *log*: 1,603 2527
Ges. ist: *num log* 1,6032527
Wie in dem Beisp. 4 findet man auf Seite 66:
num log 1,603 2527 = . . . 40,11

18). Gegeb. sei der *log*: 0,603 2527
Ges. ist: *num log* 0,603 2527
Wie vorhin findet man auf S. 66:
num log 0,603 2527 = . . . 4,011

19). Gegeb. sei der *log*: 2,668 3580
Ges. ist: *num log* 2,668 3580
Wie in dem Beisp. 10 findet man auf Seite 79:
num log 2,668 3580 = . . . 465,97

20). Gegeb. sei der *log*: 1,668 3580
Ges. ist: *num log* 1,668 3580
Wie vorhin findet man auf S. 79:
num log 1,668 3580 = . . . 46,597

21). Gegeb. sei der *log*: 0,668 3580
Ges. ist: *num log* 0,668 3580
Wie vorhin findet man auf S. 79:
num log 0,668 3580 = . . . 4,6597

22). Gegeb. sei der *log*: 2,933 0264
Ges. ist: *num log* 2,933 0264
Wie in dem Beisp. 14 findet man auf Seite 157:
num log 2,933 0264 = . . . 857,09

Uebungsbeispiele:	Resultate:
23). Gegeb. sei der *log*: 0,97 030 Ges. ist: *num log* 0,97 030 Wie vorhin findet man auf S. 21: *num log* 0,97 030 = ...	9,339
24). Gegeb. sei der *log*: 4,94 250 Ges. ist: *num log* 4,94 250 Wie in dem Beispiel 7 und mit Benutzung der Regel 24 findet man auf Seite 20: *num log* 4,94 250 = ...	87600
25). Gegeb. sei der *log*: 5,94 250 Ges. ist: *num log* 5,94 250 Wie vorhin findet man auf S. 20: *num log* 5,94 250 = ...	876000
26). Gegeb. sei der *log*: 4.97 030 Ges. ist: *num log* 4,97 030 Wie in dem Beisp. 14 findet man auf Seite 21: *num log* 4,97 030 = ...	93390
27). Gegeb. sei der *log*: 5,97 030 Ges. ist: *num log* 5,97 030 Wie vorhin findet man auf S. 21: *num log* 5,97 030 = ...	933900
28). Gegeb. sei der *log*: 6,97 030 Ges. ist: *num log* 6,97 030 Wie vorhin findet man auf S. 21: *num log* 6,97 030 = ...	9339000
29). Gegeb. sei der *log*: 1,90 309 Ges. ist: *num log* 1,90 309 Wie in dem Beisp. 1 angegeben ist, findet man auf Seite 19: *num log* 1,90 309 = ... oder =	80,0 80
30). Gegeb. sei der *log*: 1,96 379 Ges. ist: *num log* 1,96 379 Wie vorhin findet man auf S. 21: *num log* 1,96 379 = ... oder =	92,0 92
31). Gegeb. sei der *log*: 0,84 510 Ges. ist: *num log* 0,84 510 Wie vorhin findet man auf S. 17: *num log* 0,84 510 = ... oder =	7,00 7
32). Gegeb. sei der *log*: 0,30 103 Ges. ist: *num log* 0,30 103 Wie vorhin findet man auf S. 7: *num log* 0,30 103 = ... oder =	2,00 2
33). Gegeb. sei der *log*: 0,75 128 − 1 Ges. ist: *num log* (0,75 128 − 1) Wie in den Beispielen 4 und 17 und mit Benutzung der Regel 25 findet man auf Seite 14: *num log* 0,75 128 − 1 = . . .	0,564

Uebungsbeispiele:	Resultate:
23). Gegeb. sei der *log*: 0,933 0264 Ges. ist: *num log* 0,933 0264 Wie vorhin findet man auf S. 157: *num log* 0,933 0264 = . . .	8,5709
24). Gegeb. sei der *log*: 5,844 9739 Ges. ist: *num log* 5,844 9739 Wie in dem Beispiel 7 und mit Benutzung der Regel 24 findet man auf Seite 125: *num log* 5,844 9739 = . . .	699800
25). Gegeb. sei der *log*: 6,844 9739 Ges. ist: *num log* 6,844 9739 Wie vorhin findet man auf S. 125: *num log* 6,844 9739 = . . .	6998000
26). Gegeb. sei der *log*: 5,933 0264 Ges. ist: *num log* 5,933 0264 Wie in dem Beisp. 14 findet man auf Seite 157: *num log* 5,933 0264 = . . .	857090
27). Gegeb. sei der *log*: 6,933 0264 Ges. ist: *num log* 6,933 0264 Wie vorhin findet man auf S. 157: *num log* 6,933 0264 = . . .	8570900
28). Gegeb. sei der *log*: 7,933 0264 Ges. ist: *num log* 7,933 0264 Wie vorhin findet man auf S. 157: *num log* 7,933 0264 = . . .	85709000
29). Gegeb. sei der *log*: 1,602 0600 Ges. ist: *num log* 1,602 0600 Wie in dem Beisp. 1 angegeben ist, findet man auf Seite 66: *num log* 1,602 0600 = . . . oder =	40,00 40
30). Gegeb. sei der *log*: 2,775 9743 Ges. ist: *num log* 2,775 9743 Wie vorhin findet man auf S. 105: *num log* 2,775 9743 = . . . oder =	597,0 597
31). Gegeb. sei der *log*: 1,770 8520 Ges. ist: *num log* 1,770 8520 Wie vorhin findet man auf S. 104: *num log* 1,770 8520 = . . . oder =	59,00 59
32). Gegeb. sei der *log*: 0,845 0980 Ges. ist: *num log* 0,845 0980 Wie vorhin findet man auf S. 126: *num log* 0,845 0980 = . . . oder =	7,000 7
33). Gegeb. sei der *log*: 0,603 2527 − 1 Ges. ist: *num log* (0,603 2527 − 1) Wie in den Beispielen 4 und 17 und mit Benutzung der Regel 25 findet man auf Seite 66: *num log* (0,603 2527 − 1) = . .	0,4011

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

34). Gegeb. sei der *log*: 0,75 128 − 2
Ges. ist: *num log* (0,75 128 − 2)
Wie vorhin findet man auf S. 14:
num log 0,75 128 − 2 = . . . 0,0564

35). Gegeb. sei der *log*: 0,97 030 − 3
Ges. ist: *num log* (0,97 030 − 3)
Wie in den Beispielen 14 und 33 findet man auf Seite 21:
num log 0,97 030 — 3 = . . 0,009339

36). Gegeb. sei der *log*: 0,96 379 − 2
Ges. ist: *num log* (0,96 379 − 2)
Wie in den Beispielen 30 und 33 findet man auf Seite 21:
num log 0,96 379 — 2 = . . 0,092

37). Gegeb. sei der *log*: 0,30 103 − 1
Ges. ist: *num log* (0,30 103 − 1)
Wie in den Beispielen 32 und 33 findet man auf Seite 7:
num log 0,30 103 — 1 = . . 0,2

38). Gegeb. sei der *log*: 0,30 103 − 7
Ges. ist: *num log* (0,30 103 − 7)
Wie vorhin findet man auf S. 7:
num log 0,30 103 — 7 = . . 0,0000002

39). Gegeb. sei der *log*: 4,11 244
Ges. ist: *num log* 4,11 244
Nach der Regel 23 und dem in der Regel 26 angegebenen 2ten Fall findet man unter Benutzung der in diesem Falle angeführten Proportion:

numlog 4,11 244 = 12950 (= *numlog* 4,11227)
— 227 + 5 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 17 12955

mithin ist:
numlog 4,11 244 = ... 12955

Da in diesem Beispiel
$(Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots) = 10,$
$(Z - z_{10}\ldots) = y$ ist
und sich für $(\log Z_{10}\ldots - \log z_{10}\ldots) = 34$ aus der Tafel ergibt, da ferner $(\log Z - \log z_{10}\ldots)$ gleich der oben gebildeten Differenz, nämlich = 17 ist, so hat man die Proportion:

a). . . . $\frac{10}{y} = \frac{34}{17}$, woraus sich

b). . . . $y = \frac{10 \,.\, 17}{34} = 5$ ergibt.

40). Gegeb. sei der *log*: 2,43 704
Ges. ist: *num log* 2,43 704
Wie vorhin findet man:

numlog 2,43 704 = 273,50 (= *numlog* 2,43696)
— 696 + 5 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 8 273,55

mithin ist:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

34). Gegeb. sei der *log*: 0,603 2527 − 2
Ges. ist: *num log* (0,603 2527 − 2)
Wie vorhin findet man auf S. 66:
num log (0,603 2527 − 2) = . . 0,04011

35). Gegeb. sei der *log*: 0,933 0264 − 3
Ges. ist: *num log* (0,933 0264 − 3)
Wie in den Beispielen 14 und 33 findet man auf Seite 157:
num log (0,933 0264 − 3) = . . 0,0085709

36). Gegeb. sei der *log*: 0,775 9743 − 2
Ges. ist: *num log* (0,775 9743 − 2)
Wie in den Beispielen 30 und 33 findet man auf Seite 105:
num log (0775 9743 − 2) = . . 0,0597

37). Gegeb. sei der *log*: 0,845 0980 − 1
Ges. ist: *num log* (0,845 0980 − 1)
Wie in den Beispielen 32 und 33 findet man auf Seite 126:
num log (0,845 0980 − 1) = . . 0,7

38). Gegeb. sei der *log*: 0,770 8520 − 4
Ges. ist: *num log* (0,770 8520 − 4)
Wie in den Beispielen 31 und 33 findet man auf Seite 104:
num log (0,770 8520 − 4) = . . 0,00059

39). Gegeb. sei der *log*: 5,105 3160
Ges. ist: *num log* 5,105 3160
Nach der Regel 23 und dem in der Regel 26a angegebenen 2ten Fall findet man unter Benutzung der in diesem Falle angeführten Proportion:

numlog 5,105 3160 = 127440 (= *num log* 5,105 3058)
— 3058 + 3 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 102 127443

mithin ist:
num log 5,105 3160 = ... 127443

Da in diesem Beispiel
$(Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots) = 10$
$(Z - z_{10}\ldots) = y$ ist
und sich für $(\log Z_{10} - \log z_{10}\ldots) = 340$ aus der Tafel ergibt, da ferner $(\log Z - \log z_{10}\ldots)$ gleich der oben gebildeten Differenz, nämlich = 102 ist, so hat man die Proportion:

a). . . . $\frac{10}{y} = \frac{340}{102}$, woraus sich

b). . . . $y = \frac{10 \,.\, 102}{340} = 3$ ergibt.

40). Gegeb. sei der *log*: 3,664 0456
Ges. ist: *num log* 3,664 0456
Wie vorhin findet man:

numlog 3,664 0456 = 4613,60 (= *num log* 3,664 0399)
— 0399 + 6 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 57 4613,66

mithin ist:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

num log 2,43 704 = ... 273,55

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

a). . . . $\frac{10}{y} = \frac{16}{8}$, woraus sich

b). . . . $y = \frac{8.10}{16} = 5$ ergibt.

41). Gegeb. sei der *log*: 5,57 587
Ges. ist: *num log* 5,57 587

Wie vorhin findet man:

numlog 5,57 587 = 376500 (= *numlog* 5,57 576)
— 576 + 92 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 11 376592

mithin ist:

num log 5,57 587 = ... 376592

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

a). . . . $\frac{10}{y} = \frac{12}{11}$, woraus sich

$y = \frac{10.11}{12} = 9{,}166\ldots = 9{,}2$ (siehe nachst. Erkl. 69)

oder:

b). . . . $y = 92$ (siehe Erkl. 68) ergibt,

weil in diesem Beispiel die 5te und 6te Ziffer gesucht ist, mithin $Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots = 100$ hätte gesetzt werden müssen (siehe die Erkl. 68).

Erkl. 69. Nach der Erkl. 54, S. 91, kann man mittelst **fünfstelligen** Tafeln höchstens die Logarithmen sechsziffriger Zahlen bestimmen; soll man nun umgekehrt zu einem gegebenen Logarithmus die zugehörige Zahl bestimmen, so würde die Bestimmung von weiteren als höchstens der sechsten Ziffer dieser Zahl nur eine **scheinbare Genauigkeit** sein, deshalb rundet man die für y gefundenen Werte ab und zwar so, dass man nur eine zweiziffrige Zahl für y erhält (vergl. hiermit die Erkl. 50). Für etwa zu bestimmende weitere Ziffern setze man nach der Regel 24 einfach Nullen.

---

42). Gegeb. sei der *log*: 5,27 082
Ges. ist: *num log* 5,27 082

Wie vorhin findet man:

numlog 5,27 082 = 186500 (= *numlog* 5,27 068)
— 068 + 61 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 14 186516

mithin ist:

num log 5,27 082 = ... 186561

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

num log 3,664 0456 = ... 4613,66

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

a). . . . $\frac{10}{y} = \frac{95}{57}$, woraus sich

b). . . . $y = \frac{10.57}{95} = 6$ ergibt.

41). Gegeb. sei der *log*: 7,745 4911
Ges. ist: *num log* 7,745 4911

Wie vorhin findet man:

numlog 7,745 4911 = 55653000 (= *numlog* 6,7454[illegible]
— 4886 + 321 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 25 55653321

mithin ist:

num log 7,745 4911 = ... 55653321

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

a). . . . $\frac{10}{y} = \frac{78}{25}$, woraus sich

$y = \frac{10.25}{78} = 3{,}205\ldots = 3{,}21$ (siehe nachst. Erkl. 69a)

oder:

b) . . . $y = 321$ (siehe Erkl. 68a) ergibt,

weil in diesem Beispiel die 6te, 7te u. 8te Ziffer gesucht ist, mithin $(Z_{10}\ldots - z_{10}\ldots) = 1000$ gesetzt hätte werden müssen (s. die Erkl. 68a).

Erkl. 69a. Nach der Erkl. 54a, S. 91, kann man mittelst **siebenstelligen** Tafeln höchstens die Logarithmen achtziffriger Zahlen bestimmen; soll man nun umgekehrt zu einem gegebenen Logarithmus die zugehörige Zahl bestimmen, so würde die Bestimmung von weiteren als höchstens der achten Ziffer dieser Zahl nur eine **scheinbare Genauigkeit** sein, deshalb rundet man die für y gefundenen Werte ab und zwar so, dass man nur eine dreiziffrige Zahl für y erhält (vergl. hiermit die Erkl. 50a). Für etwa zu bestimmende weitere Ziffern setze man nach der Regel 24 einfach Nullen.

---

42). Gegeb. sei der *log*: 7,907 0122
Ges. ist: *num log* 7,907 0122

Wie vorhin findet man:

numlog 7,907 0122 = 80725000 (= *numlog* 7,9070[illegible]
— 0081 + 774 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 41 80725774

mithin ist:

num log 7,907 0122 = ... 80725774

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes

Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik;** oder **die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

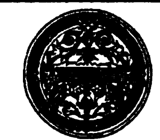
Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)
„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)
„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)
„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)
„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)
„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)
„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)
„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.
„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)
„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)
„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)
„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)
„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)
„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72). Mit Anhang u. Schluss der Logarithmen.
„ 74. **Die Wurzeln.**
Inhalt: Alle Lehrsätze, Formeln und Regeln, alle möglichen gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, welche sich auf die Wurzeln beziehen.
„ 75. **Die Wurzeln.** (Forts. v. Heft 74.)
„ 76. dto. („ „ „ 75.)
„ 77. dto. („ „ „ 76.)
„ 78. dto. („ „ „ 77.)
„ 79. dto. („ „ „ 78.)
„ 80. dto. („ „ „ 79.)
u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

72. Heft

Preis des Heftes 25 Pf.

Die Logarithmen.
Forts. von Heft 71. Seite 129—144.

Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst,** der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt** a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 71. — Seite 129—144.

Inhalt:

Fortsetzung der gelösten Uebungsbeispiele über das Aufsuchen des Numerus, der zu einem gegebenen Logarithmus gehört, nebst ungelösten Beispielen. — Ueber die Berechnung der Zahlenausdrücke mit Hülfe der Logarithmen, Aufstellung der Regel 27 mit vielen gelösten Uebungsbeispielen. — 176 Beispiele.

Stuttgart 1883.
Verlag von Julius Maier.

Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3–4 Hefte.
[D]ie einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.

Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen. [Inf]olge dessen ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite [d]es Umschlags die nunmehrige Reihenfolge, wonach zunächst die Kapitel: **Potenzen und Wurzeln** und dann die **Logarithmen** zum Abschluss kommen.



Uebungsbeispiele: Resultate:

a). $\frac{10}{y} = \frac{23}{14}$, woraus sich

$y = \frac{10.14}{23} = 6{,}08... = 6{,}1$ (s. die Erkl. 69)

oder:

b). $y = 61$ ergibt (siehe die Erkl. 68).

43). Gegeb. sei der *log*: 3,14 132
Ges. ist: *num log* 3,14 132

Wie vorhin findet man:

num log 3,14132 = 1384,00 (= *num log* 3,14 114)
— 114 + 58 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 18 1384,58

mithin ist:

num log 3,14 132 = ... 1384,58

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

a). $\frac{10}{y} = \frac{31}{18}$, woraus sich

$y = \frac{10.18}{31} = 5{,}8$ (siehe Erkl. 69)

oder:

b). $y = 58$ (siehe Erkl. 68) ergibt.

44). Gegeb. sei der *log*: 7,65 009
Ges. ist: *num log* 7,65 009

Wie vorhin findet man:

num log 7,65 009 = 44670000 (= *num log* 7,65 002)
— 002 + 78 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 7 44677800

mithin ist:

num log 7,65 009 = ... 44677800

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

a). $\frac{10}{y} = \frac{9}{7}$, woraus sich

$y = \frac{10.7}{9} = 7{,}77... = 7{,}8$ (siehe Erkl. 69)

oder:

b). $y = 78$ (siehe Erkl. 68) ergibt.

45). Gegeb. sei der *log*: 0,95 016 — 2
Ges. ist: *num log* (0,95 016 — 2)

Wie vorhin und nach der Regel 25 findet man:

num log (0,95016 — 2) = 0,0891500 *).
— 012 + 8 (s. nachst. Gl. b)
Diff.: 4 0,0891580

mithin ist:

num log (0,95 016 — 2) = . . . 0,089158

*). 0,0891500 = *num log* (0,95 012 — 2)

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

Uebungsbeispiele: Resultate:

a). $\frac{10}{y} = \frac{53}{41}$, woraus sich

$y = \frac{10.41}{53} = 7{,}735... = 7{,}74$ (s. Erkl. 69a)

oder:

b). $y = 774$ ergibt (siehe die Erkl. 68a).

43). Gegeb. sei der *log*: 2,141 0327
Ges. ist: *num log* 2,141 0327

Wie vorhin findet man:

num log 2,141 0327 = 138,36000 (= *num log* 2,141 0106)
— 0106 + 706 (siehe nachst. Gleich. b).
Diff.: 221 138,36706

mithin ist:

num log 2,141 0327 = . . . 138,36706

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

a). $\frac{10}{y} = \frac{313}{221}$, woraus sich

$y = \frac{10.221}{313} = 7{,}060... = 7{,}06$ (s. Erkl. 69a)

oder:

b). $y = 706$ (siehe Erkl. 68a) ergibt.

44). Gegeben ist: *log*: 9,884 9988
Ges. ist: *num log* 9,884 9988

Wie vorhin findet man:

num log 9,884 9988 = 7673500000 (= *num log* 9,884 9935)
— 9935 + 930 (siehe nachst. Gleich. b)
Diff.: 53 7673593000

mithin ist:

num log 9,884 9988 = . . . 7673593000

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

a). $\frac{10}{y} = \frac{57}{53}$, woraus sich

$y = \frac{10.53}{57} = 9{,}298... = 9{,}30$ (s. Erkl. 69a)

oder:

b). $y = 930$ (siehe Erkl. 68a) ergibt.

45). Gegeb. sei der *log*: 0,632 0109 — 2
Ges. ist: *num log* (0,632 0109 — 2)

Wie vorhin und nach der Regel 25 findet man:

num log (0,632 0109 — 2) = 0,042855000 *).
— 0015 + 931 (s. nachst. Gl. b)
Diff.: 94 0,042855931

mithin ist:

num log (0,632 0109 — 2) = . . 0,042855931

*). 0,042855000 = *num log* (0,632 0015 — 2)

Für dieses Beispiel hat man die Proportion:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

a). $\frac{10}{y} = \frac{5}{4}$, woraus sich

b). $y = \frac{4.10}{5} = 8$ ergibt.

46). Gegeb. sei der *log*: 4,11 244
Ges. ist: *num log* 4,11 244

Nach der Regel 23 und dem in der Regel 26 angegebenen 2ten Fall findet man mit Benutzung der in der Tafel unter der Rubrik „P. P." stehenden Proportionaltäfelchen:

numlog 4,11 244 = 12950 (= *numlog* 4,11 227)
— 227 + 5 *).
Diff.: 17 12955

mithin ist:

num log 4,11 244 = ... 12955

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 39.

*) In dem mit der Differenz: $log\, Z_{10} - log\, z_{10}$, nämlich mit 34 überschriebenen Täfelchen findet man für den Proportionalteil 17 die weitere Ziffer 5.

47). Gegeb. sei der *log*: 2,43 704
Ges. ist: *num log* 2,43 704

Wie vorhin findet man:

numlog 2,43 704 = 273,50 (= *numlog* 2,43 696)
— 696 + 5 *).
Diff.: 8 273,55

mithin ist:

num log 2,43 704 = ... 273,55

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 40.

*). In dem mit der Differenz: $log\, Z_{10} - log\, z_{10}$, nämlich mit 16 überschriebenen Täfelchen findet man für den Proportionalteil 8 die weitere Ziffer 5.

48). Gegeb. sei der *log*: 5,57 587
Ges. ist: *num log* 5,57 587

Wie vorhin findet man:

numlog 5,57 587 = 376500 (= *numlog* 5,57 576)
— 576 + 9 } *)
1. Diff.: 11 + 2 }
— 10,8 376592
2. Diff.: 0,2

mithin ist:

num log 5,57 587 = ... 376592

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 41.

*). In dem mit der Differenz: $log\, Z_{10} - log\, z_{10}$, nämlich mit 12 überschriebenen Täfelchen findet man für den dem Proportionalteil 11 nächst kleineren Proportionalteil 10,8 die fünfte Ziffer 9; multipliziert man den restierenden Proportionalteil 0,2 mit 10, so findet man in demselben Täfelchen für den nunmehrigen Proportionalteil 0,2 . 10, näm-

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

a). $\frac{10}{y} = \frac{101}{94}$, woraus sich

$y = \frac{10.94}{101} = 9,306 = 9,31$ (s. Erkl. 69a)

oder:

b). $y = 931$ (siehe Erkl. 68a) ergibt.

46). Gegeb. sei der *log*: 5,105 3160
Ges. ist: *num log* 5,105 3160

Nach der Regel 23 und dem in der Regel 26a angegebenen 2. Fall findet man mit Benutzung der in der Tafel unter der Rubrik „P. P." stehenden Proportionaltäfelchen:

numlog 5,105 3160 = 127440 (= *numlog* 5,105 3058)
— 3058 + 3 *).
Diff.: 102 127443

mithin ist:

num log 5,105 3160 = ... 127443

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 39.

*). In dem mit der Differenz: $log\, Z_{10} - log\, z_{10}$, nämlich mit 340 überschriebenen Täfelchen findet man für den Proportionalteil 102 die weitere Ziffer 3.

47). Gegeb. sei der *log*: 3,664 0456
Ges. ist: *num log* 3,664 0456

Wie vorhin findet man:

numlog 3,664 0456 = 4613,60 (= *numlog* 3,664 0399
— 0399 + 6 *).
Diff.: 57 4613,66

mithin ist:

num log 3,664 0456 = . . . 4613,66

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 40.

*). In dem mit der Differenz: ($log\, Z_{10} - log\, z_{10}$), nämlich mit 95 überschriebenen Täfelchen findet man für den Proportionalteil 57 die weitere Ziffer 6.

48). Gegeb. sei der *log*: 7,745 4911
Ges. ist: *num log* 7,745 4911

Wie vorhin findet man:

numlog 7,745 4911 = 55653000 (= *numlog* 7,745 4886
— 4886 + 3 }
1. Diff.: 25 + 2 } *).
— 23,4 + 1 }
2. Diff.: 1,6 55653321
1,6 . 10 = 16
— 15,6
3. Diff.: 0,4

mithin ist:

num log 7,74 54911 = . . . 55653321

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 41.

*). In dem mit der Differenz: ($log\, Z_{10} - log\, z_{10}$), nämlich mit 78 überschriebenen Täfelchen findet man für den dem Proportionalteil 25 nächst kleineren 23,4 die sechste Ziffer 3; multipliziert man den erstierenden

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

lich für 2, bezw. für den diesem Proportionalteil am nächsten kommenden Proportionalteil, nämlich für 2,4, die sechste Ziffer 2.

49). Gegeb. sei der *log*: 5,27 082
Ges. ist: *num log* 5,27 082

Wie vorhin findet man:

numlog 5,27 082 = 186500 (= *numlog* 5,27 068)
— 068 + 6
1. Diff.: 14 + 1 *).
— 13,8
2. Diff.: 0,2 — 186561

mithin ist:

num log 5,27 082 = ... 186561

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 42.

*). In dem mit der Differenz: $log\, Z_{10} - log\, z_{10}$, nämlich mit 23 überschriebenen Täfelchen findet man für den dem Proportionalteil 14 nächst kleineren, nämlich für 13,8 die fünfte Ziffer 6; für den mit 10 multiplizierten restierenden Proportionalteil 0,2, nämlich für 2, bezw. für den diesem am nächsten kommenden Proportionalteil 2,3 findet man die sechste Ziffer 1.

50). Gegeb. sei der *log*: 3,14 132
Ges. ist: *num log* 3,14 132

Wie vorhin findet man:

numlog 3,14132 = 1384,00 (= *n.log* 3,14114)
— 114 + 5
1. Diff.: 18 + 8 *).
— 15,5
2. Diff.: 2,5 — 1384,58

mithin ist:

num log 3,14 132 = ... 1384,58

vergl hiermit das Resultat desselben Beispiels 43.

*). In dem mit der Differenz: $log\, Z_{10} - log\, z_{10}$, nämlich mit 31 überschriebenen Täfelchen findet man für den dem Proportionalteil 18 nächst kleineren, nämlich für 15,5 die fünfte Ziffer 5; für den mit 10 multiplizierten restierenden Proportionalteil 2,5, nämlich für 25, bezw. für den diesem am nächsten kommenden Proportionalteil 24,8 findet man die sechste Ziffer 8.

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

Proportionalteil 1,6 mit 10, so findet man für den diesem Proportionalteil 16 nächst kleineren 15,6 die siebente Ziffer 2; multipliziert man den nunmehr restierenden Proportionalteil 0,4 mit 10, so findet man für den diesem Proportionalteil 4 am nächsten kommenden Proportionalteil, nämlich für 7,8, die achte Ziffer 1.

49). Gegeb. sei der *log*: 7,907 0122
Ges. ist: *num log* 7,907 0122

Wie vorhin findet man:

numlog 7,907 0122 = 80725000 (= *numlog* 7,907 0081)
— 0081 + 7
1. Diff.: 41 + 7 *)
— 37,1 + 4
2. Diff.: 3,9 80725774
3,9 . 10 = 39
— 37,1
3. Diff.: 1,9

mithin ist:
num log 7,907 0122 = . . . 80725774

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 42.

*) In dem mit der Differenz: ($log\, Z_{10} - log\, z_{10}$), nämlich mit 53 überschriebenen Täfelchen findet man für den dem Proportionalteil 41 nächst kleineren, nämlich für 37,1 die sechste Ziffer 7; für den mit 10 multiplizierten restierenden Proportionalteil 3,9, nämlich für 39, bezw. für den demselben nächst kleineren 37,1 findet man die siebente Ziffer 7; für den mit 10 multiplizierten nunmehr restierenden Proportionalteil 1,9, nämlich für 19, bezw. für den demselben am nächsten kommenden Proportionalteil 21,2 findet man die achte Ziffer 4.

50). Gegeb. sei der *log*: 2,141 0327
Ges. ist: *num log* 2,141 0327

Wie vorhin findet man:

numlog 2,141 0327 = 138,36000 (= *n.log* 2,141 0106)
— 0106 + 7
1. Diff.: 221 + 0 *).
— 219,1 + 6
2. Diff.: 1,9 138,36706
1,9 . 10 = 19
19 . 10 = 190

mithin ist:
num log 2,141 0327 = . . . 138,36706

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 43.

*). In dem mit der Differenz: ($log\, Z_{10} - log\, z_{10}$), nämlich mit 313 überschriebenen Täfelchen findet man für den dem Proportionalteil 221 nächst kleineren 219,1 die sechste Ziffer 7; für den mit 10 multiplizierten restierenden Proportionalteil 1,9, nämlich für 19 findet man die siebente Ziffer 0; für den mit 10 multiplizierten Proportionalteil 19, nämlich für 190, bezw. für den demselben am nächsten kommenden Proportionalteil findet man schliesslich die achte Ziffer 6.

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

51). Gegeb. sei der *log*: 7,65 009
Ges. ist: *num log* 7,65 009

Wie vorhin findet man:

num log 7,65 009 = 44670000 (= *n.lg* 7,65002)
— 002 +7 +8 }*).
1. Diff.: 7
— 6,3
2. Diff.: 0,7 44677800

mithin ist:

num log 7,65 009 = ... 44677800

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 44.

*). In dem mit der Differenz: $log\ Z_{10} - log\ z_{10}$, nämlich mit 9 überschriebenen Täfelchen findet man für den dem Proportionalteil 7 nächst kleineren, nämlich für 6,3 die fünfte Ziffer 7; für den mit 10 multiplizierten restierenden Proportionalteil 0,7, nämlich für 7, bezw. für den diesem am nächsten kommenden Proportionalteil 7,2 findet man die sechste Ziffer 8.

52). Gegeb. sei der *log*: 0,95 016 — 2
Ges. ist: *num log* (0,95 016 — 2)

Wie vorhin findet man:

num log(0,95016—2) = 0,0891500 *).
— 012 + 8 **).
Diff.: 4 0,0891580

mithin ist:

num log (0,95 016 — 2) = . . 0,089158

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 45.

*). 0,0891500 = *num log* (0,95 012 — 2)

**). In dem mit der Differenz: $log\ Z_{10} - log\ z_{10}$; nämlich mit 5 überschriebenen Täfelchen findet man für den Proportionalteil 4 die 5te Ziffer 8.

53). Gegeb. sei der *log* — 0,20 477
Ges. ist: *num log* (— 0,20 477)

Man verwandle zunächst nach der Regel 20, Seite 102, den gegebenen negativen Logarithmus in einen solchen mit positiver Mantisse.

Da nun:
— 0,20 477 = 1 — 0,20 477 — 1
= 0,79 523 — 1

gesetzt werden kann, so ist:

num log (— 0,20 477) =
num log (0,79 523 — 1) = 0,62400 *).
— 18 + 7 **).
Diff.: 5
4,9 0,62407

mithin ist:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

51). Gegeb. sei der *log*: 9,884 9988
Ges. ist: *num log* 9,884 9988

Wie vorhin findet man:

num log 9,884 9988 = 7673500000 *).
— 9985 + 9 + 3 } **).
1. Diff.: 53
— 51,3
2. Diff.: 1,7 7673593000
1,7 . 10 = 17
17,1

mithin ist:

num log 9,884 9988 = . . . 7673593000

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 44.

*). 7673500000 = *num log* 9,884 9935

**). In dem mit der Differenz: ($log\ Z_{10} - log\ z_{10}$), nämlich mit 57 überschriebenen Täfelchen findet man für den dem Proportionalteil nächst kleineren 51,3, die sechste Ziffer 9; für den mit 10 multiplizierten restierenden Proportionalteil 1,7, nämlich für 17 findet man die siebente Ziffer 3.

52). Gegeb. sei der *log*: 0,632 0109 — 2
Ges. ist: *num log* (0,632 0109 — 2)

Wie vorhin findet man:

num log (0,632 0109 — 2) = 0,042855000 *).
— 0015 + 9 + 3 } **).
1. Diff.: 94
— 90,9
2. Diff.: 3,1 0,042855930
3,1 . 10 = 31
30,3

mithin ist:

num log (0,63 20106 — 2) = . . 0,04285593

vergl. hiermit das Resultat desselben Beispiels 45.

*). 0,042855000 = *num log* (0,6320015 — 2)

**). In dem mit der Differenz: ($log\ Z_{10} - log\ z_{10}$), nämlich mit 101 überschriebenen Täfelchen findet man für den dem Proportionalteil 94 nächst kleineren 90,9 die sechste Ziffer 9; für den mit 10 multiplizierten restierenden Proportionalteil 3,1, nämlich für 31 findet man die siebente Ziffer 3.

53). Gegeb. sei der *log*: — 0,346 0928
Ges. ist: *num log* (— 0,346 0928)

Man verwandle zunächst nach der Regel 20, S. 102, den gegebenen negativen Logarithmus in einen solchen mit positiver Mantisse.

Da nun:
— 0,346 0928 = 1 — 0,346 0928 — 1
= 0,653 9072 — 1

gesetzt werden kann, so ist:

num log (— 0,346 0928) =
num log (0,653 9072 — 1) = 0,450 7200 *).
— 9068 + 0 + 4 } **).
Diff.: 4
4 . 10 = 40
fast 38,8 0,450 7204

mithin ist:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

num log (— 0,20 477) = . . . 0,62 407

*). 0,62 400 = *num log* (0,79 518 — 1)

**). Für die Differenz, bezw. den Proportionalteil 5 oder den ihm sehr nahen Proportionalteil 4,9 findet man die f ü n f t e Z i f f e r 7.

54). Gegeb. sei der *log*: — 2,89 427
Ges. ist: *num log* (— 2,89 427)

Setzt man analog wie vorhin:

— 2,89 427 = 3 — 2,89 427 — 3
= 0,10 573 — 3 (siehe Regel 20)

so findet man:

num log (— 2,89 427) =
num log (0,10 573 — 3) = 0,00127500 *).

```
        — 551                 + 6 ⎫
1. Diff.:  22                 +  5⎭ **).
        — 20,4            ————————————
2. Diff.:   1,6            0,00127565
```

mithin ist:

num log (— 2,89 427) = . . 0,00127565

*). 0,00127500 = *num log* (0,10 551 — 3)

**). Für den ersten Proportionalteil, bezw. für die Differenz 22 findet man in dem mit 34 überschriebenen Täfelchen die f ü n f t e Z i f f e r 6; für den zweiten Proportionalteil, bezw. für die weitere Differenz 1,6, welche noch mit 10 multipliziert werden muss, findet man die s e c h s t e Z i f f e r 5.

---

55). *num log* 2,13 033 = ... ?
56). „ „ 2,60 097 = ... ?
57). „ „ 2,59 106 = ... ?
58). „ „ 2,72 099 = ... ?
59). „ „ 2,76 938 = ... ?
60). „ „ 3,28 108 = ... ?
61). „ „ 3,91 960 = ... ?
62). „ „ 3,43 201 = ... ?
63). „ „ 3,79 141 = ... ?
64). „ „ 3,90 725 = ... ?
65). „ „ 3,96 984 = ... ?
66) „ „ 3,83 001 = ... ?
67). „ „ 3,89 031 = ... ?
68). „ „ 3,99 029 = ... ?
69). „ „ 1,13 033 = ... ?
70). „ „ 0,13 033 = ... ?
71). „ „ 1,72 099 = ... ?
72). „ „ 0,72 099 = ... ?
73). „ „ 2,90 725 = ... ?
74). „ „ 1,90 725 = ... ?

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

num log (— 0,346 0928) = . . 0,450 7204

*). 0,450 7200 = *num log* (0,653 9068 — 1)

**). Für den Proportionalteil 4 findet man in dem mit 97 überschriebenen Täfelchen als s e c h s t e Z i f f e r 0, multipliziert man den Rest 4 mit 10, so erhält man für den Proportionalteil 40, bezw. für den sehr nahen Proportionalteil 38,8 als s i e b e n t e Z i f f e r 4.

54). Gegeb. sei der *log*: — 2,774 0226
Ges. ist: *num log* (— 2,774 0226)

Setzt man analog wie vorhin:

— 2,774 0226 = 3 — 2,774 0226 — 3
= 0,225 9774 — 3 (siehe Regel 20)

so findet man:

num log (— 2,774 0226) =
num log (— 0,225 9774 — 3) = 0,0016825000 *).

```
           — 9551               + 8   ⎫
1. Diff.:   228                 +  6  ⎬ **)
           — 206,4              +   4 ⎭
2. Diff.:    16,6          ——————————————
16,6 . 10 = 166             0,0016825864
            154,8
3. Diff.:    11,2
11,2 . 10 = 112
```

mithin ist:

num log (— 2,774 0226) = . . 0,0016825864

*). 0,0016825000 = *num log* (0,225 9551)

**). Für den ersten Proportionalteil, bezw. für die erste Differenz findet man in dem mit 258 überschrieb. Täfelchen als s e c h s t e Z i f f e r 8, für den zweiten Proportionalteil, bezw. für die zweite mit 10 multiplizierte Differenz 16,6 findet man als s i e b e n t e Z i f f e r 6; für den dritten Proportionalteil, bezw. für die dritte mit 10 multiplizierte Differenz 11,2 findet man die a c h t e Z i f f e r 4.

---

55). *num log* 3,005 1805 = . . . ?
56). „ „ 3,335 0565 = . . . ?
57). „ „ 3,564 6661 = . . . ?
58). „ „ 3,609 7011 = . . . ?
59). „ „ 3,674 4018 = . . . ?
60). „ „ 4,709 9480 = . . . ?
61). „ „ 4,847 9426 = . . . ?
62). „ „ 4,017 3256 = . . . ?
63). „ „ 4,355 3366 = . . . ?
64). „ „ 4,679 3825 = . . . ?
65). „ „ 4,754 9520 = . . . ?
66). „ „ 4,579 0057 = . . . ?
67). „ „ 4,916 0115 = . . . ?
68). „ „ 4,946 0050 = . . . ?
69). „ „ 1,005 1805 = . . . ?
70). „ „ 0,005 1805 = . . . ?
71). „ „ 1,609 7011 = . . . ?
72). „ „ 0,609 7011 = . . . ?
73). „ „ 2,679 3825 = . . . ?
74). „ „ 1,679 3825 = . . . ?

Uebungsbeispiele:	Resultate:
75). *num log* 0,90 725 = ...	?
76). „ „ 2,99 029 = ...	?
77). „ „ 0,99 029 = ...	?
78). „ „ 4,91 960 = ...	?
79). „ „ 5,91 960 = ...	?
80). „ „ 4,99 029 = ...	?
81). „ „ 5,99 029 = ...	?
82). „ „ 6,99 029 = ...	?
83). „ „ 1,84 510 = ...	?
84). „ „ 1,91 381 = ...	?
85). „ „ 0,77 815 = ...	?
86). „ „ 0,47 712 = ...	?
87) „ „ (0,72 099 — 1) = . .	?
88). „ „ (0,72 099 — 2) = . .	?
89). „ „ (0,99 029 — 3) = . .	?
90). „ „ (0,91 381 — 2) = . .	?
91). „ „ (0,47 712 — 1) = . .	?
92). „ „ (0,47 712 — 6) = . .	?
93). „ „ 4,08 209 =	sind analog den gelösten Beisp. 39—45 zu lösen. . . ?
94). „ „ 2,21 630 =	
95). „ „ 5,25 937 =	
96). „ „ 5,83 045 =	
97). „ „ 3,27 528 =	
98). „ „ 7,28 049 =	
99). „ „ (0,60 052 — 2) =	
100). „ „ 4,08 209 =	sind analog den gelösten Beisp. 46—52 zu lösen. . . ?
101). „ „ 2,21 630 =	
102). „ „ 5,25 937 =	
103). „ „ 5,83 045 =	
104). „ „ 3,27 528 =	
105). „ „ 7,28 049 =	
106). „ „ (0,60 052 — 2) =	
107). „ „ (— 0,74 296) = . . .	?
108). „ „ (— 3,66 001) = . . .	?

Uebungsbeispiele:	Resultate:
75). *num log* 0,679 3825 = . . .	?
76). „ „ 2,946 0050 = . . .	?
77). „ „ 0,946 0050 = . . .	?
78). „ „ 5,847 9426 = . . .	?
79). „ „ 6,847 9426 = . . .	?
80). „ „ 5,946 0050 = . . .	?
81). „ „ 6,946 0050 = . . .	?
82). „ „ 7,946 0050 = . . .	?
83). „ „ 1,892 0946 = . . .	?
84). „ „ 2,893 7618 = . . .	?
85). „ „ 1,949 3900 = . . .	?
86). „ „ 0,778 1513 = . . .	·
87). „ „ (0,609 7011 — 1) = .	?
88). „ „ (0,609 7011 — 2) = .	?
89). „ „ (0,946 0050 — 3) = .	?
90). „ „ (0,893 7618 — 2) = .	?
91). „ „ (0,778 1513 — 1) = .	?
92). „ „ (0,949 3900 — 5) = .	?
93). „ „ 5,106 3507 =	sind analog den gelösten Beisp. 39—45 zu lösen. . . ?
94). „ „ 2,681 0213 =	
95). „ „ 7,678 2897 =	
96). „ „ 7,894 0101 =	
97). „ „ 3,120 0733 =	
98). „ „ 9,675 6299 = =	
99). „ „ (0,748 0092 — 2)	
100). „ „ 5,106 3507 =	sind analog den gelösten Beisp. 46—52 zu lösen. . . ?
101). „ „ 2,681 0213 =	
102). „ „ 7,678 2897 =	
103). „ „ 7,894 0101 =	
104). „ „ 3,120 0733 =	
105). „ „ 9,675 6299 =	
106). „ „ (0,748 0092 — 2) =	
107). „ „ (— 0,472 6008) = . .	?
108). „ „ (— 3,627 8221) = . .	?

4). Ueber die Berechnung gegebener Zahlenausdrücke mit Hülfe der Logarithmen.

Regel 27. Hat man einen gegebenen Zahlenausdruck mit Hülfe der Logarithmen zu berechnen, so bestimme man nach der auf S. 98 aufgestellten Regel 15 den Logarithmus dieses Zahlenausdrucks, dann suche man nach den auf S. 118—123 aufgestellten Regeln 23—26 den zu diesem Logarithmus gehörigen Numerus, womit die Berechnung erledigt ist.

Man beachte hierbei die Erklärungen 70, 71, 72 und siehe die in nachstehender Aufgabe gelösten Uebungsbeispiele.

Erkl. 70. Bei der Anwendung vorstehender Regel hat man sich zu merken, dass wenn in dem zu berechnenden Ausdruck **algebraische Summen** (bezw. andere Zahlenausdrücke, welche durch + oder — verbunden sind) vorkommen, man zunächst die einzelnen Glieder dieser Summen berechnen muss, damit die betreffenden Summen gebildet und dann die Lehrsätze 3—6 angewandt werden können, denn der Logarithmus einer Summe kann nicht weiter zerlegt werden.

Man siehe die Beispiele 25—28 der nachstehenden Aufgabe.

Erkl. 71. Kommen in einem mit Logarithmen zu berechnenden Zahlenausdruck Summen vor und man kann dieselbe auf leichte Weise in Faktoren zerlegen, so wird hierdurch die Rechnung oft bedeutend abgekürzt.

Man siehe das Beispiel 29.

Erkl. 72. Um in den zur Berechnung gegebener Zahlenausdrücke aufzustellenden logarithmischen Gleichungen **nicht immer** den gegebenen Zahlenausdruck schreiben zu müssen, setze man denselben am besten gleich der **unbekannten**, bezw. gleich der **noch zu bestimmenden** Grösse x. — Man hat also bei den in nachstehender Aufgabe berechneten Zahlenausdrücken an Stelle der x stets den gegebenen Zahlenausdruck gesetzt zu denken und zu beachten, dass dies allein zum Zwecke einer kürzeren und dabei doch übersichtlichen Schreibweise geschieht.

Aufgabe 24. Man soll die in nachstehenden Uebungsbeispielen gegebenen Zahlenausdrücke berechnen und zwar:

mit Hülfe einer

fünf-stelligen Tafel:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1). $2{,}3578 \cdot 4{,}321 \cdot 6700000 \cdot 0{,}0025 = \,.\,.\, x$

$$\log x = \log 2{,}3578 + \log 4{,}321 + \log 6700000 + \log 0{,}0025$$

Da nun:

$$\begin{aligned} \log 2{,}3578 &= 0{,}37\,236 \\ & \quad + 14 \quad \text{Täfelchen 18} \\ + \log 4{,}321 &= 0{,}63\,558 \\ + \log 6700000 &= 6{,}82\,607 \\ + \log 0{,}0025 &= 0{,}39\,794 - 3 \\ \hline \text{mithin: } \log x &= 8{,}23\,209 - 3 \\ \text{oder: } \log x &= 5{,}23\,209 \text{ ist,} \end{aligned}$$

so erhält man:

$$\begin{aligned} num\log 5{,}23\,209 &= 170600 \\ -198 \quad & \quad +4 \\ \text{1. Diff.: } 11 \quad & \quad +\;4 \\ -10{,}0 \quad & \quad \overline{170644} \\ \text{2. Diff.: } 1 \quad & \\ 1 \cdot 10 = 10 \quad & \end{aligned}$$

mit Hülfe einer

sieben-stelligen Tafel:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1). $2{,}3578 \cdot 4{,}321 \cdot 6700000 \cdot 0{,}0025 = \,.\,.\, x$

$$\log x = \log 2{,}3578 + \log 4{,}321 + \log 6700000 + \log 0{,}0025$$

Da nun:

$$\begin{aligned} \log 2{,}3578 &= 0{,}372\,5070 \\ + \log 4{,}321 &= 0{,}635\,5843 \\ + \log 6700000 &= 6{,}826\,0748 \\ + \log 0{,}0025 &= 0{,}397\,9400 - 3 \\ \hline \text{mithin: } \log x &= 8{,}232\,1061 - 3 \\ \text{oder: } \log x &= 5{,}232\,1061 \text{ ist,} \end{aligned}$$

so erhält man:

$$\begin{aligned} num\log 5{,}232\,1061 &= 170640{,}00 \\ -0808 \quad & \quad +9 \\ \text{1. Diff.: } 253 \quad & \quad +\;9 \\ -229{,}5 \quad & \quad +\;\;2 \\ \text{2. Diff.: } 23{,}5 \quad & \quad \overline{170649{,}92} \\ 23{,}5 \cdot 10 = 235 \quad & \\ -229{,}5 \quad & \\ \text{3. Diff.: } 5{,}5 \quad & \\ 5{,}5 \cdot 10 = 55 \quad & \\ 51 \quad & \end{aligned}$$

Uebungsbeispiele: Resultate:

Hiernach ist: $numlog\, x = 170644$ oder:
$x = 2,3578 . 4,321 . 6700000 . 0,0025 = 170644$

---

2). $\dfrac{642,596}{0,94234} = \ldots\ldots\ldots\, x$

$log\, x = log\, 642,596 - log\, 0,94\,234$

Da nun: $log\, 642,596 = 2,80\,787$
$+ 6,3$
$+ 0,42$
$2\,80\,794$

$- log\, 0,94234 = 0,97419 - 1 = 0,97\,421 - 1$
$+ 2,0 \qquad - \qquad +$
$0,97421 - 1$

mithin: $log\, x = 1,83\,373 + 1$
oder: $log\, x = 2,83\,373$ ist,

so erhält man:

$num\, log\, 2,83\,373 = 681,900$
$-372 \qquad + 1$
1. Diff.: $1 \qquad + 7$
$-0,6$
2. Diff.: $0,4 \qquad 681,917$
$0,4 . 10 = 4$
$4,2$

Hiernach ist: $num\, log\, x = 681,917$
oder: $x = 681,917$

---

3). $1266,783^3 = \ldots\ldots\ldots\, x$

$log\, x = 3 . log\, 1266,783$

Da nun: $log\, 1266,783 = 3,10\,243$
$+ 24,5$
$+ 2,8$
$+ 0,105$
$3,10\,270$
$. 3$

mithin: $log\, x = 9,30\,810$ ist,

so erhält man:

$num\, log\, 9,30\,810 = 2032000000$
$-792 \qquad + 8$
1. Diff.: $18 \qquad + 2$
$-17,6$
2. Diff.: $0,4 \qquad 2032820000$
$0,4 . 10 = 4$
$4,4$

Hiernach ist: $num\, log\, x = 2032820000$
oder: $x = 1266,783^3 = 2032820000$

---

4). $0,06438^5 = \ldots\ldots\ldots\, x$

$log\, x = 5 . log\, 0,06438$

Da nun: $log\, 0,06\,438 = 0,80\,875 - 2$
$. 5$

mithin: $log\, x = 4,04\,375 - 10$
oder: $log\, x = 0,04\,375 - 6$ ist,

so erhält man:

$num\, log\, (0,04\,375 - 6) = 0,000001106$
-376

Hiernach ist: $num\, log\, x = 0,000001106$
oder: $x = 0,06438^5 = 0,000001106$

Uebungsbeispiele: Resultate:

Hiernach ist: $numlog\, x = 170649,92$ oder:
$x = 2,3578 . 4,321 . 6700000 . 0,0025 = 170649,92$

---

2). $\dfrac{642,596}{0,94234} = \ldots\ldots\ldots\, x$

$log\, x = log\, 642,596 - log\, 0,94234$

Da nun: $log\, 642,596 = 2,807\,9340$
$+ 40,2$
$2,807\,9380$

$- log\, 0,94234 = 0,974\,2076 - 1$
$- \qquad +$

mithin: $log\, x = 1,833\,7304 + 1$
oder: $log\, x = 2,833\,7304$ ist,

so erhält man:

$numlog\, 2,833\,7304 = 681,9100$
$-7271 \qquad + 5$
1. Diff.: $33 \qquad + 2$
$-31,5$
2. Diff.: $1,5 \qquad 681,9152$
$1,5 . 10 = 15$
$12,6$

Hiernach ist: $numlog\, x = 681,9152$
oder: $x = 681,9152$

---

3). $1266,783^3 = \ldots\ldots\ldots\, x$

$log\, x = 3 . log\, 1266,783$

Da nun: $log\, 1266,783 = 3,102\,6738$
$+ 274,4$
$+ 10,29$
$3,102\,7023$
$. 3$

mithin: $log\, x = 9,308\,1069$ ist,

so erhält man:

$numlog\, 9,308\,1069 = 2032800000$
$-0947 \qquad + 5$
1. Diff.: $122 \qquad + 7$
$-106,5 \qquad + 3$
2. Diff.: $15,5 \qquad 2032857300$
$15,5 . 10 = 155$
$-149,1$
3. Diff.: $5,9$
$5,9 . 10 = 59$
$63,9$

Hiernach ist: $numlog\, x = 2032857300$
oder: $x = 1266,783^3 = 2032857300$

---

4). $0,06438^5 = \ldots\ldots\ldots\, x$

$log\, x = 5 . log\, 0,06438$

Da nun: $log\, 0,06438 = 0,808\,7510 - 2$
$. 5$

mithin: $log\, x = 4,043\,7550 - 10$
oder: $log\, x = 0,043\,7550 - 6$ ist,

so erhält man:

$numlog\, (0,043\,7550 - 6) = 0,0000011060$
-7551

Hiernach ist: $numlog\, x = 0,000001106$
oder: $x = 0,06438^5 = 0,000001106$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

5). $275{,}62^{-3} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$\log x = -3 \,.\, \log 275{,}62$

Da nun: $\log 275{,}62 = 2{,}44\,028$
$+\,3{,}2$
$2{,}44\,031$
$.\,-3$

mithin: $\log x = -7{,}32\,093$

oder nach der Regel 20:

$\log x = 8 - 7{,}32\,093 - 8$
$= 0{,}67\,907 - 8$

ist, so erhält man:

$num\log (0{,}67\,907 - 8) = 0{,}000\,000\,0\,4776$
$-\,906$

Hiernach ist: $num\log x = 0{,}000\,000\,0\,4776$

oder: $x = 275{,}62^{-3} = 0{,}000\,000\,0\,4776$

---

6). $0{,}07632^{-4} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$\log x = -4 \,.\, \log 0{,}07632$

Da nun: $\log 0{,}07632 = 0{,}88\,264 - 2$
$.\,-4$

mithin: $\log x = -3{,}53\,056 + 8$

oder nach der Regel 17:

$\log x = 4{,}46\,944$ ist,

so erhält man:

$num\log 4{,}46\,944 = 29470{,}0$
$-\,938 \qquad +\,4$
Diff.: $6 \qquad 29474{,}0$

Hiernach ist: $num\log x = 29474$

oder: $x = 0{,}07632^{-4} = 29474$

---

7). $\left(\frac{8}{9}\right)^{15} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$\log x = 15 \,.\, (\log 8 - \log 9)$

Da nun: $\log 8 = 0{,}90\,309$ (+1) (−1)
$-\log 9 = -0{,}95\,424$
$0{,}94\,885 - 1$
$.\,15$
$474\,425 - 15$
$948\,85$

mithin: $\log x = 14{,}23\,275 - 15$

oder: $\log x = 0{,}23\,275 - 1$ ist,

so erhält man:

$num\log (0{,}23\,275 - 1) = 0{,}1709$
$-\,274$

Hiernach ist: $num\log x = 0{,}1709$ oder:

$x = \left(\frac{8}{9}\right)^{15} = \ldots\ldots\ 0{,}1709$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

5). $275{,}62^{-3} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$\log x = -3 \,.\, \log 275{,}62$

Da nun: $\log 275{,}62 = 2{,}440\,3107$
$.\,-3$

mithin: $\log x = -7{,}320\,9321$

oder nach der Regel 20:

$\log x = 8 - 7{,}320\,9321 + 8$
$= 0{,}679\,0679 - 8$

ist, so erhält man:

$num\log (0{,}679\,0679 - 8) = 0{,}000\,000\,0\,4776$
$-\,0643$

Hiernach ist: $num\log x = 0{,}000\,000\,0\,4776$

oder: $x = 275{,}62^{-3} = 0{,}000\,000\,0\,4776$

---

6). $0{,}07632^{-4} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$\log x = -4 \,.\, \log 0{,}07632$

Da nun: $\log 0{,}07632 = 0{,}882\,6384 - 2$
$.\,-4$

mithin: $\log x = -3{,}530\,5536 + 8$

oder nach der Regel 17:

$\log x = 4{,}469\,4464$ ist,

so erhält man:

$num\log 4{,}469\,4464 = 29474{,}00$
$-\,4391 \qquad +\,4$
1. Diff.: $78 \qquad +\,9$
$-\,58{,}8 \qquad +\,7$
2. Diff.: $14{,}2 \qquad 29474{,}497$
$14{,}2 \,.\, 10 = 142$
$-\,132{,}3$
3. Diff.: $9{,}7$
$9{,}7 \,.\, 10 = 97$
$102{,}9$

Hiernach ist: $num\log x = 29474{,}497$

oder: $x = 0{,}07632^{-4} = 29474{,}497$

---

7). $\left(\frac{8}{9}\right)^{15} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$\log x = 15 \,.\, (\log 8 - \log 9)$

Da nun: $\log 8 = 0{,}903\,0900$ (+1) (−1)
$-\log 9 = -0{,}954\,2425$
$0{,}948\,8475 - 1$
$.\,15$
$4744\,2375 - 15$
$9488\,475$

mithin: $\log x = 14{,}232\,7125 - 15$

oder: $\log x = 0{,}232\,7125 - 1$

ist, so erhält man:

$num\log (0{,}232\,7125 - 1) = 0{,}170880$
$-\,6912 \qquad +\,8$
Diff.: $213 \qquad 0{,}170888$
$208{,}2$

Hiernach ist: $num\log x = 0{,}170888$ oder:

$x = \left(\frac{8}{9}\right)^{15} = \ldots\ldots\ 0{,}170888$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

8). $\left(\frac{7}{11}\right)^{-5} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ x$

Nach den Regeln der Potenzierung setze man:

$\left(\frac{7}{11}\right)^{-5} = \left(\frac{11}{7}\right)^{5}$ u. verfahre wie im Beisp. 7.

---

9). $\sqrt{2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ x$

$log\, x = \frac{1}{2} \cdot log\, 2$

Da nun: $log\, 2 = 0{,}30\,103$

$\cdot \frac{1}{2}$

mithin: $log\, x = 0{,}15\,052$ (s. Erkl. 60)

ist, so erhält man:

$num\,log\, 0{,}15\,052 = 1{,}41400$

-045 $\quad +2$

1. Diff.: 7 $\quad +3$

$-6{,}2$ $\quad 1{,}41423$

2. Diff.: $0{,}8$

$0{,}8 \cdot 10 = 8$

$9{,}3$

Hiernach ist: $num\,log\, x = 1{,}41423$ oder:

$x = 1{,}41423$

---

10). $\sqrt[5]{6249{,}829} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$log\, x = \frac{1}{5} \cdot log\, 6249{,}829$

Da nun: $log\, 6249{,}829 = 3{,}79\,581$

$+5{,}6$

$+0{,}14$

$+0{,}063$

$3{,}79\,587$

$\cdot \frac{1}{5}$

mithin: $log\, x = 0{,}75\,917$ ist,

so erhält man:

$num\,log\, 0{,}75\,917 = 5{,}74300$

-914 $\quad +4$

1. Diff.: 3 $\quad +3$

$-2{,}8$ $\quad 5{,}74343$

2. Diff.: $0{,}2$

$0{,}2 \cdot 10 = 2$

$2{,}1$

Hiernach ist: $num\,log\, x = 5{,}74343$ oder:

$x = 5{,}74343$

---

11). $\sqrt[3]{8822457000} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$log\, x = \frac{1}{3} \cdot log\, 8822457000$

Da nun: $log\, 8822457000 = 9{,}94\,557$

$+2{,}0$

$+0{,}25$

$+0{,}035$

$9{,}94\,559$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

8). $\left(\frac{7}{11}\right)^{-5} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ x$

Nach den Regeln der Potenzierung setze man:

$\left(\frac{7}{11}\right)^{-5} = \left(\frac{11}{7}\right)^{5}$ u. verfahre wie im Beisp. 7.

---

9). $\sqrt{2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ x$

$log\, x = \frac{1}{2} \cdot log\, 2$

Da nun: $log\, 2 = 0{,}301\,0300$

$\cdot \frac{1}{2}$

mithin: $log\, x = 0{,}150\,5150$ ist,

so erhält man:

$num\,log\, 0{,}150\,5150 = 1{,}4142000$

-5108 $\quad +1$

1. Diff.: 42 $\quad +3$

$-30{,}7$ $\quad +7$

2. Diff.: $11{,}3$ $\quad 1{,}4142137$

$11{,}3 \cdot 10 = 113$

$-92{,}1$

3. Diff.: $20{,}9$

$20{,}9 \cdot 10 = 209$

$214{,}9$

Hiernach ist: $num\,log\, x = 1{,}4142137$ oder:

$x = 1{,}4142137$

---

10). $\sqrt[5]{6249{,}829} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$log\, x = \frac{1}{5} \cdot log\, 6249{,}829$

Da nun: $log\, 6249{,}829 = 3{,}795\,8661$

$+14$

$+6{,}3$

$3{,}795\,8681$

$\cdot \frac{1}{5}$

mithin: $log\, x = 0{,}759\,1736$ ist,

so erhält man:

$num\,log\, 0{,}759\,1736 = 5{,}74340$

-1691 $\quad +6$

Diff.: 45 $\quad 5{,}74346$

45

Hiernach ist: $num\,log\, x = 5{,}74346$ oder:

$x = 5{,}74346$

---

11). $\sqrt[3]{8822457000} = \ldots\ldots\ldots\ x$

$log\, x = \frac{1}{3} \cdot log\, 8822457000$

Da nun: $log\, 8822457000 = 9{,}945\,5867$

$+25$

$+3{,}5$

$9{,}945\,5896$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

9,94 559

$\cdot \frac{1}{3}$

mithin: $log\, x = 3{,}31\,520$ ist,
(siehe Erkl. 60)

so erhält man:

numlog 3,31 520 = 2066,00
— 518 + 33
1. Diff.: 7 2066,33
— 6,3
2. Diff.: 0,7
0,7 . 10 = 7
6,8

Hiernach ist: $numlog\, x = 2066{,}33$ oder:
$x = 2066{,}33$

---

12). $\sqrt[5]{0{,}00009} = \ldots\ldots\ldots x$

$log\, x = \frac{1}{5} . log\, 0{,}00009$

Da nun: $log\, 0{,}00009 = 0{,}95\,424 - 5$

$\cdot \frac{1}{5}$

mithin: $log\, x = 0{,}19\,085 - 1$
(siehe Erkl. 60) ist,

so erhält man:

numlog (0,19 085 — 1) = 0,155100
— 61 + 8
1. Diff.: 24 + 6
— 22,4 0,155186
2. Diff.: 1,6
1,6 . 10 = 16
16,8

Hiernach ist: $numlog\, x = 0{,}155186$ oder:
$x = 0{,}155186$

---

13). $\sqrt[5]{0{,}0999999} = \ldots\ldots\ldots x$

$log\, x = \frac{1}{5} \cdot log\, 0{,}0999999$

Da nun: $log\, 0{,}0999999 = 0{,}99\,996 - 2$
+ 3,6
+ 0,36

1,00 000 — 2
(+4) (—4)
oder = 0,00 000 — 1

$\cdot \frac{1}{5}$

mithin: $log\, x = 0{,}80\,000 - 1$
(siehe Regel 21) ist,

so erhält man:

numlog (0,80 000 — 1) = 0,630 900
— 79 996 + 5
1. Diff.: 4 + 7
— 3,5 0,630 957
2. Diff.: 0,5
0,5 . 10 = 5
4,9

Hiernach ist: $numlog\, x = 0{,}630957$ oder:
$x = 0{,}630957$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

9,945 5896

$\cdot \frac{1}{3}$

mithin: $log\, x = 3{,}315\,1965$ ist,

so erhält man:

num log 3,315 1965 = 2066,300
— 1934 + 1
1 Diff.: 31 + 4
— 21 + 8
2. Diff.: 10 2066,3148
10 . 10 = 100
— 84
3. Diff.: 16
16 . 10 = 160
168

Hiernach ist: $numlog\, x = 2066{,}3148$ oder:
$x = 2066{,}3148$

---

12). $\sqrt[5]{0{,}00009} = \ldots\ldots\ldots x$

$log\, x = \frac{1}{5} \cdot log\, 0{,}00009$

Da nun: $log\, 0{,}00009 = 0{,}954\,2425 - 5$

$\cdot \frac{1}{5}$

mithin: $log\, x = 0{,}190\,8485 - 1$ ist,

so erhält man:

num log (0,190 8485 — 1) = 0,1551800
— 8357 + 4
1. Diff.: 128 + 6
— 112 0,1551846
2. Diff.: 16
16 . 10 = 160
168

Hiernach ist: $numlog\, x = 0{,}1551846$ oder:
$x = 0{,}1551846$

---

13). $\sqrt[5]{0{,}0999999} = \ldots\ldots\ldots x$

$log\, x = \frac{1}{5} \cdot log\, 0{,}0999999$

Da nun: $log\, 0{,}0999999 = 0{,}999\,9957 - 2$
+ 38,7
(+ 3) (— 3)
0,999 9996 — 2

$\cdot \frac{1}{5}$

mithin: $log\, x = 0{,}799\,9999 - 1$
(siehe Regel 21) ist,

so erhält man:

num log (0,799 9999 — 1) = 0,63095000
— 49 + 7
1. Diff.: 50 + 2
— 48,3 + 5
2. Diff.: 1,7 0,63095725
1,7 . 10 = 17
— 18,8
3. Diff.: 3,2
3,2 . 10 = 32
34,5

Hiernach ist: $numlog\, x = 0{,}63095725$ oder:
$x = 0{,}63095725$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

14). $\sqrt[7]{\left(112\frac{118}{135}\right)^3} = \ldots\ldots\ x$

$$\log x = \frac{1}{7} \cdot 3 \cdot \log \left(112\frac{118}{135}\right)$$

oder, da man den gemischten Bruch nach der Regel 14 erst einrichten muss:

$$\log x = \frac{1}{7} \cdot 3 \cdot \log \frac{15238}{135} \quad \text{oder:}$$

$$\log x = \frac{1}{7} \cdot 3 \cdot (\log 15238 - \log 135)$$

Da nun: $\log 15238 = 4{,}18\,270$
$+ 22{,}4$
$4{,}18\,292$
$-\log 135 = -2{,}13\,033$
$2{,}05\,259$
$.\,3$
$6{,}15\,777$
$\cdot\frac{1}{7}$

mithin: $\log x = 0{,}87\,968$ ist,

so erhält man:

$num\log 0{,}87\,968 = 7{,}58000$
-967 ... $+1$
1. Diff.: 1 ... $+\ 7$
$-0{,}6$
2. Diff.: $0{,}4$ ... $7{,}58017$
$0{,}4\,.\,10 = 4$
$4{,}2$

Hiernach ist: $num\log x = 7{,}58017$ oder:
$x = 7{,}58017$

---

15). $0{,}065789^{-\frac{4}{5}} = \ldots\ldots\ x$

$$\log x = -\frac{4}{5} \cdot \log 0{,}065789 \quad \text{oder:}$$

$$\log x = \frac{1}{5} \cdot -4 \cdot \log 0{,}065789$$

Da nun: $\log 0{,}065789 = 0{,}81\,809 - 2$
$+ 6{,}3$
$0{,}81\,815 - 2$
$\cdot -4$
$-3{,}27\,260 + 8$

wofür man setzen kann: $4{,}72\,740$
$\cdot\frac{1}{5}$

mithin: $\log x = 0{,}94\,548$ ist,

so erhält man:

$num\log 0{,}94\,548 = 8{,}8200$
-547 ... $+2$
Diff.: 1 ... $8{,}8202$
1

Hiernach ist: $num\log x = 8{,}8202$ oder:
$x = 8{,}8202$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

14). $\sqrt[7]{\left(112\frac{118}{185}\right)^3} = \ldots\ldots\ x$

$$\log x = \frac{1}{7} \cdot 3 \cdot \log \left(112\frac{118}{135}\right)$$

oder, da man den gemischten Bruch nach der Regel 14 erst einrichten muss:

$$\log x = \frac{1}{7} \cdot 3 \cdot \log \frac{15238}{135} \quad \text{oder:}$$

$$\log x = \frac{1}{7} \cdot 3 \cdot (\log 15238 - \log 135)$$

Da nun: $\log 15238 = 4{,}182\,9280$
$-\log 135 = -2{,}130\,3338$
$2{,}052\,5942$
$.\,3$
$6{,}157\,7826$
$\cdot\frac{1}{7}$

mithin: $\log x = 0{,}879\,6832$ ist,

so erhält man:

$num\log 0{,}879\,6832 = 7{,}580200$
-6807 ... $+4$
1. Diff.: 25 ... $+\ 4$
$-22{,}8$
2. Diff.: $2{,}2$ ... $7{,}580244$
$2{,}2\,.\,10 = 22$
$22{,}8$

Hiernach ist: $num\log x = 7{,}580244$ oder:
$x = 7{,}580244$

---

15). $0{,}065789^{-\frac{4}{5}} = \ldots\ldots\ x$

$$\log x = -\frac{4}{5} \cdot \log 0{,}065789 \quad \text{oder:}$$

$$\log x = \frac{1}{5} \cdot -4 \cdot \log 0{,}065789$$

Da nun: $\log 0{,}065789 = 0{,}818\,1533 - 2$
$\cdot -4$
$-3{,}272\,6132 + 8$

wofür man setzen kann: $4{,}727\,3868$
$\cdot\frac{1}{5}$

mithin: $\log x = 0{,}945\,4774$• ist,

so erhält man:

$num\log 0{,}945\,4774 = 8{,}82010$
-4735 ... $+8$
Diff.: 39 ... $8{,}82018$
$39{,}2$

Hiernach ist: $num\log x = 8{,}82018$ oder:
$x = 8{,}82018$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

16). $\frac{352}{3,279583}\sqrt[4]{\frac{716,5}{\sqrt[3]{2}}} = \ldots x$

$\log x = \log 352 - \log 3,279583 + \frac{1}{4}\left(\log 716,5 - \frac{1}{3}\cdot \log 2\right)$

Da nun: $\log 352 = 2,54\,654$

$-\log 3,279583 = 0,51\,574$
$+\,6,5$
$+\,1,04$
$+\,0,039$
$0,51\,582 = -0,51\,582$
$2,03\,072$

$+\frac{1}{4}\left(\log 716,5 - \frac{1}{3}\cdot\log 2\right) =$

$\frac{1}{4}\left(2,85522 - \frac{1}{3}\cdot 0,30103\right) =$

$\frac{1}{4}\left(2,85522 - 0,10034\right) =$

$\frac{1}{4}\cdot 2,75488 = +0,68\,872$

mithin: $\log x = 2,71\,944$ ist,

so erhält man:

$num\log 2,71\,944 = 524,100$
-941 $+3$
1. Diff.: 3 $+\,3$
$-2,7$ $524,133$
2. Diff.: $0,3$
$0,3\,.\,10 = 3$
$2,7$

Hiernach ist: $num\log x = 524,133$ oder: $x = 524,133$

---

17). $\sqrt[11]{0,07\,.\,\sqrt[9]{8\,.\,\sqrt[7]{0,9}}} = \ldots x$

$\log x = \frac{1}{11}\left(\log 0,07 + \frac{1}{9}\left(\log 8 + \frac{1}{7}\cdot\log 0,9\right)\right)$

Da nun: $\log 0,9 = \overset{(+6)}{0,95\,424} \overset{(-6)}{-1}$
$\cdot\frac{1}{7}$
$0,99\,346 - 1$
$+\log 8 = +0,90\,309$
$1,89\,655 - 1$

wofür man setzen kann: $0,89\,655$
$\cdot\frac{1}{9}$
$0,09\,962$
$+\log 0,07 = 0,84\,510 - 2$
$\overset{(+9)}{0,94\,472} \overset{(-9)}{-2}$
$\cdot\frac{1}{11}$

mithin: $\log x = 0,90\,407 - 1$ ist,

so erhält man:

$num\log(0,90\,407 - 1) = 0,8018$
-407

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

16). $\frac{352}{3,279583}\sqrt[4]{\frac{716,5}{\sqrt[3]{2}}} = \ldots x$

$\log x = \log 352 - \log 3,279583 + \frac{1}{4}\left(\log 716,5 - \frac{1}{3}\cdot \log 2\right)$

Da nun: $\log 352 = 2,546\,5427$

$-\log 3,279583 = 0,515\,8076$
$+\,106,4$
$3,99$
$0,515\,8186 = -0,515\,8186$
$2,030\,7241$

$+\frac{1}{4}\left(\log 716,5 - \frac{1}{3}\cdot\log 2\right) =$

$\frac{1}{4}\left(2,8552162 - \frac{1}{3}\cdot 0,3010300\right) =$

$\frac{1}{4}\left(2,8552162 - 0,1003433\right) =$

$\frac{1}{4}\cdot 2,7548729 = +0,688\,7182$

mithin: $\log x = 2,719\,4423$ ist,

so erhält man:

$num\log 2,719\,4423 = 524,130$
-4390 $+4$
Diff.: 33 $524,134$
$33,2$

Hiernach ist: $num\log x = 524,134$ oder: $x = 524,134$

---

17). $\sqrt[11]{0,07\,.\,\sqrt[9]{8\,.\,\sqrt[7]{0,9}}} = \ldots x$

$\log x = \frac{1}{11}\left(\log 0,07 + \frac{1}{9}\left(\log 8 + \frac{1}{7}\cdot\log 0,9\right)\right)$

Da nun: $\log 0,9 = \overset{(+6)}{0,954\,2425} \overset{(-6)}{-1}$
$\cdot\frac{1}{7}$
$0,993\,4632 - 1$
$+\log 8 = 0,903\,0900$
$1,896\,5532 - 1$

wofür man setzen kann: $0,896\,5532$
$\cdot\frac{1}{9}$
$0,099\,6170$
$+\log 0,07 = 0,845\,0980 - 2$
$\overset{(+9)}{0,944\,7150} \overset{(-9)}{-2}$
$\cdot\frac{1}{11}$

mithin: $\log x = 0,904\,0650 - 1$ ist

so erhält man:

$num\log(0,904\,0650 - 1) = 0,801790$
-0606 $+8$
Diff.: 44 $0,801798$
44

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

Hiernach ist: $num\log x = 0{,}8018$ oder:
$x = 0{,}8018$

---

18). $7^7 : \sqrt[7]{\dfrac{2\sqrt[7]{2}}{\sqrt{10}}} = \ldots\ldots x$

$$\log x = 7 . \log 7 - \frac{1}{7} \cdot \left(\log 2 + \frac{1}{7} \cdot \log 2 - \frac{1}{2} \cdot \log 10\right)$$

Da nun: $\log 7 = 0{,}84\,510$
$.7$
$5{,}91\,570$

$-\frac{1}{7} \cdot \left(\log 2 + \frac{1}{7} \cdot \log 2 - \frac{1}{2} \cdot \log 10\right) =$

$-\frac{1}{7}\left(0{,}30\,103 + \frac{1}{7} \cdot 0{,}30\,103 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}00\,000\right) =$

$-\frac{1}{7}\left(0{,}30\,103 + 0{,}04\,300 - 0{,}50\,000\right) =$

$-\frac{1}{7} \cdot -0{,}15\,597 = +0{,}02\,228$

mithin: $\log x = 5{,}93\,798$ ist,

so erhält man:

$num\log 593\,798 = 866900$
$-797 \qquad +2$
Diff.: $1 \qquad 866920$

Hiernach ist: $num\log x = 866920$ oder:
$x = 866920$

---

19). $16347{,}26^{2{,}67803} = \ldots\ldots x$

$\log x = 2{,}67803 . \log 16347{,}26$

Um nun nicht die hiermit angedeutete umständliche Multiplikation ausführen zu müssen und um sich auch hier und in ähnlichen Fällen die Vorteile, welche die Logarithmen bieten, zu Nutzen zu machen, logarithmiere man nochmals, wonach man erhält:

$\log\log x = \log 2{,}67803 + \log\log 16347{,}26$

Da nun: $\log 16347{,}26 = 4{,}21\,325$
$+18{,}9$
$+0{,}54$
$+0{,}162$
$4{,}21\,345$

und

$\log\log 16347{,}26 = \log 4{,}21345 = 0{,}62\,459$
$+4{,}0$
$+0{,}5$
$0{,}62\,463$

$+\log 2{,}67803 = 0{,}42\,781$
$+0$
$+0{,}64$

mithin: $\log x = 1{,}05\,245$ ist,

so erhält man:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

Hiernach ist: $num\log x = 0{,}801798$ oder:
$x = 0{,}801798$

---

18). $7^7 : \sqrt[7]{\dfrac{2\sqrt[7]{2}}{\sqrt{10}}} = \ldots\ldots x$

$$\log x = 7 . \log 7 - \frac{1}{7} \cdot \left(\log 2 + \frac{1}{7} \cdot \log 2 - \frac{1}{2} \cdot \log\right.$$

Da nun: $\log 7 = 0{,}845\,0$

$5{,}915\,6$

$-\frac{1}{7}\left(\log 2 + \frac{1}{7} \cdot \log 2 - \frac{1}{2} \cdot \log 10\right) =$

$-\frac{1}{7}\left(0{,}3010300 + \frac{1}{7} \cdot 0{,}3010300 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}0000000\right) =$

$-\frac{1}{7}\left(0{,}301\,0300 + 0{,}043\,0043 - 0{,}5000000\right) =$

$-\frac{1}{7} \cdot -0{,}155\,9657 = +0{,}022$

mithin: $\log x = 5{,}937\,9$

ist, so erhält man:

$num\log 5{,}937\,9668 = 866890{,}00$
$-9640 \qquad +5$
1. Diff.: $28 \qquad +6$
$-25 \qquad 866895{,}60$
2. Diff.: 3
$3 . 10 = 30$
30

Hiernach ist: $num\log x = 866895{,}6$ oder:
$x = 866895{,}6$

---

19). $16347{,}26^{2{,}67803} = \ldots\ldots x$

$\log x = 2{,}67803 . \log 16347{,}26$

Um nun nicht die hiermit angedeutete umständliche Multiplikation ausführen zu müssen und um sich auch hier und in ähnlichen Fällen die Vorteile, welche die Logarithmen bieten, zu Nutzen zu machen, logarithmiere man nochmals, wonach man erhält:

$\log\log x = \log 2{,}67803 + \log\log 16347{,}26$

Da nun: $\log 16347{,}26 = 4{,}213\,4381$
$+53{,}0$
$+15{,}9$
$4{,}213\,4450$

und

$\log\log 16347{,}26 = \log 4{,}2134450 = 0{,}624\,6327$
$+41{,}2$
$+5{,}15$
$0{,}624\,6373$

$+\log 2{,}67803 = 0{,}427\,8106$
$+48{,}6$

mithin: $\log\log x = 1{,}052\,4528$ ist,

so erhält man:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

num log 1,05 245 = 11,2800
— 231 + 3
1. Diff.: 14 + 7
— 11,4 11,2837
2. Diff.: 2,6
2,6 . 10 = 26
26,6

Hiernach ist:

num log (*log x*) = 11,2837 oder:
log x = 11,28370

folglich ist:

num log 11,28 370 = 192 100 000 000
— 353 + 7
1. Diff.: 17 + 7
— 15,4 192 177 000 000
2. Diff.: 1,6
1,6 . 10 = 16
15,4

mithin erhält man:

num log x = 192 177 000 000 oder:
x = 192 177 000 000

---

20). $(-28{,}6)^5 = \ldots\ldots\ldots\ x$

Da in dem gegebenen Zahlenausdruck **negative** Zahlen vorkommen, so verfahre man nach den Zusätzen 2 und 3, Seite 64 und 65.

Nach dem Beispiel 1, Seite 65, erhält man:

log x = 5 . *log* 28,6 (*n*)

Da nun: *log* 28,6 = 1,45 637
. 5
mithin: *log x* = 7,28 185 (*n*)

ist, so erhält man:

num log 7,28 185 = 19130000 (*n*)
— 171 + 6
1. Diff.: 14 + 1
— 13,8 19136100 (*n*)
2. Diff.: 0,2
0,2 . 10 = 2
2,3

Hiernach ist:

num log x = 19136100 (*n*) oder:
$x = -19136100$

---

21). $\sqrt[3]{-7} = \ldots\ldots\ldots\ x$

Nach den Zusätzen 2 u. 3, S. 64 u. 65, ist:

$log\ x = \frac{1}{3} \cdot log\ 7\ (n)$

Da nun: *log* 7 = 0,84 510
$\cdot \frac{1}{3}$
mithin: *log x* = 0,28 171 (*n*)

ist, so erhält man:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

num log 1,052 4528 = 11,28300
— 4246 + 7
1. Diff.: 282 + 3
— 269,5 + 2
2. Diff.: 12,5 11,283732
12,5 . 10 = 125
— 115,5
3. Diff.: 9,5
9,5 . 10 = 95
77

Hiernach ist:

num log (*log x*) = 11,283732 oder:
log x = 11,2837320

folglich ist:

num log 11,283 7320 = 192 190 000 000
— 7308 + 0
1. Diff.: 12 + 5
— 0 + 3
2. Diff.: 12 192 190 530 000
12 . 10 = 120
— 113
3. Diff.: 7
7 . 10 = 70
67,8

mithin erhält man:

num log x = 192 190 530 000 oder:
x = 192 190 530 000

---

20). $(-28{,}6)^5 = \ldots\ldots\ldots\ x$

Da in dem gegebenen Zahlenausdruck **negative** Zahlen vorkommen, so verfahre man nach den Zusätzen 2 und 3, Seite 64 und 65.

Nach dem Beispiel 1, Seite 65, erhält man:

log x = 5 . *log* 28,6 (*n*)

Da nun: *log* 28,6 = 1,456 3660
. 5
mithin: *log x* = 7,281 8300 (*n*)

ist, so erhält man:

num log 7,281 8300 = 19135000 (*n*)
— 8285 + 0
1. Diff.: 15 + 6
— 0 + 6
2. Diff.: 15 19135066 (*n*)
15 . 10 = 150
— 136,2
3. Diff.: 13,8
13,8 . 10 = 138

Hiernach ist:

num log x = 19135066 (*n*) oder:
$x = -19135066$

---

21). $\sqrt[3]{-7} = \ldots\ldots\ldots\ x$

Nach den Zusätzen 2 u. 3, S. 64 u. 65, ist:

$log\ x = \frac{1}{3} .\ log\ 7\ (n)$

Da nun: *log* 7 = 0,845 0980
$\cdot \frac{1}{3}$
mithin: *log x* = 0,281 6993 (*n*)

ist, so erhält man:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$num\,log\;0{,}28\,171 = 1{,}913\;(n)$
-171

Hiernach ist: $num\,log\,x = 1{,}913\;(n)$ oder:
$x = -1{,}913$

---

22). $\sqrt[5]{(-0{,}0089)^{-3}} = \;.\;.\;.\;.\;.\;x$

Nach den Zusätzen 2 und 3, Seite 64 u. 65, und mit Berücksichtigung, dass eine negative Zahl in einer **ungeraden** Potenz (einerlei ob der Exponent positiv oder negativ ist, siehe die Potenzen) ein negatives Resultat ergibt und eine **ungerade** Wurzel aus einer negativen Zahl wiederum ein negatives Resultat ergibt (siehe die Wurzeln), ist:

$$log\,x = \frac{1}{5} \cdot -3 \cdot log\;0{,}0089\;(n)$$

Da nun: $log\;0{,}0089 = 0{,}94\,939 - 3$
$\cdot -3$
$-2{,}84\,817 + 9$

wofür man auch setzen kann: $6{,}15\,183$
$\cdot \frac{1}{5}$

mithin: $log\,x = 1{,}23037\;(n)$

ist, so erhält man:

$num\,log\;1{,}23\,037 = 16{,}9900\;(n)$
-19 $\quad +6$
1. Diff.: 18 $\quad +\;9$
$-15{,}6$
2. Diff.: $2{,}4$ $\quad 16{,}9969\;(n)$
$2{,}4 \,.\, 10 = 24$
$23{,}4$

Hiernach ist: $num\,log\,x = 16{,}9969\;(n)$ oder:
$x = -16{,}9969$

---

23). $\sqrt[4]{-6294375000} = \;.\;.\;.\;.\;.\;x$

Nach den Regeln der Wurzelausziehung ist eine **gerade** Wurzel aus einer negativen Zahl **unmöglich**, d. h. imaginär (siehe die Wurzeln, und zwar den Abschnitt, welcher über die imaginären Grössen handelt). Man verfahre deshalb nach dem auf Seite 64 angegebenen Zusatz 2, wie folgt:

Man setze:

$$\sqrt[4]{-6294375000} = \sqrt[4]{-1 \cdot 6294375000}$$
$$= \sqrt[4]{-1} \cdot \sqrt[4]{6294375000} = x$$

und berechne

$$\sqrt[4]{6294375000} = \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;y$$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$num\,log\;0{,}281\,6993 = 1{,}91290\;(n)$
-6923 $\quad +3$
Diff.: 70 $\quad 1{,}91293$
$-68{,}1$

Hiernach ist: $num\,log\,x = 1{,}91293\;(n)$ oder:
$x = -1{,}91293$

---

22). $\sqrt[5]{(-0{,}0089)^{-3}} = \;.\;.\;.\;.\;.\;x$

Nach den Zusätzen 2 und 3, Seite 64 u. 65, und mit Berücksichtigung, dass eine negative Zahl in einer **ungeraden** Potenz (einerlei ob der Exponent positiv oder negativ ist, siehe die Potenzen) ein negatives Resultat ergibt und eine **ungerade** Wurzel aus einer negativen Zahl wiederum ein negatives Resultat ergibt (siehe die Wurzeln), ist:

$$log\,x = \frac{1}{5} \cdot -3 \cdot log\;0{,}0089\;(n)$$

Da nun: $log\;0{,}0089 = 0{,}949\,3900 - 3$
$\cdot -3$
$-2{,}848\,1700 + 9$

wofür man auch setzen kann: $6{,}151\,8300$
$\cdot \frac{1}{5}$

mithin: $log\,x = 1{,}230\,3660\;(n)$

ist, so erhält man:

$num\,log\;1{,}230\,3660 = 16{,}996000\;(n)$
-3467 $\quad +7$
1. Diff.: 193 $\quad +\;5$
$-179{,}2$ $\quad +\;\;4$
2. Diff.: $13{,}8$ $\quad 16{,}996754\;(n)$
$13{,}8 \,.\, 10 = 138$
-128
3. Diff.: 10
$10 \,.\, 10 = 100$
$102{,}4$

Hiernach ist: $num\,log\,x = 16{,}996754\;(n)$
oder: $x = -16{,}996754$

---

23). $\sqrt[4]{-6294375000} = \;.\;.\;.\;.\;.\;x$

Nach den Regeln der Wurzelausziehung ist eine **gerade** Wurzel aus einer negativen Zahl **unmöglich**, d. h. imaginär (siehe die Wurzeln, und zwar den Abschnitt, welcher über die imaginären Grössen handelt. Man verfahre deshalb nach dem auf Seite 64 angegebenen Zusatz 2, wie folgt:

Man setze:

$$\sqrt[4]{-6294375000} = \sqrt[4]{-1 \cdot 6294375000}$$
$$= \sqrt[4]{-1} \cdot \sqrt[4]{6294375000} = x$$

und berechne

$$\sqrt[4]{6294375000} = \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;y$$

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes

Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 1. **Zinseszinsrechnung.**
„ 2. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch geometrische Analysis.**
„ 3. **Das Prisma.**
„ 4. **Ebene Trigonometrie.**
„ 5. **Das specifische Gewicht.**
„ 6. **Differentialrechnung.**
„ 7. **Proportionen.**
„ 8. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch algebraische Analysis.**
„ 9. **Die Reihen** (arithmetische).
„ 10. **Das Apollonische Berührungs-Problem.**
„ 11. **Die Reihen** (geometrische), Forts. von Heft 9.
Heft 12. **Die Pyramide.** (Forts. v. Heft 3.)
„ 13. **Der Pyramidenstumpf.** (Forts. von Heft 12.)
„ 14. **Das Apollonische Berührungsproblem.** (Forts. von Heft 10.)
„ 15. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 4.)
„ 16. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 1.)
„ 17. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 11.)
„ 18. **Der Cylinder.** (Forts. v. Heft 13.)
„ 19. **Der Kegel.** (Forts. von Heft 18.)
„ 20. **Der Kegelstumpf.** (Forts. von Heft 19.)
„ 21. } **Die Kugel und ihre Teile.**
„ 22. } (Forts. von Heft 20.)

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)
„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)
„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)
„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)
„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)
„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)
„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)
„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.
„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)
„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)
„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)
„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)
„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)
„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72). Mit Anhang u. Schluss der Logarithmen.
„ 74. **Die Wurzeln.**
Inhalt: Alle Lehrsätze, Formeln und Regeln, alle möglichen gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, welche sich auf die Wurzeln beziehen.
„ 75. **Die Wurzeln.** (Forts. v. Heft 74.)
„ 76. dto. („ „ „ 75.)
„ 77. dto. („ „ „ 76.)
„ 78. dto. („ „ „ 77.)
„ 79. dto. („ „ „ 78.)
„ 80. dto. („ „ „ 79.)
u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

73. Heft. | Preis des Heftes 25 Pf. | Die Logarithmen. Forts. von Heft 72. Seite 145—160.



Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst,** der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken-** u. **Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar-** u. **Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 72. — Seite 145—160.

Inhalt:

[.]r die Berechnung von Zahlenausdrücken mit Hülfe der Logarithmen, Fortsetzung der gelösten und [u]ngelösten Beispiele. — Ueber die Additions- und Subtraktions-Logarithmen (Gauss'sche Logarithmen) nebst gelösten und ungelösten Uebungsbeispielen.

Stuttgart 1883.

Verlag von Julius Maier.

Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte.
[. . .]nzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird

Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen.
[. . .]zufolge ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite [d]es Umschlags die nunmehrige Reihenfolge, wonach zunächst die Kapitel: **Potenzen**

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$$\log y = \frac{1}{4} \cdot \log 6294375000$$

Da nun: $\log 6294375000 = 9{,}79\,893$
$+2{,}1$
$+0{,}49$
$9{,}79\,896$
$\cdot \frac{1}{4}$

mithin: $\log y = 2{,}44\,974$ ist,

so erhält man:

$num\log 2{,}44\,974 = 281{,}600$
$-963 \qquad +6$
1. Diff.: $11 \qquad +9$
$-9{,}6$
2. Diff.: $1{,}4 \qquad 281{,}669$
$1{,}4 . 10 = 14$
$14{,}4$

Hiernach ist:

$num\log y = 281{,}669$ oder: $y = 281{,}669$

und da

$x = \sqrt[4]{-1} . y$ ist, so erhält man:

$$x = 281{,}669 . \sqrt[4]{-1}$$

---

24). $$\frac{\sqrt[3]{-845} \cdot (-45)^8}{\sqrt[5]{-276 \cdot \sqrt[3]{-0{,}34}}} = \; . \; . \; . \; x$$

Da in dem zu berechnenden Ausdruck **negative** Zahlen enthalten sind, so untersuche man zunächst von welchem Einfluss dieselben sind.

$(-45)^8$ ist positiv, $\sqrt[3]{-845}$ ist negativ, mithin ist der **Zähler negativ**; ferner ist $\sqrt[3]{-0{,}34}$ negativ, und diese negative Grösse mit -276 multipliziert gedacht gibt ein positives Resultat, der **Nenner ist somit positiv**; hieraus folgt, dass das Endresultat des zu berechnenden Ausdrucks **negativ** ist.

Nach dem Zusatz 3, S. 65, hat man somit:

$$\log x = \frac{1}{3} \cdot \log 845 + 8 \cdot \log 45 -$$
$$\frac{1}{5}\left(\log 276 + \frac{1}{3} \cdot \log 0{,}34\right) \; (n)$$

Da nun: $\log 845 = 2{,}92\,686$
$\cdot \frac{1}{3}$
$0{,}97\,562$

$+8 . \log 45 = 8 . 1{,}65\,321 = +13{,}22\,568$
$14{,}20\,130$

$-\frac{1}{5}\left(\log 276 + \frac{1}{3} \cdot \log 0{,}34\right) =$

$-\frac{1}{5}\left(2{,}44091 + \frac{1}{3} \cdot (0{,}53148 - 1)\right) =$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$$\log y = \frac{1}{4} \cdot \log 6294375000$$

Da nun: $\log 6294375000 = 9{,}798\,9474$
$+48{,}3$
$+\;3{,}45$
$9{,}798\,9526$
$\cdot \frac{1}{4}$

mithin: $\log y = 2{,}449\,7382$ ist,

so erhält man:

$num\log 2{,}449\,7382 = 281{,}66000$
$-7252 \qquad +8$
1. Diff.: $130 \qquad +4$
$-123{,}2 \qquad +4$
2. Diff.: $6{,}8 \qquad 281{,}66844$
$6{,}8 . 10 = 68$
$-61{,}6$
3. Diff.: $6{,}4$
$6{,}4 . 10 = 64$
$61{,}6$

Hiernach ist:

$num\log y = 281{,}66844$ oder: $y = 281{,}66844$

und da

$x = \sqrt[4]{-1} . y$ ist, so erhält man:

$$x = 281{,}66844 . \sqrt[4]{-1}$$

---

24). $$\frac{\sqrt[3]{-845} \cdot (-45)^8}{\sqrt[5]{-276 \cdot \sqrt[3]{-0{,}34}}} = \; . \; . \; . \; x$$

Da in dem zu berechnenden Ausdruck **negative** Zahlen enthalten sind, so untersuche man zunächst von welchem Einfluss dieselben sind.

$(-45)^8$ ist positiv, $\sqrt[3]{-845}$ ist negativ, mithin ist der **Zähler negativ**; ferner ist $\sqrt[3]{-0{,}34}$ negativ, und diese negative Grösse mit -276 multipliziert gedacht gibt ein positives Resultat, der **Nenner ist somit positiv**; hieraus folgt, dass das Endresultat des zu berechnenden Ausdrucks **negativ** ist.

Nach dem Zusatz 3, S. 65, hat man somit:

$$\log x = \frac{1}{3} \cdot \log 845 + 8 \cdot \log 45 -$$
$$\frac{1}{5}\left(\log 276 + \frac{1}{3} \cdot \log 0{,}34\right) \; (n)$$

Da nun: $\log 845 = 2{,}926\,8567$
$\cdot \frac{1}{3}$
$0{,}975\,6189$

$+8 . \log 45 = 8 . 1{,}653\,2125 = +13{,}225\,7000$
$14{,}201\,3189$

$-\frac{1}{5}\left(\log 276 + \frac{1}{3} \cdot \log 0{,}34\right) =$

$-\frac{1}{5}\left(2{,}440\,9091 + \frac{1}{3}(0{,}531\,4789 - 1)\right) =$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

14,20 130

$-\frac{1}{5}\left(2{,}44\,091 + \frac{1}{3}(2{,}53\,148 - 3)\right) =$

$-\frac{1}{5}\left(2{,}44\,091 + 0{,}84\,383 - 1\right) =$

$-\frac{1}{5}\left(3{,}28\,474 - 1\right) = -\frac{1}{5} \cdot 2{,}28\,474 = -0{,}45\,695$

mithin: $\log x = 13{,}74\,435$ (n)

ist, so erhält man:

$num\log 13{,}74\,435 = 55\,500\,000\,000\,000$ (n)

− 29   + 7

1. Diff.: 6   + 5

− 5,6   55 507 500 000 000 (n)

2. Diff.: 0,4

0,4 . 10 = 4

4

Hiernach ist:

$num\log x = 55\,507\,500\,000\,000$ (n) oder:

$x = -55\,507\,500\,000\,000$

---

25). $\sqrt[3]{9946^5 + 5268^3} = \ldots\ldots x$

$$\log x = \frac{1}{3} \cdot \log(9946^5 + 5268^3)$$

Da in dem zu berechnenden Ausdruck eine Summe vorkommt, so muss man nach der Erkl. 70, Seite 135, zunächst die Ausdrücke berechnen, welche als Summanden in jener Summe enthalten sind.

Man erhält:

$\log 9946^5 = 5 . \log 9946$
$= 5 . 3{,}99\,765$
$= 19{,}98\,825$

mithin:

$num\log 19{,}98\,825 = 97\,330\,000\,000\,000\,000\,000$

oder:

a). . . . $9946^5 = 97\,330\,000\,000\,000\,000\,000$

Ferner erhält man:

$\log 5268^3 = 3 . \log 5268$
$= 3 . 3{,}72\,165$
$= 11{,}16\,495$

mithin:

$num\log 11{,}16\,495 = 146\,200\,000\,000$

oder:

b). . . . $5268^3 = 146\,200\,000\,000$

Logarithmiert man nunmehr den gegebenen Ausdruck, wie folgt:

$$\log x = \frac{1}{3} \cdot \log(9946^5 + 5268^3)$$

Uebungsbeispiele: **Resultate.**

14,201 3189

$-\frac{1}{5}\left(2{,}440\,9091 + \frac{1}{3}(2{,}531\,4789 - 3)\right) =$

$-\frac{1}{5}\left(2{,}440\,9091 + 0{,}848\,8268 - 1\right) =$

$-\frac{1}{5}\left(3{,}284\,7354 - 1\right) =$

$-\frac{1}{5} \cdot 2{,}284\,7354 = -0{,}456\,9471$

mithin: $\log x = 13{,}744\,3718$ (n)

ist, so erhält man:

$num\log 13{,}744\,3718 = 55\,510\,000\,000\,000$ (n)

− 8712   + 0

1. Diff.: 6   + 7

− 0   + 6

2. Diff.: 6   55 510 076 000 000 (n)

6 . 10 = 60

− 55,3

3. Diff.: 4,7

4,7 . 10 = 47

47,4

Hiernach ist:

$num\log x = 55\,510\,076\,000\,000$ (n) oder:

$x = -55\,510\,076\,000\,000$

---

25). $\sqrt[3]{9946^5 + 5268^3} = \ldots\ldots x$

$$\log x = \frac{1}{3} \cdot \log(9946^5 + 5268^3)$$

Da in dem zu berechnenden Ausdruck eine Summe vorkommt, so muss man nach der Erkl. 70, Seite 135, zunächst die Ausdrücke berechnen, welche als Summanden in jener Summe enthalten sind.

Man erhält:

$\log 9946^5 = 5 . \log 9946$
$= 5 . 3{,}997\,6485$
$= 19{,}988\,2425$

mithin:

$n.\log 19{,}988\,2425 = 97\,329\,000\,000\,000\,000\,000$

− 2423   + 0

1. Diff.: 2   + 4

− 0   + 5

2. Diff.: 2   97 329 045 000 000 000 000

2 . 10 = 20

− 17,6

3. Diff.: 2,4

2,4 . 10 = 24

22

oder:

a). . . . $9946^5 = 97\,329\,045\,000\,000\,000\,000$

Ferner erhält man:

$\log 5268^3 = 3 . \log 5268$
$= 3 . 3{,}721\,6458$
$= 11{,}164\,9374$

mithin:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

und setzt hierin für die in der Klammer stehenden Summanden die unter a). und b). gefundenen Werte ein, so erhält man:

$$log\, x = \frac{1}{3} \cdot log\,(97\,330\,000\,000\,000\,000\,000 + 146\,200\,000\,000)$$

oder:

$$log\, x = \frac{1}{3} \cdot log\, 97\,330\,000\,146\,200\,000\,000$$

Da nun:

$$log\, 97\,330\,000\,146\,200\,000\,000 = 19{,}98\,825 \cdot \frac{1}{3}$$

mithin: $log\, x = 6{,}66\,275$ ist,

so erhält man:

$$num\, log\, 6{,}66\,275 = 4600000$$
$$-\,276$$

Hiernach ist: $log\, x = 4600000$ oder:

$x = 4600000$ *)

*) Das Resultat ist wegen der Grösse der bei der Berechnung sich ergebenden Zahlen nur ein **angenähertes**.

---

26). $\frac{\sqrt{0{,}092}}{0{,}8} - \sqrt[3]{0{,}9967} = \ldots x$

Analog dem vorhergehenden Beispiel und entsprechend der Erkl. 70, berechne man jeden der Summanden, wie folgt für sich:

$\frac{\sqrt{0{,}092}}{0{,}8}$ sei $= y$

$$\begin{aligned} log\, y &= \frac{1}{2} \cdot log\, 0{,}092 - log\, 0{,}8 \\ &= \frac{1}{2} \cdot (0{,}96\,379 - 2) - (0{,}90\,309 - 1) \\ &= 0{,}48\,189 - 1 - 0{,}90\,309 + 1 \\ &= -0{,}42\,120 \\ &= 1 - 0{,}42\,120 + 1 \\ &= 0{,}57\,880 - 1 \end{aligned}$$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$$n.\, log\, 11{,}164\,9374 = 146\,190\,000\,000$$

$$\begin{array}{rl} -\,9177 & \\ \text{1 Diff.: } 197 & +6 \\ -\,178{,}2 & +\;6 \\ \text{2. Diff.: } 18{,}8 & +\;\;3 \\ 18{,}8 \,.\, 10 = 188 & \overline{146\,196\,630\,000} \\ -\,178{,}2 & \\ \text{3. Diff.: } 9{,}8 & \\ 9{,}8 \,.\, 10 = 98 & \\ 89{,}1 & \end{array}$$

oder:

b). . . . . $5268^3 = 146\,196\,630\,000$

Logarithmiert man nunmehr den gegebenen Ausdruck, wie folgt:

$$log\, x = \frac{1}{3} \cdot log\,(9946^5 + 5268^3)$$

und setzt hierin für die in der Klammer stehenden Summanden die unter a). und b). gefundenen Werte ein, so erhält man:

$$log\, x = \frac{1}{3} \cdot log\,(97\,329\,045\,000\,000\,000\,000 + 146\,196\,630\,000)$$

oder:

$$log\, x = \frac{1}{3} \cdot log\, 9732\,9045\,146\,19663\,0000$$

Da nun:

$$log\, 97\,329\,045\,146\,196\,630\,000 = 19{,}988\,2423$$

$$\begin{array}{r} +\,00 \\ +\;1{,}76 \\ +\;0{,}22 \\ \hline 19{,}988\,2425 \\ \cdot\, \frac{1}{3} \end{array}$$

mithin: $log\, x = 6{,}662\,775$ ist,

so erhält man:

$$num\, log\, 6{,}662\,7475 = 4599800$$

$$\begin{array}{rr} -\,7389 & +9 \\ \text{Diff.: } 86 & \overline{4599890} \\ -\,85{,}5 & \end{array}$$

Hiernach ist: $log\, x = 4599890$ oder:

$x = 4599890$

---

26). $\frac{\sqrt{0{,}092}}{0{,}8} - \sqrt[3]{0{,}9967} = \ldots x$

Analog dem vorhergehenden Beispiel und entsprechend der Erkl 70, berechne man jeden der Summanden, wie folgt für sich:

$\frac{\sqrt{0{,}092}}{0{,}8}$ sei $= y$

$$\begin{aligned} log\, y &= \frac{1}{2} \cdot log\, 0{,}092 - log\, 0{,}8 \\ &= \frac{1}{2}\, (0{,}963\,7878 - 2) - (0{,}903\,0900 - 1 \\ &= 0{,}481\,8939 - 1 - 0{,}903\,0900 + 1 \\ &= -0{,}421\,1961 \\ &= 1 - 0{,}421\,1961 - 1 \\ &= 0{,}578\,8039 - 1 \end{aligned}$$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$num\,log\,(0{,}57\,880 - 1) = 0{,}379100$

-875 $+4$

1. Diff.: 5 $+2$

$-4{,}8$

2. Diff.: $0{,}2$ $\quad 0{,}379142$

$0{,}2 \cdot 10 = 2$

$2{,}4$

mithin ist:

$$num\,log\,y = 0{,}379142 \text{ oder:}$$

a). . . . . $y = 0{,}379142$

$$\sqrt[3]{0{,}9967} \text{ sei } = z$$

$$log\,z = \frac{1}{3} \cdot log\,0{,}9967$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (\overset{+2}{0{,}99\,856} - \overset{-2}{1})$$

$$= 0{,}99\,952 - 1$$

$$num\,log\,(0{,}99\,952 - 1) = 0{,}9989$$

mithin ist:

$$num\,log\,z = 0{,}9989 \text{ oder:}$$

b). . . . . $z = 0{,}9989$

Mit Hülfe der soeben berechneten Werte erhält man nunmehr:

$0{,}379142 - 0{,}9989 =$ x

oder: $x = -0{,}619758$

---

27). $$\sqrt[3]{\frac{42 + 13\sqrt[2]{777}}{\sqrt[5]{8643}} + 41{,}602} = x$$

Analog wie vorhin berechne man zuerst den Ausdruck: $13 \cdot \sqrt[2]{777}$ wie folgt:

$$13\sqrt[2]{777} \text{ sei } = y$$

$$log\,y = log\,13 + \frac{1}{2} \cdot log\,777$$

$$= 1{,}11\,394 + \frac{1}{2} \cdot 2{,}89\,042$$

$$= 1{,}11\,394 + 1{,}44\,521$$

$$= 2{,}55\,915$$

$num\,log\,2{,}55\,915 = 362{,}300$

-907 $+6$

1. Diff.: 8 $+7$

$-7{,}2$

2. Diff.: $0{,}8$ $\quad 362{,}367$

$0{,}8 \cdot 10 = 8$

$8{,}4$

mithin:

$num\,log\,y = 362{,}367$ oder: $y = 362{,}367$

Der gegebene Ausdruck geht somit über, in:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$num\,log\,(0{,}578\,8039 - 1) = 0{,}3791400$

-7996 $+3$

1. Diff.: 43 $+7$

$-34{,}5$

2. Diff.: $8{,}5$ $\quad 0{,}3791437$

$8{,}5 \cdot 10 = 85$

$80{,}5$

mithin ist:

$$num\,log\,y = 0{,}3791437 \text{ oder:}$$

a). . . . . $y = 0{,}3791437$

$$\sqrt[3]{0{,}9967} \text{ sei } = z$$

$$log\,z = \frac{1}{3} \cdot log\,0{,}9967$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (\overset{+2}{0{,}9985645} - \overset{-2}{1})$$

$$= 0{,}999\,5215 - 1$$

$num\,log\,(0{,}999\,5215 - 1) = 0{,}998890$

-5177 $+9$

Diff.: 38 $\quad 0{,}998899$

$38{,}7$

mithin ist:

$$num\,log\,z = 0{,}998899 \text{ oder:}$$

b). . . . . $z = 0{,}998899$

Mit Hülfe der soeben berechneten Werte erhält man nunmehr:

$0{,}3791437 - 0{,}998899 =$ x

oder: $x = -0{,}6197553$

---

27). $$\sqrt[3]{\frac{42 + 13\sqrt[2]{777}}{\sqrt[5]{8643}} + 41{,}602} = x$$

Analog wie vorhin berechne man zuerst den Ausdruck: $13\sqrt[2]{777}$ wie folgt:

$$13\sqrt[2]{777} \text{ sei } = y$$

$$log\,y = log\,13 + \frac{1}{2} \cdot log\,777$$

$$= 1{,}113\,9434 + \frac{1}{2} \cdot 2{,}890\,4210$$

$$= 1{,}113\,9434 + 1{,}445\,2105$$

$$= 2{,}559\,1539$$

$num\,log\,2{,}559\,1539 = 362{,}3700$

-1522 $+1$

1. Diff.: 17 $+4$

-12

2. Diff.: 5 $\quad 362{,}3714$

$5 \cdot 10 = 50$

48

mithin:

$num\,log\,y = 362{,}3714$ oder: $y = 362{,}3714$

Der gegebene Ausdruck geht somit über, in:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$$\sqrt[3]{\frac{42+362{,}367}{\sqrt[5]{8643}}}+41{,}602 = \;.\;.\; x$$

oder in:

$$\sqrt[3]{\frac{404{,}367}{\sqrt[5]{8643}}}+41{,}602 = \;.\;.\;.\; x$$

Nun berechne man den 1. Summanden, wie folgt:

$$\sqrt[3]{\frac{404{,}367}{\sqrt[5]{8643}}} \text{ sei } = z$$

$$\log z = \frac{1}{3}\left(\log 404{,}367 - \frac{1}{5}\cdot\log 8643\right)$$

Da nun: $\log 404{,}367 = 2{,}60\,670$
$+\,6{,}6$
$+\,0{,}77$

$2{,}60\,677$

$-\frac{1}{5}\cdot\log 8643 = -\frac{1}{5}\cdot 3{,}93\,666 = -0{,}78\,733$

$1{,}81\,944$
$\cdot\frac{1}{3}$

mithin: $\log z = 0{,}60\,648$ ist,

so erhält man:

$num\,\log 0{,}60\,648 = 4{,}041$
$-\,649$

oder:

$num\,\log z = 4{,}041$ oder: $z = 4{,}041$

Der gegebene Ausdruck geht somit über, in:

$4{,}041+41{,}602 = \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; x$

woraus sich: $x = 45{,}643$ ergibt.

---

28). $\sqrt{s.(s-a).(s-b).(s-c)} = \;?\; (=x)$

wenn: $a = 24{,}6$, $b = 79{,}07$, $c = 95{,}13$ gesetzt wird.

Der gegebene Ausdruck drückt den Inhalt eines Dreiecks aus, dessen drei Seiten a, b und c sind; in demselben bedeutet:

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

Zur Berechnung obigen Ausdrucks für die gegebenen Zahlenwerte bilde man zunächst s und berechne die Summen: $(s-a)$, $(s-b)$ und $(s-c)$. Man wird erhalten:

$s = 99{,}4$
$(s-a) = 74{,}8$
$(s-b) = 20{,}33$
$(s-c) = 4{,}27$

Der gegebene Ausdruck geht somit über, in:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$$\sqrt[3]{\frac{42+362{,}3714}{\sqrt[5]{8643}}}+41{,}602 = \;.\;.\; x$$

oder in:

$$\sqrt[3]{\frac{404{,}3714}{\sqrt[5]{8643}}}+41{,}602 = \;.\;.\; x$$

Nun berechne man den 1. Summanden, wie folgt:

$$\sqrt[3]{\frac{404{,}3714}{\sqrt[5]{8643}}} \text{ sei } = z$$

$$\log z = \frac{1}{3}\left(\log 404{,}3714 - \frac{1}{5}.\log 8643\right)$$

Da nun: $\log 404{,}3714 = 2{,}606\,7789$
$+\,10{,}8$
$+\,4{,}32$

$2{,}606\,7804$

$-\frac{1}{5}.\log 8643 = -\frac{1}{5}.3{,}936\,6645 = -0{,}787\,3329$

$1{,}819\,4475$
$\cdot\frac{1}{3}$

mithin: $\log z = 0{,}606\,4825$ ist,

so erhält man:

$num\,\log 0{,}606\,4825 = 4{,}04090$
$-\,4781$ $+\,4$
Diff.: 44 $4{,}04094$
$43{,}2$

oder:

$num\,\log z = 4{,}04094$ oder: $z = 4{,}04094$

Der gegebene Ausdruck geht somit über, in:

$4{,}04094+41{,}602 = \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; x$

woraus sich: $x = 45{,}64294$ ergibt.

---

28). $\sqrt{s.(s-a).(s-b).(s-c)} = \;?\; (=x)$

wenn: $a = 24{,}6$, $b = 79{,}07$, $c = 95{,}13$ gesetzt wird.

Der gegebene Ausdruck drückt den Inhalt eines Dreiecks aus, dessen drei Seiten a, b und c sind; in demselben bedeutet:

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

Zur Berechnung obigen Ausdrucks für die gegebenen Zahlenwerte bilde man zunächst s und berechne die Summen: $(s-a)$, $(s-b)$ und $(s-c)$. Man wird erhalten:

$s = 99{,}4$
$(s-a) = 74{,}8$
$(s-b) = 20{,}33$
$(s-c) = 4{,}27$

Der gegebene Ausdruck geht somit über, in:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$\sqrt{99{,}4\,.\,74{,}8\,.\,20{,}33\,.\,4{,}27} = \;.\;.\; x$

Es ist also:

$\log x = \frac{1}{2}\cdot(\log 99{,}4 + \log 74{,}8 + \log 20{,}33 + \log 4{,}27)$

Da nun: $\log 99{,}4 = 1{,}99\,739$
$+\log 74{,}8 = +1{,}87\,390$
$+\log 20{,}33 = +1{,}30\,814$
$+\log 4{,}27 = +0{,}63\,043$
$5{,}80\,986$
$\cdot\frac{1}{2}$

mithin: $\log x = 2{,}90\,493$ ist,

so erhält man:

$num\log 2{,}90\,493 = 803{,}4$

Hiernach ist: $num\log x = 803{,}4$ oder:
$x = 803{,}4$

---

29). $\sqrt{62489^2 - 53476^2} = \;.\;.\;.\;.\; x$

In dem zu berechnenden Ausdruck kommt eine Summe vor, weiche man in Faktoren zerlegen kann, mithin beachte man die Erkl. 71, Seite 135.

Nach der Formel: $a^2 - b^2 = (a+b)\,.\,(a-b)$ kann man den gegeb. Ausdruck in der Form:

$\sqrt{(62489 + 53476)\,.\,(62489 - 53476)} = x$

mithin auch in der Form:

$\sqrt{115965\,.\,9013} = \;.\;.\;.\;.\;.\; x$

schreiben. Es ist also:

$\log x = \frac{1}{2}\cdot(\log 115965 + \log 9013)$

Da nun: $\log 115965 = 5{,}06\,408$
$+22{,}8$
$+1{,}9$
$5{,}06\,432$
$+\log 9013 = +3{,}95\,487$
$9{,}01\,919$
$\cdot\frac{1}{2}$

mithin: $\log x = 4{,}50\,959$ ist,

so erhält man:

$num\log 4{,}50\,959 = 32320{,}0$
$-947 \qquad +8$
1. Diff.: $12 \qquad +6$
$-11{,}2 \qquad 32328{,}6$
2. Diff.: $0{,}8$
$0{,}8\,.\,10 = 8$
$8{,}4$

Hiernach ist: $num\log x = 32328{,}6$ oder:
$x = 32328{,}6$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$\sqrt{99{,}4\,.\,74{,}8\,.\,20{,}33\,.\,4{,}72} = \;.\;.\; x$

Es ist also:

$\log x = \frac{1}{2}\cdot(\log 99{,}4 + \log 74{,}8 + \log 20{,}33 + \log 4{,}27)$

Da nun: $\log 99{,}4 = 1{,}997\,3864$
$+\log 74{,}8 = +1{,}873\,9016$
$+\log 20{,}33 = +1{,}308\,1374$
$+\log 4{,}27 = +0{,}630\,4279$
$5{,}809\,8533$
$\cdot\frac{1}{2}$

mithin: $\log x = 2{,}904\,9267$ ist,

so erhält man:

$num\log 2{,}904\,9267 = 803{,}39$
-9264

Hiernach ist: $num\log x = 803{,}39$ oder:
$x = 803{,}39$

---

29). $\sqrt{62489^2 - 53476^2} = \;.\;.\;.\;.\; x$

In dem zu berechnenden Ausdruck kommt eine Summe vor, welche man in Faktoren zerlegen kann, mithin beachte man die Erkl. 71, Seite 135.

Nach der Formel: $a^2 - b^2 = (a+b)\,.\,(a-b)$ kann man den gegeb. Ausdruck in der Form:

$\sqrt{(62489 + 53476)\,.\,(62489 - 53476)} = x$

mithin auch in der Form:

$\sqrt{115965\,.\,9013} = \;.\;.\;.\;.\;.\; x$

schreiben. Es ist also:

$\log x = \frac{1}{2}\cdot(\log 115965 + \log 9013)$

Da nun: $\log 115965 = 5{,}064\,3082$
$+187{,}5$
$5{,}064\,3270$
$+\log 9013 = +3{,}954\,8694$
$9{,}019\,1964$
$\cdot\frac{1}{2}$

mithin: $\log x = 4{,}509\,5982$ ist,

so erhält man:

$num\log 4{,}509\,5982 = 32329{,}00$
$-5923 \qquad +4$
1. Diff.: $59 \qquad +4$
$-53{,}6 \qquad 32329{,}44$
2. Diff.: $5{,}4$
$5{,}4\,.\,10 = 54$
$53{,}6$

Hiernach ist: $num\log x = 32329{,}44$ oder:
$x = 32329{,}44$

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Andeutungen:
30). $840 . 546 . 7384 . 100278 =$	?	analog dem gelösten Beispiel 1.
31). $62{,}008 . 3{,}82 . 0{,}0009 . 7770000 =$	?	
32). $\frac{2465{,}92}{778} =$	?	„ „ „ „ 2.
33). $\frac{623{,}5}{0{,}097} =$	?	
34). $475{,}008^4 =$	?	„ „ „ „ 3.
35). $0{,}00947^8 =$	?	„ „ „ „ 4.
36). $671{,}003^{-3} =$	?	„ „ „ „ 5.
37). $0{,}00948^{-4} =$	?	„ „ „ „ 6.
38). $\left(\frac{17}{21}\right)^{14} =$	?	„ „ „ „ 7.
39). $\left(\frac{33}{49}\right)^{-5} =$	?	„ „ „ „ 8.
40). $\sqrt{3} =$	?	„ „ „ „ 9.
41). $\sqrt[3]{4447{,}609} =$	?	„ „ „ „ 10.
42). $\sqrt[4]{60606060000} =$	?	„ „ „ „ 11.
43). $\sqrt[3]{0{,}00278} =$	?	„ „ „ „ 12.
44). $\sqrt[4]{0{,}087238} =$	?	„ „ „ „ 13.
45). $\sqrt[6]{206\frac{147}{211}} =$	?	„ „ „ „ 14.
46). $0{,}028609^{-\frac{2}{3}} =$	?	„ „ „ „ 15.
47). $0{,}028 . \sqrt[3]{\left(\frac{9288}{6524}\right)^4} =$	?	„ „ „ „ 16.
48). $\frac{\sqrt[5]{23{,}86^3 . 0{,}045^4}}{0{,}00938} =$	?	
49). $\sqrt[9]{\frac{4{,}7 . \sqrt{0{,}003}}{0{,}6^3 . \sqrt[4]{0{,}06}}} =$	?	
50). $21^3 . 0{,}6^5 : \sqrt[8]{\frac{36^3 . \sqrt[7]{5}}{7 . \sqrt{10}}} =$	?	
51). $\sqrt[7]{0{,}687 \sqrt[6]{687^5 \sqrt[5]{0{,}007^3}}} =$	?	
52). $68409^{2{,}6478} =$	?	„ „ „ „ 19.
53). $\left(\frac{24{,}008}{0{,}0099}\right)^{3{,}9928} =$	?	

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Andeutungen:
54). $(-67{,}89)^3 =$	?	analog dem gelösten Beispiel 20.
55). $(-77{,}77)^4 =$	?	
56). $\left(-\frac{234}{6870}\right)^{-5} =$	?	
57). $\sqrt[3]{-642} =$	?	„ „ „ „ 21.
58). $\sqrt[5]{(-0{,}0037)^6} =$	?	„ „ „ „ 22.
59). $\sqrt[7]{(-64798)^{-4}} =$	?	
60). $\sqrt[3]{(-24{,}006)^{-5}} =$	?	
61). $\sqrt[4]{-64827} =$	?	„ „ „ „ 23.
62). $(-46)^3 \cdot \sqrt[5]{(-470)^3} =$	?	„ „ „ „ 24.
63). $\frac{\sqrt[5]{(-245)^4} \cdot (-274)^3}{\sqrt[3]{-4968 \cdot \sqrt[3]{4968}}} =$	?	
64). $\sqrt[4]{24^0 + 22^{0,3}} =$	?	„ „ „ „ 25.
65). $\sqrt[7]{8866000 + \sqrt[3]{800000}} =$	?	
66). $\sqrt[3]{7 + \sqrt[3]{7 + \sqrt[3]{7}}} =$	?	
67). $\left(\sqrt[3]{0{,}264 + \frac{0{,}038}{\sqrt{0{,}007}}}\right)^4 =$	?	
68). $\frac{623{,}4}{0{,}003^4} + \sqrt[3]{10 - \sqrt[3]{10} - \frac{\sqrt[5]{26}}{0{,}03^4}} =$	?	
69). $1 + \sqrt[4]{1 + \sqrt[3]{623} + \left(\sqrt[6]{23^5} + 1\right)^4} =$	?	
70). $\sqrt{\frac{1}{0{,}0471} + \frac{1}{0{,}0399}} =$	?	
71). $\sqrt[8]{1 - \frac{4{,}83 \cdot 6{,}009}{0{,}998^2}} =$	?	
72). $\sqrt{28476^2 - 10008^2} =$	?	„ „ „ „ 29.

IX. Ueber die Additions- und Subtraktions-Logarithmen.

(Gauss'sche Logarithmen).

Hat man einen Zahlenausdruck in welchem Summen von der binomischen Form: $a \pm b$ vorkommen, wobei man sich unter a und b irgend welche weitere Zahlenausdrücke denken muss, auf logarithmischem Wege zu berechnen, ... z. B.: $\sqrt[3]{9946^5 + 5268^3}$ (siehe das Beispiel 25, Seite 146) so muss man, wie in den Beispielen 25—29, Seite 146—150, gezeigt wurde, die Logarithmen der durch a und b dargestellten Zahlenausdrücke bestimmen, die Numeri zu diesen Logarithmen aufsuchen, dann jene Summen bilden und schliesslich den gegebenen Ausdruck auf bekannte logarithmische Weise weiter berechnen.

Man versuchte derartige Berechnungen zu vereinfachen und kam auch mittelst nachstehender Betrachtung wenigstens darauf, den Logarithmus der Summe oder Differenz zweier Zahlen (oder Ausdrücke) aus den Logarithmen dieser Zahlen zu bestimmen und zwar ohne dass man, wie es in den Beispielen 25—29 der Aufgabe 24 geschehen musste, erst diese Zahlen selbst bestimmt.

Sind nämlich die Logarithmen der bestimmbaren aber hier als **unbekannt** zu denkenden Zahlen x und y, von welchen x stets die **grössere** Zahl bedeute, durch: $\log x$ und $\log y$ gegeben, und man will aus diesen gegebenen Logarithmen, **ohne** die Werte für x und y aus der Tafel zu entnehmen, den $\log(x+y)$ oder den $\log(x-y)$ finden, wodurch zugleich auch ein grösserer Grad der Genauigkeit erzielt wird, so beachte man, dass:

$$x + y = y\left(\frac{x}{y} + 1\right) \text{ und}$$

$$x - y = y\left(\frac{x}{y} - 1\right) \text{ gesetzt wer-}$$

den kann, mithin auch:

1). . $\log(x+y) = \log y + \log\left(\frac{x}{y} + 1\right)$

und

2). . $\log(x-y) = \log y + \log\left(\frac{x}{y} - 1\right)$ oder:

1a). $log(x+y) = log\,y + log\,[num\,log\,(log\,x - log\,y) + 1]$ und

2a). $log\,(x-y) = log\,y + log\,[num\,log\,(log\,x - log\,y) - 1]$ ist,

weil: $log\,\frac{x}{y} = log\,x - log\,y$

mithin: $num\,log\,\frac{x}{y} = num\,log\,(log\,x - log\,y)$

oder: $\frac{x}{y} = num\,log\,(log\,x - log\,y)$

gesetzt werden kann.

Aus den Gleichungen 1a). und 2a). folgt, dass wenn man den Ausdruck:

a). . . $log\,[num\,log\,(log\,x - log\,y) \pm 1]$

bezw. den in den Gleichungen 1). und 2). enthaltenen mit diesem identischen Ausdruck:

b). . . $log\left(\frac{x}{y} \pm 1\right)$ für alle aufeinanderfolgenden Werte, welche die Differenz: $(log\,x - log\,y)$ annehmen kann, berechnen und diese berechneten Werte in eine Tafel zusammenstellen würde, man alsdann für den gegebenen Fall nur die Differenz: $(log\,x - log\,y)$ zu bilden, in der fraglichen Tafel aufzusuchen, den darin für

$$log\,[num\,log\,(log\,x - log\,y) \pm 1]$$

bezw. für

$log\left(\frac{x}{y} \pm 1\right)$ enthaltenen Wert zu dem **kleineren** der beiden gegebenen Logarithmen (nämlich zu $log\,y$) zu addieren hätte, um den fraglichen Logarithmus von $(x+y)$, bezw. von $(x-y)$ zu erhalten.

Man siehe nebenstehendes Beispiel.

Der Entwurf einer solchen Tafel, mit deren Hülfe man also den Logarithmus der Summe oder Differenz zweier Zahlen aus den gegebenen Logarithmen dieser Zahlen berechnen kann, wurde zuerst von *Léonelli* gemacht, die Anfertigung und Berechnung einer solchen Tafel zuerst von *Karl Friedrich Gauss* (geb. 30. April 1777 zu Braunschweig) ausgeführt.

Die Logarithmen, welche in einer derartigen Tafel enthalten sind, heissen: **Additions- und Subtraktions - Logarithmen,**

Beispiel 1.

Es sei: $x = 185$
$y = 68$

$log\,x = 2{,}26\,717$
$log\,y = 1{,}83\,251$
$log\,x - log\,y = 0{,}43\,466$

mithin:

$num\,log\,(log\,x - log\,y) = num\,log\,0{,}43466$
$= 2{,}72\,056$

und

$n.log\,(log\,x - log\,y) + 1 = 2{,}72\,056 + 1$
$= 3{,}72\,056$

folglich ist:

$log\,[n.log\,(log\,x - log\,y) + 1] = log\,3{,}72054$
$= 0{,}57\,054$
$+ 6{,}0$
$+ 0{,}72$
$0{,}57\,061$

Nunmehr erhält man nach nebenstehender Gleichung 1a:

$log\,(x+y) = log\,y + 0{,}57\,061$
$= 1{,}83\,251 + 0{,}57\,061$
$= 2{,}40\,312$

von dessen Richtigkeit man sich durch Aufschlagen des Logarithmus von $185 + 68 = 253$ $(= x + y)$ in der Kleyer'schen Tafel überzeugen kann.

weil man mit ihnen den Logarithmus der Summe oder Differenz zweier Zahlen finden kann; sie werden jedoch am häufigsten die **Gauss'schen Logarithmen** genannt, weil sie, wie erwähnt, zuerst von *Gauss* berechnet und zusammengestellt wurden.

In der Kleyer'schen Log.-Tafel, Tafel II, sind die Additions- und Subtraktions-Logarithmen bis auf 5 Dezimalstellen genau enthalten; die **Einrichtung** dieser Tafel II ist folgende:

In den ersten, nämlich in den mit „A" überschriebenen Vertikalkolonnen sind die 2 ersten Ziffern der aus den gegebenen Logarithmen zu bildenden Differenzen: $(\log x - \log y)$ enthalten, die dritten Ziffern dieser Differenzen stehen am Kopfe und Fusse der übrigen Vertikalkolonnen wie in der Tafel I.

In den übrigen Vertikalkolonnen, von welchen die erste mit „B" überschrieben ist, stehen die zu jenen Differenzen gehörigen Werte für:

$$\log [num \log (\log x - \log y) + 1]$$

welche, analog wie die Logarithmen zu gegebenen Zahlen in Tafel I, aufgesucht werden; auch die Benutzung der in der Tafel II stehenden **Proportionaltäfelchen** ist analog wie die Benutzung der in Tafel I enthaltenen Proportionaltäfelchen.

Da hiernach die in der Tafel II durch A und B dargestellten Werte ausgedrückt werden, durch:

c). $A = (\log x - \log y) = \log \frac{x}{y}$

d). $B = \log [num \log (\log x - \log y) + 1] = \log \left(\frac{x}{y} + 1\right)$

so hat man **bei dem Gebrauche** dieser Tafel II darauf zu achten, dass:

Formel I: $\log (x + y) = \log y + B$ ist,

(siehe die Gleichungen 1)., 1a). und d).)

wobei man aber dasjenige „B" zu nehmen hat, welches zu dem „A" gehört, dass:

Formel Iª: $A = (\log x - \log y) = \log \frac{x}{y}$ ist.

Ferner hat man darauf zu achten, dass:

Formel II: $\log(x-y) = \log y + A$ ist, . . .

wobei man aber dasjenige „A" zu nehmen hat, welches zu dem „B" gehört, dass:

Formel IIa: $B = \log x - \log y = \log\frac{x}{y}$ ist.

Das Uebrige ist aus den in nachstehender Aufgabe 25 angeführten gelösten Uebungsbeispielen, aus der Tafel II und den Erklärungen 73 und 74 ersichtlich.

. denn: nach vorstehenden Gleichungen c). und d)., ist:

$$\log x - \log y = A \text{ und}$$
$$\log[\text{numlog}(\log x - \log y) + 1] = B$$

aus diesen beiden Gleichungen folgt:

$$\log[\text{numlog}\, A + 1] = B \text{ oder:}$$
$$\log[A + 1] = B$$
$$\text{num}\log(A + 1) = \text{num}\log B$$
$$A + 1 = \text{num}\log B$$
$$A = \text{num}\log B - 1$$

setzt man hierin:

$$B = \log x - \log y = \log\frac{x}{y}$$

so erhält man:

$$A = \text{numlog}(\log x - \log y) - 1$$

oder:

$$\log A = \log[\text{numlog}(\log x - \log y) - 1]$$

Betrachtet man nun die Gleichungen 2a). und 2)., Seite 153 und 154, nämlich:

$$\log(x-y) = \log y + \log[n.\log(\log x - \log y) - 1]$$
$$\log(x-y) = \log y + \log\left(\frac{x}{y} - 1\right)$$

so ergibt sich hieraus, dass man: $\log(x-y)$ findet, wenn man:

$\log x - \log y = B$ setzt und das zu diesem B gehörige A aus der Tafel entnimmt und zu $\log y$ addiert.

Erkl. 78. Bei Benutzung der Tafel II sei noch bemerkt, dass die Grösse A auf den 7 ersten Seiten, und zwar nur auf diesen Seiten, um 10 Einheiten zu gross angegeben sind; man muss deshalb beim Aufsuchen dieser Grösse A derselben 10 Einheiten in Gedanken wegnehmen.

Aufgabe 25. Man soll mit Hülfe der Additions- und Subtraktionslogarithmen, bezw. mit Hülfe der in der Kleyer'schen Log.-Tafel enthaltenen Tafel II die in nachstehenden Uebungsbeispielen gesuchten Werte bestimmen.

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Andeutungen:**

1). Gegeb.: $\log x = 3{,}27654$
$\log y = 3{,}13854$

Gesucht: $\log(x+y) = \ldots\ldots ?$

Nach Formel I ist:

$\log(x+y) = \log y + B$ . . . .
$= 3{,}13854 + 0{,}37549 = 3{,}51403$

Nach Formel Ia, ist:
$A = \log x - \log y = 3{,}27654 - 3{,}13854$
mithin: $A = 0{,}13800$
für dieses A findet man auf der Seite 31 der Tafel II das zugehörige B, mit:
$B = 0{,}37549$

2). Gegeb.: $\log x = 4{,}10373$
$\log y = 3{,}47873$

Gesucht: $\log(x+y) = \ldots\ldots ?$

Nach Formel I, ist:

$\log(x+y) = \log y + B$ . . . .
$= 3{,}47873 + 0{,}71742 = 4{,}19615$

Nach Formel Ia, ist:
$A = \log x - \log y = 4{,}10373 - 3{,}47873$
mithin: $A = 0{,}62500$
für dieses A findet man auf der Seite 32 der Tafel II das zugehörige B, mit:
$B = 0{,}71742$

3). Gegeb.: $\log x = 0{,}31769 - 1$
$\log y = 0{,}17325 - 1$

Gesucht: $\log(x+y) = \ldots\ldots ?$

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Andeutungen:

Nach Formel I, ist:

$log(x+y) = log\, y + B$ . . . .
$= (0{,}17325-1) + 0{,}37923 = 0{,}55248-1$

Nach der Formel Ia, ist:
$A = log\, x - log\, y = 0{,}31\,769 - 1$
$+0{,}17\,325 - 1$
$-\qquad +$
mithin: $A = 0{,}14\,444$
für dieses A findet man auf Seite 31 der Tafel II das zugehörige B, mit:
$B = 0{,}37\,897$
$+ 28{,}2$
$+ 2{,}32$ *)
$B = 0{,}37\,923$

*) Um die Grösse B zu finden, welche zu $A = 0{,}14\,444$ gehört, musste man (analog wie bei dem Gebrauch der Tafel I) das Täfelchen benutzen, welches mit 58 überschrieben ist.

4). Gegeb.: $log\, x = 3{,}87\,835$
$log\, y = 2{,}64\,835$
Gesucht: $log(x+y) =$ . . . . . ?

5). Gegeb.: $log\, x = 4{,}86\,450$
$log\, y = 3{,}97\,350$
Gesucht: $log(x+y) =$ . . . . . ?

6). Gegeb.: $log\, x = 6{,}23\,704$
$log\, y = 4{,}23\,704$
Gesucht: $log(x+y) =$ . . . . . ?

7). Gegeb.: $log\, x = 5{,}26\,403$
$log\, y = 3{,}62\,343$
Gesucht: $log(x+y) =$ . . . . . ?

8). Gegeb.: $log\, x = 0{,}26\,035 - 1$
$log\, y = 0{,}02\,575 - 1$
Gesucht: $log(x+y) =$ . . . . . ? . . analog dem gelösten Beispiel 3.

9). Gegeb.: $log\, x = 0{,}62\,345 - 1$
$log\, y = 0{,}92\,748 - 2$
Gesucht: $log(x+y) =$ . . . . . ?

---

10). Gegeb.: $log\, x = 3{,}06\,475$
$log\, y = 2{,}78\,564$
Gesucht: $log(x-y) =$ . . . . . ?

Nach Formel II, ist:

$log(x-y) = log\, y + A$ . . . .
$= 2{,}78\,564 + (9{,}955 - 10)$
$= 2{,}78\,564 - 0{,}045 = 2{,}74\,064$

Nach der Formel IIa, ist:
$B = log\, x - log\, y = 3{,}06\,475$
$-2{,}78\,564$
mithin: $B = 0{,}27\,911$
für dieses B findet man auf der Seite 30 der Tafel II das zugehörige A, mit:
$A = 9{,}955 - 10$ (siehe Erkl. 73).

11). Gegeb.: $log\, x = 3{,}84\,376$
$log\, y = 2{,}96\,483$
Gesucht: $log(x-y) =$ . . . . . ?

Nach Formel II, ist:

$log(x-y) = log\, y + A$ . . . .
$= 2{,}96483 + 0{,}81737 = 3{,}78220$

Nach der Formel IIa, ist:
$B = log\, x - log\, y = 3{,}84\,376$
$-2{,}96\,483$
mithin: $B = 0{,}87\,893$
für dieses B findet man auf Seite 32 der Tafel II, für
$B = 0{,}87\,893$ ein $A = 0{,}81\,700$ *)
-861 $\qquad +3$
1. Diff.: 32 $\qquad +7$ **)
$-25{,}8$
2. Diff.: $6{,}2$ $\qquad A = 0{,}81\,737$
$6{,}2 \cdot 10 = 62$ (siehe Erkl. 75)
$60{,}2$

*) für $B = 0{,}87\,861$.
**) mit Benutzung des Täfelchens, welches mit 86 überschrieben ist, analog wie bei dem Aufschlagen des Numerus bei dem Gebrauch der Tafel I.

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Andeutungen:**

12). Gegeb.: $\log x = 0{,}21\,251$
$\log y = 0{,}08\,765$

Gesucht: $\log(x-y) = \; . \; . \; . \; . \; . \; ?$

Nach Formel II, ist:

$$\log(x-y) = \log y + A \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; .$$
$$= 0{,}08765 + (9{,}52256 - 10)$$
$$= 0{,}08765 + 9{,}52256 - 10$$
$$= 9{,}61021 - 10 = 0{,}61021 - 1$$

Nach der Formel IIa, ist:

$$B = \log x - \log y = \begin{array}{r} 0{,}21\,251 \\ -0{,}08\,765 \\ \hline \end{array}$$
mithin: $B = 0{,}12\,486$

für dieses B findet man auf der Seite 30 der Tafel II, für

$B = 0{,}12\,486$ ein $A = 9{,}52200 - 10$*)
$- 472$ | $+5$ **)
1. Diff.: 14 | $+6$
$-12{,}5$
2. Diff.: $1{,}5$ | $A = 9{,}52256 - 10$ (siehe Erkl. 72)
$1{,}5 \cdot 10 = 15$
15

*) für $B = 0{,}12472$ und mit Rücksicht der Erkl. 78.

**) mit Benutzung des Täfelchens, welches mit 25 überschrieben ist, analog wie bei dem Aufschlagen des Numerus in der Tafel I.

13). Gegeb.: $\log x = 2{,}80\,358$
$\log y = 2{,}80\,300$

Gesucht: $\log(x-y) = \; . \; . \; . \; . \; . \; ?$

Nach der Formel II, ist:

$$\log(x-y) = \log y + A \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; .$$
$$= 2{,}80300 + (7{,}12500 - 10)$$
$$= 9{,}92800 - 10 = 0{,}92800 - 1$$

Nach der Formel IIa, ist:

$$B = \log x - \log y = \begin{array}{r} 2{,}80\,358 \\ -2{,}80\,300 \\ \hline \end{array}$$
mithin: $B = 0{,}00\,058$

für dieses B findet man auf Seite 26 der Tafel I:

für $B = 0{,}00\,058$ ein $A = 7{,}12\,000 - 10$
-057 | $+5$
Diff.: 1
$1{,}0$ | $A = 7{,}12\,500 - 10$ (siehe Erkl. 74)

Erkl. 74. Aus vorstehendem Beispiel 13). ersieht man, dass in den Fällen, in welchen der Unterschied der beiden gegebenen Logarithmen **sehr klein** ist, die Tafel II den Wert für A nicht mit besonderer Genauigkeit ergibt, indem man den Wert für A nur auf 3 Dezimalstellen genau erhält, während man doch 5 Dezimalstellen haben muss.

Für die Fälle, in welchen

$$B < 0{,}30900$$

ist, ist deshalb auf der letzten Seite der Tafel II eine Hülfstafel angebracht. In derselben ist die Grösse „P“ so berechnet, dass

$$P = \log\left(\frac{x-y}{y \cdot \log\frac{x}{y}}\right) = \log(x-y) - \log y - \log\left(\log\frac{x}{y}\right)$$

ist. Aus dieser Gleichung erhält man:

Formel III: $\log(x-y) = P + \log y + \log(\underbrace{\log x - \log y}_{B})$

d. h. man findet den Logarithmus der Differenz zweier Zahlen x und y, deren Logarithmen gegeben sind, vorausgesetzt, dass die Differenz dieser Logarithmen $< 0{,}30900$ ist, indem man aus der der Tafel II beigefügten Hülfstafel zu dem in dieser Tafel enthaltenen B, welches $= (\log x - \log y)$ ist, das zugehörige P entnimmt; dann in der Tafel I den $\log B$ sucht und die gefundenen Werte für P und $\log B$ zu den kleineren der gegebenen Logarithmen, nämlich zu $\log y$ addiert.

Die Berechnung des Beispiels 13). gestaltet sich hiernach, wie folgt:

$$B = \log x - \log y = \begin{array}{r} 2{,}80\,358 \\ -2{,}80\,300 \\ \hline \end{array}$$
mithin: $B = 0{,}00\,058$

Aus der erwähnten Hülfstafel findet man:

für $B = 0{,}00058$ ein $P = 0{,}36222$ ($B = 0{,}00000$)
$+25{,}0$
$+4{,}0$
$P = 0{,}36251$

Uebungsbeispiele:	**Resultate:**	**Andeutungen:**

Ferner erhält man aus Tafel I:

$$\log B = 0{,}76\,343 - 4$$

mithin ist nach der in Erkl. 74 aufgestellten Formel III:

$$\log(x-y) = 0{,}36251 + 2{,}80300 + (0{,}76343 - 4) = 3{,}92894 - 4$$

$$\log(x-y) = 0{,}92894 - 1$$

Man vergl. hiermit das Resultat des Beisp. 13).

14). Gegeb.: $\log x = 1{,}89\,505$
$\log y = 1{,}87\,354$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ?

Da die Differenz der gegebenen Logarithmen sehr klein ist, so hat man nach der in der Erkl. 74 stehenden Formel III zu verfahren. Man erhält:

$$\log(x-y) = \log y + P + \log B$$
$$= 1{,}87354 + 0{,}37302 + 0{,}33264 - 2$$
$$= 2{,}57920 - 2 = 0{,}57\,920$$

Nach der Formel IIa, ist:

$$B = \log x - \log y = 1{,}89\,505 - 1{,}87\,354$$

mithin: $B = 0{,}02\,151$

Aus der erwähnten Hülfstafel findet man: für $B = 0{,}02151$ ein $P = 0{,}37\,276$ *)
$+ 25{,}0$
$+ 0{,}5$

$P = 0{,}37\,302$

*) $B = 0{,}02100$

Ferner findet man aus Tafel I:

$$\log B = \log 0{,}02\,151 = 0{,}33\,264 - 2$$

15). Gegeb.: $\log x = 3{,}68\,473$
$\log y = 1{,}63\,088$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ? . . analog dem gelösten Beispiel 10.

16). Gegeb.: $\log x = 2{,}68\,727$
$\log y = 2{,}31\,983$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ?

17). Gegeb.: $\log x = 1{,}68\,234$
$\log y = 1{,}28\,173$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ?

18). Gegeb.: $\log x = 4{,}23\,564$
$\log y = 2{,}76\,703$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ? . . analog dem gelösten Beispiel 12.

19). Gegeb.: $\log x = 5{,}66\,637$
$\log y = 2{,}88\,806$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ?

20). Gegeb.: $\log x = 0{,}23\,478$
$\log y = 0{,}68\,745 - 1$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ?

21). Gegeb.: $\log x = 2{,}62\,375$
$\log y = 2{,}50\,642$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ? . . analog dem gelösten Beispiel 14.

22). Gegeb.: $\log x = 0{,}22\,037$
$\log y = 0{,}13\,748$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ?

23). Gegeb.: $\log x = 5{,}88\,246$
$\log y = 5{,}88\,230$

Gesucht: $\log(x-y) =$ . . . . . ?

Aufgabe 26. Man soll die in nachstehenden Uebungsbeispielen gegebenen Zahlenausdrücke mit Benutzung der Additions- und Subtraktions-Logarithmen berechnen.

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Andeutungen:**

1). $\sqrt[2]{6248^2+5347^2} = \ldots\ldots\ldots z$

$$log\, z = \frac{1}{2}\, log\,(\underbrace{6248^2}_{x} + \underbrace{5347^2}_{y}) = \frac{1}{2} \cdot log\,(x+y)$$

Nach der Erkl. 70 müssten zunächst die Summanden: $6248^2 = x$ und $5347^2 = y$ berechnet werden; man erhält für deren Logarithmen:

$$log\, x = 2 \,.\, log\, 6248 = 2 \,.\, 3{,}79574 = 7{,}59\,148$$
$$log\, y = 2 \,.\, log\, 5347 = 2 \,.\, 3{,}72811 = 7{,}45\,622$$

Nun berechne man: $log\,(x-y)$

Nach der Formel I, S. 155, ist:

$$log\,(x-y) = log\, y + B \;\ldots$$
$$= 7{,}45\,622 + 0{,}37\,390$$
$$= 7{,}83\,012$$

Nach Formel Ia, Seite 155, ist:

$$A = log\, x - log\, y = \begin{array}{r} 7{,}59\,148 \\ -7{,}45\,622 \end{array}$$

mithin: $A = 0{,}13\,526$

für dieses A findet man aus der Tafel II das zugehörige B mit:

$$\begin{array}{rl} B = & 0{,}37\,375 \\ & +\ 11{,}6 \\ & +\ \ 3{,}48 \\ \hline B = & 0{,}37\,390 \end{array} \quad \text{Diff.-Täfelchen 58}$$

Setzt man diesen Wert in den logarithmierten Ausdruck ein, so erhält man:

$$log\, z = \frac{1}{2} \cdot 7{,}83\,012 = 3{,}91\,506 \text{ und}$$

$$num\, log\, 3{,}91\,506 = 8223{,}0$$
$$\begin{array}{rr} -\,503 & +\,6 \\ \text{Diff.: } 3 & \\ 3 & 8223{,}6 \end{array}$$

Hiernach ist: $num\, log\, z = 8223{,}6$ oder:

$$z = 8223{,}6$$

2). $\left(\sqrt[3]{1{,}996} - \frac{\sqrt{0{,}092}}{0{,}8}\right)^2 = \ldots\ldots z$

$$log\, z = 2 \,.\, log\left[\sqrt[3]{1{,}996} - \frac{\sqrt{0{,}092}}{0{,}8}\right] = 2 \,.\, log\,(x-y)$$

Da: $\sqrt[3]{1{,}996} = x$ gesetzt wurde, so erhält man:

$$log\, x = \frac{1}{3} \cdot log\, 1{,}996 = \frac{1}{3} \cdot 0{,}30\,106 \text{ oder:}$$

a). $log\, x = 0{,}10\,035$

Da ferner: $\frac{\sqrt{0{,}092}}{0{,}8} = y$ gesetzt wurde, so erhält man:

$$log\, y = \frac{1}{2} \cdot log\, 0{,}092 - log\, 0{,}8$$
$$= \frac{1}{2} \cdot (0{,}96\,379 - 2) - (0{,}90\,309 - 1)$$
$$= 0{,}48\,189 - 1 - 0{,}90\,309 + 1$$
$$= -0{,}42\,120 = 1 - 0{,}42\,120 - 1 \text{ oder:}$$

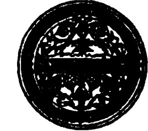
b). $log\, y = 0{,}57\,880 - 1$

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik;** oder **die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)
„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)
„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)
„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)
„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)
„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)
„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)
„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.
„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)
„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)
„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)
„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)
„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)
„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72). Mit Anhang u. Schluss der Logarithmen.
„ 74. **Die Wurzeln.**
Inhalt: Alle Lehrsätze, Formeln und Regeln, alle möglichen gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, welche sich auf die Wurzeln beziehen.
„ 75. **Die Wurzeln.** (Forts. v. Heft 74.)
„ 76. dto. („ „ „ 75.)
„ 77. dto. („ „ „ 76.)
„ 78. dto. („ „ „ 77.)
„ 79. dto. („ „ „ 78.)
„ 80. dto. („ „ „ 79.)
u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

75. Heft. | Preis des Heftes 25 Pf. | Die Logarithmen. Forts. von Heft 73. Seite 161—176.



Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst**, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken-** u. **Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar-** u. **Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 73. — Seite 161—176.

Inhalt:

Fortsetzung über die Additions- und Subtraktionslogarithmen, Beispiele. — Ueber die Logarithmen der ·ometrischen Funktionen; über die trigonometrischen Tafeln, deren Einrichtung und Gebrauch, mit ge- en und ungelösten Beispielen; über die logarithmisch-trigonometrischen Tafeln, über deren Einrichtung und Gebrauch mit Aufstellung der Regeln 1 bis 8. — 44 Beispiele.

Stuttgart 1883.

Verlag von Julius Maier.

— Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte. —

Di ...nzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.

☞ **Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen.**

...zufolge ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite ...es Umschlags die nunmehrige Reihenfolge, wonach zunächst die Kapitel: Potenzen

Uebungsbeispiele: **Resultate:** **Andeutungen:**

Man hat nun:

$$log\, x = 0{,}10\,035$$
$$log\, y = 0{,}57\,880 - 1$$

Nach der Formel II, Seite 156, ist:

$$log\,(x - y) = log\, y + A \;\ldots\ldots$$
$$= 0{,}57\,880 - 1 + 0{,}36\,607$$

mithin: $log\,(x - y) = 0{,}94\,487 - 1$
$$= 0{,}05\,513$$

Diesen Wert in den logarithmierten Ausdruck eingesetzt, erhält man:

$$log\, z = 2 \,.\, 0{,}05\,513$$
$$= 0{,}11\,026$$

mithin: $num\,log\; 0{,}11\,026 = 1{,}289$
— [illegible]

Hiernach ist: $num\,log\; z = 1{,}289$ oder:
$$z = 1{,}289$$

Nach der Formel IIa, Seite 156, ist:

$$B = log\, x - log\, y = \begin{array}{r} 0{,}10\,035 \\ 0{,}57\,880 - 1 \\ - \quad\quad + \end{array}$$

mithin: $B = -0{,}47\,845 + 1$
oder: $B = 0{,}52\,155$

Aus der Tafel II erhält man:

für $B = 0{,}52\,155$ ein $A = 0{,}36\,600$

$- 150$	$+ 0$
Diff.: 5	$+ 7$
$5 \,.\, 10 = 50$	$A = 0{,}36\,607$
49	

---

3). $\sqrt[4]{24^6 + 22^{0,3}} = \ldots\ldots\ldots ?$

$\sqrt{0{,}78\,241^2 + 0{,}63\,575^2} = \ldots\ldots ?$

5). $\sqrt[7]{8866000 + \sqrt[3]{800000}} = \ldots\ldots ?$

6). $\sqrt[3]{7 + \sqrt[4]{7}} = \ldots\ldots\ldots ?$

7). $1{,}28\,643^{\frac{3}{2}} - 0{,}08\,759^{\frac{3}{4}} = \ldots\ldots ?$

8). $\sqrt[3]{264^2 + \left(\frac{0{,}038}{\sqrt{0{,}007}}\right)^4} = \ldots\ldots ?$

9). $\sqrt{263^2 - \sqrt[4]{24}} = \ldots\ldots\ldots ?$

10). $\left(452^3 - \frac{642}{83^2}\right)^2 = \ldots\ldots\ldots$

11). $\sqrt[5]{\frac{43 + 5\sqrt[3]{278}}{\sqrt{17}}} = \ldots\ldots ?$

X. Ueber die Logarithmen der goniometrischen Funktionen.

1). Ueber die Logarithmen der goniometrischen Funktionen spitzer Winkel, bezw. über die trigonometrischen und die logarithmisch-trigonometrischen Tafeln.

a). Ueber die trigonometrischen Tafeln.

In dem Kapitel: **Die Goniometrie** wird gezeigt, wie man eine sogenannte **trigonometrische Tafel**, d. i. eine Tafel, in welcher die natürlichen Werte der trigonometrischen (goniometrischen) Funktionen aller **spitzen** Winkel enthalten sind, berechnet. . . . .

Eine solche Tafel ist die der Kleyer'schen Log.-Tafel beigefügte Tafel VI, welche nur deshalb hier besonders erörtert wird, um die Einrichtung und den Gebrauch der unter b). vorgeführten **logarithmisch-trigonometrischen Tafel**, Tafel III, besser verstehen zu können.

Die **Einrichtung** einer **trigonometrischen Tafel**, siehe Tafel VI, ist folgende:

In der ersten Hauptkolonne einer jeden Seite stehen die Winkel von 0^0 aufsteigend bis 45^0 und zwar von 10 zu 10 Minuten. Die folgenden 4 Hauptkolonnen dieser Tafel sind der Reihe nach mit: *Sinus*, *Tangens*, *Kotangens* und *Kosinus*, nämlich mit den Namen der vier wichtigsten goniometrischen Funktionen überschrieben und enthalten die bis auf 5 Dezimalstellen berechneten Werte dieser Funktionen für die danebenstehenden Winkel; über die Bedeutung der diesen 4 Hauptkolonnen beigefügten Nebenkolonnen, in welchen je die Differenzen einer und derselben Funktion zweier aufeinanderfolgenden Winkel, die um 10 Minuten verschieden sind, angegeben sind, siehe man weiter unten. Die in der Tafel VI enthaltenen weiteren Bezeichnungen gründen sich auf den goniometrischen Satz:

„Jede Funktion eines Winkels ist gleich der entsprechenden Kofunktion seines Komplementwinkels“

— siehe den Abschnitt VII, Seite 19, in dem Kapitel: Die Goniometrie —

. Man vergleiche hiermit in dem Kapitel „Die Goniometrie“ den Abschnitt, welcher über die **Berechnung der goniometrischen Funktionen** handelt. — Ueber die goniometr. Funktionen **stumpfer und überstumpfer Winkel**, bezw. über die **Logarithmen solcher Funktionen**, siehe man den späteren Abschnitt 2.

Beispiele.

1). $\sin 3^0\,0' = ?$
Auf der Seite 128 der Tafel VI findet man:
$\sin 3^0\,0' = 0{,}052336$

2). $\sin 4^0\,30' = ?$
Wie vorhin findet man:
$\sin 5^0\,30' = 0{,}078459$

3). $\sin 14^0\,10' = ?$
Auf der Seite 129 findet man:
$\sin 14^0\,10' = 0{,}24474$

4). $\cos 9^0\,30' = ?$
Auf der Seite 129 findet man:
$\cos 9^0\,30' = 0{,}98629$

5). $tg\ 28^0\,40' = ?$
Auf der Seite 131 findet man:
$tg\ 28^0\,40' = 0{,}54673$

6). $ctg\ 42^0\,50' = ?$
Auf der Seite 132 findet man:
$ctg\ 42^0\,50' = 1{,}0786$

7). $\sin 46^0 = ?$
Auf der Seite 132 findet man in der letzten Kolonne den Winkel 46^0 in der dieser vorhergehenden Kolonne und unter Berücksichtigung, dass für die Winkel, die in der letzten Kolonne stehen, den übrigen Kolonnen die am Fusse derselben stehenden Bezeichnungen beigelegt werden müssen, erhält man:
$\sin 46^0 = 0{,}71934$

nach welchem z. B.:

$$sin\,32^\circ 40' = cos\,57^\circ 20' \text{ ist,}$$

indem diesem Satz entsprechend die der Reihe nach mit: Sinus, Tangens, Kotangens und Kosinus überschriebenen Kolonnen in anderer, nämlich in der Reihenfolge: Kosinus, Kotangens, Tangens und Sinus unterschrieben und in der letzten Hauptkolonne die Winkel verzeichnet sind, welche die in der ersten Kolonne stehenden Winkel zu 90° ergänzen, also **Komplementwinkel** derselben sind.

Der **Gebrauch** der trigonometrischen Tafel VI ist ein sehr einfacher und ergibt sich aus der Einrichtung derselben, man hat nur zu beachten, dass man die Werte der goniometrischen Funktionen für die Winkel von 0° bis 45°, welche in der vordersten Kolonne von 10 zu 10 Minuten verzeichnet sind, in den 4 folgenden Hauptkolonnen findet, wenn man denselben die am Kopfe derselben stehenden Bezeichnungen beilegt, dass man hingegen die Werte der goniometr. Funktionen für die Winkel von 45° bis 90°, welche in der hintersten Kolonne von 10 zu 10 Minuten verzeichnet sind, in den 4 mittleren Hauptkolonnen findet, wenn man denselben die am Fusse derselben stehenden Bezeichnungen beilegt. — Siehe nebenstehende Beispiele 1—10.

Will man mittelst der Tafel VI den Wert einer goniometr. Funktion bis auf Minuten und Sekunden genau finden, so kann man dies mittelst Proportionen, analog wie bei Benutzung der Tafel I gezeigt wurde, indem man, ohne einen grossen Fehler zu machen, annehmen darf, dass bei **sehr kleinem** Wachstum der Winkel die Funktionen: **Sinus** und **Tangens proportional denselben wachsen**, die Funktionen: **Kosinus** und **Kotangens aber proportional denselben abnehmen.**

Man siehe die Folgerung I, Seite 47, in dem Kapitel „Die Goniometrie“ und beachte auch die Erkl. 75.

Diese somit angedeutete Proportionsrechnung wird nun dadurch erleichtert, dass in der Tafel VI jeder der 4 mittle-

8). $cos\,47^\circ 30' = ?$

Wie in Beispiel 7 findet man:

$cos\,47^\circ 30' = 0{,}675\,59$

9). $tg\;58^\circ 40' = ?$

Wie in dem Beispiel 7 findet man.

$tg\;58^\circ 40' = 1{,}6426$

10). $ctg\;83^\circ 50' = ?$

Wie in dem Beispiel 7 findet man:

$ctg\;83^\circ 50' = 0{,}10805$

11). $sin\;9^\circ 47' = ?$

Wie in dem Beispiel 1 findet man:

$sin\;9^\circ 40' = 0{,}16792$

Da die Zunahme für

10′ = 287, also für
1′ = 2,9, und für
7′ = 20,3 = 20 (s. Erkl. 76) ist,

so erhält man:

$$\begin{array}{rcl} sin\,9^\circ 40' & = & 0{,}16792 \\ +7' & & +20 \\ \hline \text{oder: } sin\,9^\circ 47' & = & 0{,}16812 \end{array}$$

12). $tg\;72^\circ 37' = ?$

Wie in dem Beispiel 9, findet man:

$tg\;72^\circ 30' = 3{,}1716$

Da die Zunahme für

10′ = 325, also für
1′ = 32,5, und für
7′ = 227,5 = 228 (s. Erkl. 76) ist,

so erhält man:

$$\begin{array}{rcl} tg\,72^\circ 30' & = & 3{,}1716 \\ +7' & & +228 \\ \hline \text{oder: } tg\,72^\circ 37' & = & 3{,}1944 \end{array}$$

13). $cos\,28^\circ 57' = ?$

Wie in dem Beispiel 4, findet man:

$cos\,28^\circ 50' = 0{,}87603$

Da die Abnahme für

10′ = 141, also für
1′ = 14,1 und für
7′ = 98,7 = 99 (s. Erkl. 76) ist,

so erhält man:

$$\begin{array}{rcl} cos\,28^\circ 50' & = & 0{,}87603 \\ +7' & & -99 \\ \hline \text{mithin: } cos\,28^\circ 57' & = & 0{,}87504 \end{array}$$

14). $ctg\,74^\circ 26' = ?$

Wie in dem Beispiel 10, findet man:

$ctg\,74^\circ 20' = 0{,}28046$

Da die Abnahme für

10′ = 314, also für
1′ = 31,4, und für
6′ = 188,4 = 188 (s. Erkl. 76) ist,

so erhält man:

$$\begin{array}{rcl} ctg\,74^\circ 20' & = & 0{,}28046 \\ +6' & & -188 \\ \hline \text{mithin: } ctg\,74^\circ 26' & = & 0{,}27858 \end{array}$$

ren Hauptkolonnen eine Nebenkolonne beigegeben ist, in welcher das Wachstum, bezw. die Abnahme für 1 Minute Zuwachs des betr. Winkels enthalten ist, wodurch man in den Stand gesetzt wird, auf leichte Weise den Zuwachs, bezw. die Abnahme für 2, 3, 4... 9 Minuten bestimmen zu können. Wollte man auch noch den Zuwachs, bezw. die Abnahme für **Sekunden** bestimmen, so müsste man die in diesen Nebenkolonnen stehenden Werte durch 60 dividieren, wodurch man den betreffenden Wert für 1″ erhielte, dann weiter, wie soeben gezeigt wurde, verfahren.

Man siehe nebenstehende Beispiele 11—14.

In den meisten Fällen wird, da man grösstenteils mit Logarithmen rechnet, nicht die Tafel VI, sondern die **logarithmisch-trigonometrische** Tafel III angewandt und da ausserdem aus der letzteren Tafel mit Hülfe der Tafel I der Wert einer goniometrischen Funktion berechnet werden kann — siehe die Beispiele 1 bis 6 in der Aufgabe 31 — so ist eigentlich die Tafel VI überflüssig, sie erleichtert nur in gewissen Fällen die Rechnung, siehe die Beispiele 4 und 5 in der Aufgabe 33.

Erkl. 75. Das **proportionale Wachstum**, bezw. die **proportionale Abnahme** der Funktionen für Winkel, welche um **sehr weniges** wachsen, darf nur in den Fällen angenommen werden, in welchen dieses kleine Wachstum des Winkels auch nur eine kleine Aenderung der betreffenden Funktion bedingt. Da aber, wie aus der Tafel VI ersichtlich, z. B. die Kotangens für Winkel, die nahe bei 0°, ebenso die Tangens für Winkel, die nahe bei 90° liegen, bei kleinem Wachstum des Winkels grosse Aenderungen erleiden, so kann man in solchen Fällen keine Proportionalteile benutzen und man muss für diese Winkel sich besondere Hülfstafeln berechnen oder die logarithmisch-trigonometrische Hülfstafel IV benutzen.

Man vergl. hiermit die Erklärungen 83 bis 86 und siehe die Beispiele 34 bis 44, bezw. 40a bis 49a in der Aufgabe 27.

Erkl. 76. Der Proportionalteil, welcher dem Werte einer goniometr. Funktion zuaddiert, bezw. von demselben weggenommen wird, kann nur in Ganzen bestehen, muss deshalb, wie in der Erkl. 50 angegeben ist, **abgerundet** werden.

15). $\sin 12^0 40' = ?$
16). $\sin 46^0 30' = ?$
17). $\cos 13^0 50' = ?$
18). $\cos 56^0 50' = ?$
19). $tg\ 20^0 20' = ?$
20). $tg\ 62^0 10' = ?$
21). $ctg\ 42^0 20' = ?$
22). $ctg\ 57^0 30' = ?$
23). $\sin 12^0 44' = ?$
24). $\sin 46^0 38' = ?$
25). $\cos 13^0 57' = ?$
26). $\cos 56^0 52' = ?$
27). $tg\ 20^0 27' = ?$
28). $tg\ 62^0 15' = ?$
29). $ctg\ 42^0 28' = ?$
30). $ctg\ 57^0 39' = ?$
31). $\sin 30^0 42' 32'' = ?$
32). $\cos 46^0 20' 17'' = ?$
33). $tg\ 50^0 40' 10'' = ?$
34). $ctg\ 60^0 20' 30'' = ?$

b). Ueber die logarithmisch-trigonometrischen Tafeln.

Um auch solche Berechnungen in welchen **goniometrische Funktionen** vorkommen, mittelst Logarithmen ausführen zu können, wurden mit Hülfe der vorhandenen trigonometrischen und Logarithmentafeln die Logarithmen der Werte der goniometrischen Funktionen aller aufeinanderfolgenden Winkel von 0° bis 45° für das Briggs'sche System berechnet (siehe nebenstehende Beispiele 1 und 2) und übersichtlich geordnet in Tafeln zusammengestellt. Derartige Tafeln heissen im Gegensatz zu den unter a). erwähnten trigonometrischen Tafeln:

logarithmisch - trigonometrische Tafeln.

Die in der Kleyer'schen Log.-Tafel enthaltene Tafel III stellt eine solche Tafel dar, in derselben sind, übereinstimmend mit der Tafel I, die Logarithmen der goniometrischen Funktionen **bis auf fünf Dezimalen** genau angegeben.

Die **Einrichtung** dieser Tafel III, wie überhaupt fast aller log.-trigon. Tafeln, ist im allgemeinen dieselbe wie die der Tafel VI.

Am Kopfe der einzelnen Seiten stehen die Grade der Winkel von 0° bis 45° und sind in der ersten Kolonne die Minuten dieser Winkel (bei siebenstelligen Tafeln auch die Sekunden und zwar von 10 zu 10) enthalten. Die der Reihe nach mit: *log sin*, *log tg*, *log ctg*, *log cos* überschriebenen Kolonnen enthalten die **um 10 Einheiten vergrösserten** (s. Erkl. 77) Logarithmen dieser Funktionen jener Winkel. Die mit *„d"* (*differentia*, Differenz) bezeichneten Kolonnen enthalten die Unterschiede zweier aufeinanderfolgenden Logarithmen, welche in der benachbarten linken Kolonne stehen. Die mit *„d. c."* (*differentia communis*, gemeinschaftliche Differenz) bezeichneten Kolonnen enthalten die Unterschiede zweier aufeinanderfolgenden Logarithmen und zwar sowohl derjenigen Logarithmen, welche in der links, als auch derjenigen, welche in der rechts danebenstehenden Kolonne enthalten sind.

Beispiel 1.

Will man z. B.:

$\log ctg\, 29^0\, 20'$ berechnen,

so bestimme man zunächst: $ctg\, 29^0\, 20'$

Benutzt man hierzu die Tafel VI, so findet man:

$ctg\, 29^0\, 20' = 1{,}7796$

Da nun:

$\log ctg\, 29^0\, 20' = \log 1{,}7796$ ist

und man aus der Tafel I:

$$\log 1{,}7796 = 0{,}25\,018$$
$$+14$$

oder: $\log 1{,}7796 = 0{,}25\,032$ findet,

so hat man auch:

$\log ctg\, 29^0\, 20' = 0{,}25\,032$ gefunden.

In der Tafel III steht aber für $\log ctg\, 29^0\, 20'$ nicht dieser Wert, sondern aus dem in der Erkl. 77 angeführten Grunde ein um 10 Einheiten grösseren Wert, nämlich:

$10 + 0{,}25\,032$ oder: $10{,}25\,032$ (siehe Erkl. 77).

Beispiel 2.

Will man z. B.:

$\log sin\, 23^0\, 20'$ berechnen,

so bestimme man zunächst: $sin\, 23^0\, 20'$

Benutzt man hierzu die Tafel VI, so findet man:

$sin\, 23^0\, 20' = 0{,}39608$

Da nun:

$\log sin\, 23^0\, 20' = \log 0{,}39608$ ist,

und man aus der Tafel I:

$\log 0{,}39608 = 0{,}59\,780 - 1$ findet,

so hat man auch:

$\log sin\, 23^0\, 20 = 0{,}59\,778 - 1$ gefunden.

In der Tafel III steht aber für $\log sin\, 23^0\, 20'$ nicht dieser Wert, sondern nach dem in der Erkl. 77 angegebenen Grunde ein um 10 grösserer Wert, nämlich:

$10 + 0{,}59\,778 - 1$ oder: $9{,}59\,778$ (s. Erkl. 77).

Die Genauigkeit der in vorstehenden Beispielen zu berechnenden Werte hängt von der Genauigkeit der der Berechnung zu Grunde liegenden Tafeln ab, nämlich je nachdem dieselben nur fünf- oder mehrstellig sind.

Am Fusse der einzelnen Seiten stehen die Grade der Winkel von 45° bis 90° und sind in der letzten Kolonne die Minuten dieser Winkel (bei siebenstelligen Tafeln auch die Sekunden und zwar von 10 zu 10) enthalten. Analog wie in der Tafel VI, tragen die Kolonnen, welche am Kopfe der Reihe nach die Bezeichnungen: *log sin, log tg, log ctg, log cos* tragen, am Fusse der Reihe nach die Bezeichnungen: *log cos, log ctg, log tg, log sin.*

Endlich sind in der mit: „*P. P.*" (*partes proportionales*, Proportionalteile) bezeichneten Rubrik, analog wie in der Tafel I, Täfelchen enthalten, mit deren Hülfe man die Logarithmen solcher Winkel finden kann, welche nicht allein in Graden, Minuten, sondern auch in Sekunden (bei Benutzung einer siebenstelligen Tafel auch in Teilen von Sekunden) gegeben sind (siehe Erkl. 78).

Bei dem Gebrauche einer

fünf-stelligen log.-trigon. Tafel

z. B. der Kleyer'schen Tafel III, beachte man folgende Regeln und Erklärungen, und zwar:

A. **Bei dem Aufsuchen des Logarithmus einer goniometr. Funktion für einen gegebenen spitzen Winkel**

beachte man die Regeln u. Erklärungen:

Regel 1.

Von allen Logarithmen, welche aus der Tafel III entnommen werden, müssen 10 Einheiten subtrahiert werden — siehe die Erkl. 77.

sieben-stelligen log.-trigon. Tafel

z. B. der Vega'schen Tafel von *Bremiker* beachte man folgende Regeln und Erklärungen, und zwar:

A. **Bei dem Aufsuchen des Logarithmus einer goniometr. Funktion für einen gegebenen spitzen Winkel**

beachte man die Regeln u. Erklärungen:

Regel 1[a].

Von allen Logarithmen, ausgenommen die Logarithmen der Kotangenten von 0° bis 45° und die Logarithmen der Tangenten von 45° bis 90°, müssen 10 Einheiten subtrahiert werden — siehe die Erkl. 77.

Erkl. 77. Nach den Folgerungen 3 und 4 auf Seite 47 in dem Kapitel „Die Goniometrie" sind sämmtliche Sinus und Kosinus und ein grosser Teil der Tangenten und Kotangenten **echte** Brüche, wovon man sich auch in der Tafel VI überzeugen kann; da nun die Logarithmen **echter** Brüche **negativ** sind, bezw. eine **negative** Kennziffer haben, so müssten in der Tafel III bei dem grössten Teil der Logarithmen der trigonometrischen Funktionen nega-

tive Kennziffern stehen. Um dies nun zu vermeiden, sind in den log.-trigon. Tafeln jene Logarithmen um 10 Einheiten grösser angegeben. Man muss deshalb, um die wirklichen Werte der Logarithmen zu erhalten, den in der Tafel enthaltenen Logarithmen 10 Einheiten wieder wegnehmen. In der Kleyer'schen Tafel III sind der Uebereinstimmung halber alle Logarithmen um 10 Einheiten zu gross. In der siebenstelligen Vega'schen Tafel z. B. sind hiervon die Logarithmen der Kotangenten von 0° bis 45°, ebenso die Logarithmen der Tangenten von 45° bis 90° ausgenommen und deren wahren Werte in der Tafel enthalten.

Regel 2.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen Winkel zu suchen, der zwischen 0° und 45° liegt und nur in Graden oder in Graden und in Minuten gegeben ist, so suche man am Kopfe der einzelnen Seiten der Tafel die Grade und in der ersten Kolonne die Minuten des gegebenen Winkels; dann gehe man in derselben Horizontalreihe in welcher die Minuten stehen, nach rechts bis in die Kolonne, welche mit der betreffenden Funktion überschrieben ist, aus der daselbst stehenden Zahl erhält man mit Berücksichtigung der Regel 1 den fraglichen Logarithmus.

Man siehe die Beispiele 1 bis 8 in der Aufgabe 27.

Regel 2a.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen Winkel zu suchen, der zwischen 0° und 45° liegt und nur in Graden, oder in Graden und Minuten, oder in Graden, Minuten und in einer solchen Anzahl von Sekunden gegeben ist, welche durch 10 teilbar ist, so suche man am Kopfe der einzelnen Seiten der Tafel die Grade, in der ersten Kolonne die Minuten und in der zweiten Kolonne jene Sekunden, welche daselbst von 10 zu 10 angegeben sind; dann gehe man in derselben Horizontalreihe in welcher diese Sekunden stehen, nach rechts bis in die Kolonne, welche mit der betreff. Funktion überschrieben ist, die daselbst stehende Zahl ergibt mit Berücksichtigung der Regel 1a den fraglichen Logarithmus.

Man siehe die Beispiele 1a bis 12a in der Aufgabe 27.

Regel 3.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen Winkel zu suchen, der zwischen 45° und 90° liegt, und nur in Graden oder in Graden und in Minuten gegeben ist, so suche man am Fusse der einzelnen Seiten der Tafel die Grade und in der letzten Kolonne die Minuten des gegebenen Winkels; dann gehe man in derselben Horizontalreihe in welcher die Minuten stehen, nach links bis in die Kolonne, welche mit der betreffenden Funktion unterschrieben ist, aus der daselbst stehenden Zahl erhält man mit

Regel 3a.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen Winkel zu suchen, der zwischen 45° und 90° liegt und nur in Graden, oder in Graden und in Minuten, oder in Graden, in Minuten und in einer solchen Anzahl von Sekunden gegeben ist, welche **durch 10 teilbar ist,** so suche man am Fusse der einzelnen Seiten der Tafel die Grade, in der letzten Kolonne die Minuten und in der vorletzten Kolonne die Sekunden, welche daselbst von 10 zu 10 angegeben sind; dann gehe man in derselben Horizontal-

Berücksichtigung der Regel 1 den fraglichen Logarithmus.

Man siehe die Beispiele 9 bis 17 in der Aufgabe 27.

Regel 4.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen Winkel, der zwischen 0° und 90° liegt und in Graden, Minuten **und auch in Sekunden** ausgedrückt ist, zu bestimmen, so bestimme man nach den Regeln 2 und 3 den Logarithmus jener Funktion für den Winkel, welchen man erhält, wenn man die Sekunden des gegebenen Winkels ausser Acht lässt.

Dann bestimme man aus der Proportion:

$$\frac{60''}{n''} = \frac{d}{x} \text{ (siehe Erkl. 78)}$$

in welcher n die Sekunden des gegebenen Winkels und d die Differenz des der Tafel bereits entnommenen Logarithmus und des diesem in der Tafel nächstfolgenden, bezw. nächst grösseren Logarithmus bedeutet (diese Differenz „d“ kann man nach der Erkl. 79 aus der Tafel direkt entnehmen)

die Grösse x, runde dieselbe bis auf ganze Einheiten nach der Erkl. 50 ab und **addiere** diese Grösse x zu der Mantisse des der Tafel bereits entnommenen Logarithmus, wenn die betreffende Funktion eine Hauptfunktion, also eine der Funktionen: **Sinus** und **Tangens** ist (siehe die Beispiele 18—25 in der Aufgabe 27), **subtrahiere** hingegen diese Grösse x von jener Mantisse, wenn die betreffende Funktion eine Kofunktion, also eine der Funktionen: **Kosinus** und **Kotangens** ist (siehe die Beispiele 18 bis 25 in der Aufgabe 27).

Man beachte hierbei auch die Regeln 5 und 6.

reihe in welcher die Sekunden stehen, nach links bis in die Kolonne, welche mit der betreffenden Funktion unterschrieben ist, die daselbst stehende Zahl ergibt mit Berücksichtigung der Regel 1ª den fraglichen Logarithmus.

Man siehe die Beispiele 13a bis 23a in der Aufgabe 27.

Regel 4ª.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen Winkel, der zwischen 0° und 90° liegt und in Graden, Minuten und in **Sekunden**, auch in **zehntel und hundertel Sekunden** ausgedrückt ist, zu bestimmen, so bestimme man nach den Regeln 2ª und 3ª den Logarithmus jener Funktionen für den Winkel, welchen man erhält, wenn man die Einheiten, die Zehntel und Hundertel der Sekunden des gegebenen Winkels ausser Acht lässt.

Dann bestimme man aus der Proportion:

$$\frac{10''}{n''} = \frac{d}{x} \text{ (siehe Erkl. 78a)}$$

in welcher n'' die Einheiten der Sekunden mit etwaigen Dezimalteilen derselben des gegebenen Winkels und d die Differenz des der Tafel bereits entnommenen Logarithmus und des diesem in der Tafel nächstfolgenden, bezw. nächst grösseren Logarithmus bedeutet (diese Differenz „d“ kann man nach der Erkl. 79 aus der Tafel direkt entnehmen),

die Grösse x, runde dieselbe bis auf ganze Einheiten nach der Erkl. 50ª ab und **addiere** diese Grösse x zu der Mantisse des der Tafel bereits entnommenen Logarithmus, wenn die betreffende Funktion eine Hauptfunktion, also eine der Funktionen: **Sinus** und **Tangens** ist (siehe die Beisp. 24a bis 31a in der Aufg. 27), **subtrahiere** hingegen diese Grösse x von jener Mantisse, wenn die betreffende Funktion eine Kofunktion, also eine der Funktionen: **Kosinus** und **Kotangens** ist (siehe die Beispiele 24a bis 31a in der Aufgabe 27).

Man beachte hierbei auch die Regeln 5a und 6a.

Erkl. 78. Analog wie es bei der Aufstellung der Regel 9, Seite 85, geschehen ist, darf man ohne einen grossen Fehler zu begehen (siehe Erkl. 75) annehmen, dass jede der **Hauptfunktionen**, also der Sinus und die Tangens, bei einem **sehr kleinen Wachstum** des Winkels **proportional** diesem Wachstum **wächst**, dass hingegen jede der **Kofunktionen**, also der Kosinus und die Kotangens, bei einem **sehr kleinen Wachstum** des Winkels **proportional** diesem Wachstum **abnimmt** (siehe die Folgerung I, Seite 47, in dem Kapitel: Die Goniometrie). Somit darf man auch annehmen, dass die Logarithmen der **Hauptfunktionen**, also: *log sin* und *log tg* bei einem **sehr kleinen Wachstum** des Winkels **proportional** diesem Wachstum **wachsen**, wobei jedoch die Erkl. 83 beachtet werden muss) und dass die Logarithmen der **Kofunktionen**, also: *log cos* und *log ctg* bei einem **sehr kleinen Wachstum** des Winkels **proportional** diesem Wachstum **abnehmen** (wobei jedoch die Erkl. 83 beachtet werden muss).

Man kann also sagen:

Die Differenz von 60", nämlich die Differenz des in der Tafel stehenden Winkels, welcher in dieselbe Grade und in Minuten als der gegebene Winkel ausgedrückt ist, und des in der Tafel stehenden, diesem nächstfolgenden, nächst grösseren Winkels, **verhält sich zur Differenz von** n'', nämlich zur Differenz jenes ersten Winkels und eines anderen Winkels, welcher um einige, z. B. um n'' grösser ist, **wie die Differenz** d (siehe Erkl. 79), nämlich wie die Differenz der Logarithmen irgend einer Funktion jener beiden ersten Winkel, **zur Differenz** x, nämlich zur Differenz des Logarithmus der betreffenden Funktion für jenen ersten Winkel und des gesuchten Logarithmus der betreffenden Funktion für den gegebenen Winkel; in Zeichen:

$$\frac{60''}{n''} = \frac{d}{x}$$

Erkl. 79. In Betreff der bei Benutzung der Regeln 6 und 5 (auch 6a und 5a) zu berechnenden Differenz d hat man zu beachten, dass eine solche Differenz die Differenz der Logarithmen ist, zwischen welchen der gesuchte Logarithmus liegen muss und dass diese Differenzen in der Tafel schon berechnet sind und in denjenigen Kolonnen stehen, welche mit „*d*", bezw. mit „*d. c.*" bezeichnet sind, mithin diesen Kolonnen nur entnommen zu werden brauchen, wobei zu berücksichtigen ist, dass die *log tg* und die *log ctg* gleiche Differenzen haben, welche in den mit „*d. c.*" bezeichneten Kolonnen angegeben sind.

Erkl. 80. Die nach vorstehender Regel 4 erforderliche Proportionsrechnung zur Bestimmung der Grösse x ist in der Kleyer'schen Tafel III, wie überhaupt in den meisten übri-

Erkl. 78a. Wie in dem Eingange nebenstehender Erkl. 78 gesagt ist, kann man auch in analoger Weise hier sagen:

Die Differenz von 10", nämlich die Differenz des in der Tafel stehenden Winkels, welcher in dieselbe Grade, Minuten und in dieselbe durch 10 teilbaren Anzahl von Sekunden als der gegebene Winkel ausgedrückt ist, und des in der Tafel stehenden, diesem nächstfolgenden, nächst grösseren Winkels, **verhält sich zur Differenz von** n'', nämlich zur Differenz jenes ersten Winkels und eines anderen Winkels, welcher um einige, z. B. um n'' grösser ist, **wie die Differenz** d (siehe Erkl. 79), nämlich wie die Differenz der Logarithmen irgend einer Funktion jener beiden ersten Winkel, **zur Differenz** x, nämlich zur Differenz des Logarithmus der betreffenden Funktion für jenen ersten Winkel und des gesuchten Logarithmus derselben Funktion für den gegebenen Winkel, in Zeichen:

$$\frac{10''}{n''} = \frac{d}{x}$$

Erkl. 80a. Die nach vorstehender Regel 4a erforderliche Proportionsrechnung zur Bestimmung der Grösse x ist in der Vega'schen log.-trigon. Tafel von *Bremiker*, wie in den meisten

gen Tafeln dadurch erleichtert, dass in der **mit** *„P. P.“* (*partes proportionales*) bezeichneten Rubrik, analog wie in Tafel I, **Täfelchen beigegeben** sind, aus welchen man diese Grösse x sofort entnehmen kann. Hierbei hat man zu beachten, dass das Täfelchen zu wählen ist, welches mit der Differenz d (siehe Erkl. 79) überschrieben ist und dass vor dem Vertikalstrich desselben die Sekunden: 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50 und neben denselben hinter dem Vertikalstrich die diesen Sekunden entsprechenden Proportionalteile stehen und dass man, um die Proportionalteile für 1, 2, 3, 4, 5 Sekunden zu erhalten, man in den zu 10, 20, 30, 40, 50 Sekunden gehörenden Proportionalteilen nur das Komma eine Stelle nach links rücken muss.

Mit Benutzung der Erkl. 80 geht die Regel 4 über in die

Regel 5.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen Winkel, der zwischen 0° und 90° liegt und in Graden, Minuten **und auch in Sekunden** ausgedrückt ist, zu bestimmen, so bestimme man nach den Regeln 2 und 3 den Logarithmus jener Funktion für den Winkel, welchen man erhält, wenn man die Sekunden des gegebenen Winkels ausser Acht lässt.

Dann bilde man die Differenz d dieses und des in der Tafel nächstfolgenden, bezw. nächst grösseren Logarithmus (beachte hierbei die Erkl. 79) und suche in der Rubrik: *„P. P.“* das Täfelchen, welches mit dieser Differenz überschrieben ist (beachte hierbei die Erkl. 81) und entnehme aus diesem Täfelchen die nach der Erkl. 80 für die Sekunden sich ergebenden Proportionalteile, **addiere** dieselben zu dem bereits niedergeschriebenen Logarithmus, wenn die betr. Funktion eine der Hauptfunktionen: **Sinus** und **Tangens** ist, **subtrahiere** hingegen diese Proportionalteile, wenn die betr. Funktion eine der Kofunktionen: **Kosinus** und **Kotangens** ist.

Man siehe die Beispiele 26 bis 33 in der Aufgabe 27, beachte hierbei die Regel 6 und die Erklärungen 81, 82 und 83.

übrigen Tafeln, dadurch erleichtert, dass in der mit *„P. P.“* (*partes proportionales*) bezeichneten Rubrik, analog wie in der Vega'schen Logarithmentafel (Tafel I), **Täfelchen** beigegeben sind, aus welchen man diese Grösse x sofort entnehmen kann. Hierbei hat man zu beachten, dass das Täfelchen zu wählen ist, welches mit der Differenz d (siehe Erkl. 79) überschrieben ist und dass vor dem Vertikalstrich desselben die Sekunden: 1 bis 10 und neben denselben hinter dem Vertikalstrich die diesen Sekunden entsprechenden Proportionalteile stehen und dass, um die Proportionalteile für $\frac{1}{10}, \frac{2}{10} \ldots$ bis $\frac{9}{10}$, bezw. für $\frac{1}{100}, \frac{2}{100} \ldots$ bis $\frac{9}{100}$ Sekunden zu erhalten, man in den zu 1, 2 ... bis 9 Sekunden gehörenden Proportionalteilen nur das Komma um eine, bezw. um zwei Stellen nach links rücken muss.

Mit Benutzung der Erkl. 80^a geht die Regel 4^a über in die

Regel 5^a.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen Winkel, der zwischen 0° und 90° liegt und in Graden, Minuten und Sekunden, auch **in Dezimalbruchteile von Sekunden** ausgedrückt ist, zu bestimmen, so bestimme man nach den Regeln 2^a u. 3^a den Logarithmus jener Funktion für den Winkel, welchen man erhält, wenn man die Einheiten der Sekunden mit dem etwaigen Dezimalbruchteil derselben ausser Acht lässt.

Dann bilde man die Differenz d dieses und des in der Tafel nächstfolgenden, bezw. nächst grösseren Logarithmus (beachte hierbei die Erkl. 79) und suche in der Rubrik: *„P. P.“* das Täfelchen, welches mit dieser Differenz überschrieben ist (beachte hierbei die Erkl. 81) und entnehme aus diesem Täfelchen die nach der Erkl. 79^a für die einzelnen Sekunden, bezw. für die Dezimalbruchteile derselben sich ergebenden Proportionalteile, **addiere** dieselben zu dem bereits niedergeschriebenen Logarithmus, wenn die betr. Funktion eine der Hauptfunktionen: **Sinus** und **Tangens** ist, **subtrahiere** hingegen diese Proportionalteile, wenn die betr. Funktion eine der Kofunktionen: **Kosinus** und **Kotangens** ist.

Man siehe die Beispiele 32a bis 39a in der Aufgabe 27, beachte hierbei die Regel 6a und die Erklärungen 81, 82a und 83a.

Erkl. 81. Findet man in der Tafel unter der Rubrik: „*P. P.*“ kein Täfelchen, welches mit der betreffenden Differenz überschrieben ist, so kann man, ohne gerade einen grossen Fehler zu begehen, das Täfelchen nehmen, welches mit der jener nächst kleineren oder nächst grösseren Differenz überschrieben ist, vorausgesetzt allerdings, dass diese Differenz nur um 1 Einheit (bei siebenstelligen Tafeln auch um einige Einheiten) von jener Differenz verschieden ist. Andernfalls muss man die Regel 4 anwenden.

Man siehe die Beispiele 35a und 36a in der Aufgabe 27.

Erkl. 82. Mit Hülfe der in der Regel 4 aufgestellten Proportion, oder mit Hülfe der in der Tafel enthaltenen Proportionaltäfelchen könnte man auch noch die Proportionalteile für Dezimalbruchteile von Sekundenteilen berechnen, da jedoch diese somit erhaltenen Proportionalteile wegen ihrer Kleinheit meist ohne Einfluss auf die 5te Dezimalstelle des betreffenden Logarithmus sind, so folgt hieraus, dass man mit fünfstelligen log.-trig. Tafeln nur die Logarithmen der goniometr. Funktionen für solche Winkel finden kann, welche höchstens **bis auf Sekunden** genau gegeben sind, umgekehrt berechnet man aus solchen Tafeln für gegebene Logarithmen goniometr. Funktionen nur die Winkel bis auf Sekunden genau.

Erkl. 82a. Mit Hülfe der in der Regel 4a aufgestellten Proportion, oder mit Hülfe der in der Tafel enthaltenen Proportionaltäfelchen könnte man auch noch die Proportionalteile für 1, 2, 3 . . . tausendstel Sekunden berechnen, da jedoch diese somit erhaltenen Proportionalteile wegen ihrer Kleinheit meist ohne Einfluss auf die 7te Dezimalstelle des betr. Logarithmus sind, **ausserdem** $\frac{1}{1000}$ Sekunden, auch $\frac{1}{100}$ Sekunden so kleine Winkel vorstellen, die unmessbar, folglich undenkbar sind, so berechnet man mit siebenstelligen log.-trig. Tafeln höchstens die Logarithmen der goniometrischen Funktionen solcher Winkel, welche bis auf zehntel Sekunden gegeben sind, umgekehrt berechnet man aus solchen Tafeln für gegebene Logarithmen goniometr. Funktionen nur die Winkel bis auf zehntel Sekunden genau.

Erkl. 83. In der Erkl. 78 wurde gesagt, dass man annehmen darf, dass die Logarithmen der Werte der goniometr. Funktionen für ein **sehr kleines Wachstum** der Winkel **proportional** den letzteren wachsen, bezw. abnehmen. Diese proportionale Aenderung der Logarithmen darf man jedoch nur annehmen, wenn bei dem kleinen Wachstum der Winkel auch die Logarithmen der goniometrischen Funktionen dieser Winkel nur um ein kleines wachsen, bezw. abnehmen (vergl. hiermit die Erkl. 75, Seite 164). Da nun, wie aus den ersten Seiten der Tafel III ersichtlich, die Logarithmen der goniometr. Funktionen: Sinus, Tangens und Kotangens für Winkel, die nahe bei 0^0, bezw. nahe bei 90^0 liegen, **sehr grosse Differenzen** haben, so kann man mittelst der Tafel IV die Logarithmen der goniometr. Funktionen solcher Winkel, die nahe bei 0^0 und 90^0 liegen und auch in Sekunden gegeben sind, **nicht genau bestimmen**, und es ist deshalb der log.-trigon. Tafel III eine Hülfstafel, nämlich die Tafel IV beigegeben, welche so berechnet ist, dass man aus ihr die Logarithmen der goniometr. Funktionen für Winkel, welche bis auf **Sekunden genau** gegeben sind zwischen 0^0 und 2^0, bezw. zwischen

Erkl. 83a. Aus demselben Grunde, der in nebenstehender Erkl. 83 angegeben ist, kann man aus der Vega'schen log.-trigon. Tafel die Logarithmen der goniometr. Funktionen für Winkel, die nahe bei 0^0 und 90^0 liegen und bis auf einzelne Sekunden genau gegeben sind, nicht **genug genau** finden. In der Vega'schen Tafel ist deshalb eine weitere Tafel, Tafel II, enthalten, welche so berechnet ist, dass man aus ihr die Logarithmen der goniometrischen Funktionen für Winkel, welche bis auf einzelne Sekunden (auch auf **zehntel Sekunden**) genau gegeben sind und zwischen 0^0 und 5^0, bezw. zwischen 85^0 und 90^0 liegen, sofort entnehmen kann (siehe die Erkl. 84a).

88° und 90° liegen, sofort entnehmen kann (siehe die Erkl. 84).

Erkl. 84. Die **Einrichtung** der **Hülfstafel IV** ist folgende:

Auf den ersten Seiten stehen die Logarithmen der **Sinus** der Winkel, welche in Sekunden gegeben sind und zwischen 0° und 2° liegen. Die Grade der Winkel stehen am Kopfe der Seiten, die Minuten stehen am Kopfe der einzelnen Kolonnen und zwar fortlaufend von der einen Seite auf die andere Seite, die Sekunden endlich stehen in der ersten Kolonne. Ferner stehen auf diesen ersten Seiten auch die Logarithmen der **Kosinus** der Winkel zwischen 90° und 88°, sobald man nämlich die am Fusse der Seiten, bezw. die am Fusse der einzelnen Kolonnen und die in der letzten Vertikalkolonne stehenden Winkelbezeichnungen diesen Logarithmen zu Grunde legt.

Auf den folgenden Seiten dieser Tafel stehen die Logarithmen der **Tangenten** der Winkel zwischen 0° und 2° bis auf Sekunden genau und die Logarithmen der **Kotangenten** der Winkel zwischen 90° und 88° bis auf Sekunden genau. Die Einrichtung dieser Seiten ist wie die der ersteren Seiten für den Sinus und Kosinus.

Erkl. 84a. Die **Einrichtung** der in der Vega'schen Tafel enthaltenen log.-**trigon. Hülfstafel**, Tafel II, ist folgende:

Auf den **geraden** Seiten dieser Tafel stehen die Logarithmen der **Sinus** der Winkel, welche bis auf Sekunden genau gegeben sind und zwischen 0° und 5° liegen. Die Grade der Winkel stehen am Kopfe der Seiten, die Minuten stehen am Kopfe der einzelnen Kolonnen und zwar fortlaufend von der einen geraden Seite auf die andere gerade Seite überspringend, die Sekunden endlich stehen in den ersten Kolonnen. Ferner stehen auf diesen geraden Seiten auch die Logarithmen der **Kosinus** der Winkel zwischen 90° und 85°, sobald man nämlich die am Fusse der Seiten, bezw. die am Fusse der einzelnen Kolonnen und die in der letzten Vertikalkolonne stehenden Winkelbezeichnungen diesen Logarithmen zu Grunde legt.

Auf den **ungeraden** Seiten dieser Tafel stehen die Logarithmen der **Tangenten** der Winkel, welche zwischen 0° und 5° liegen und auch die Logarithmen der **Kotangenten** der Winkel, welche zwischen 85° und 90° liegen und bis auf Sekunden genau gegeben sind.

Erkl. 85. Was den **Gebrauch** der log.-trigon. Hülfstafel, Tafel IV, anbetrifft, so ist derselbe entsprechend der Einrichtung ein sehr einfacher.

Man siehe die Beispiele 34—42 in der Aufgabe 27 und beachte die Erkl. 86.

Erkl. 85a. Was den **Gebrauch** dieser Tafel II anbetrifft, so ist derselbe entsprechend der Einrichtung ein sehr einfacher.

Will man mit dieser Tafel auch noch die Logarithmen der Funktionen für Winkel, die bis auf **zehntel** Sekunden genau gegeben sind, bestimmen, so kann man dies mittelst einer Proportion, welche analog der in der Regel 4a, Seite 168, aufgestellten Proportion ist.

Man siehe die Beispiele 40a bis 49a in der Aufgabe 27 und beachte die Erkl. 86.

Erkl. 86. Will man mit der log.-trigon. Hülfstafel, Tafel IV, den Logarithmus der **Kotangens** für einen Winkel, der nahe bei 0° liegt und bis auf Sekunden genau gegeben ist, oder den Logarithmus der **Tangens** für einen Winkel, der nahe bei 90° liegt und bis auf Sekunden genau gegeben ist, bestimmen, so beachte man, dass nach der goniometr. Formel z. B.:

$$tg\,\alpha \,.\, ctg\,\alpha = 1$$

(siehe in dem Kapitel: Die Goniometrie, Formel X)

$$\log tg\,\alpha + \log ctg\,\alpha = \log 1 = 0, \text{ mithin:}$$

$$\log ctg\,\alpha = 0 - \log tg\,\alpha \quad \text{oder:}$$

$$1)\ldots \log ctg\,\alpha = -\log tg\,\alpha \quad \text{ist.}$$

Analog erhält man:

$$2)\ldots \log tg\,\alpha = -\log ctg\,\alpha$$

Man findet daher in der Tafel IV, z. B. den Logarithmus der Kotangens eines nahe bei 0° liegenden Winkels, indem man den Logarithmus der Tangens **desselben** Winkels bestimmt, demselben aber das Vorzeichen **Minus** gibt.

Man siehe die Beisp. 43 u. 44 in der Aufg. 27.

Nach den Erklärungen 83 bis 85 hat man in Betreff des Aufsuchens der Logarithmen der goniometrischen Funktionen für Winkel, **die nahe bei 0° und 90°** liegen und bis auf Sekunden genau gegeben sind, folgende Regel zu beachten:

Regel 6.

Hat man den Logarithmus einer der goniometr. Funktionen: Sinus, Tangens und Kotangens für einen Winkel zu bestimmen, der **zwischen 0° und 2°** liegt und bis auf Sekunden genau gegeben ist, und hat man ferner den Logarithmus einer der goniometr. Funktionen: Kosinus, Kotangens und Tangens für einen Winkel zu bestimmen, der zwischen 90° und 88° liegt und bis auf Sekunden genau gegeben ist, so benutze man hierzu die Hülfstafel IV unter Beachtung der Erklärungen 84, 85 und 86.

Man siehe die Uebungsbeispiele 34 bis 44 in der Aufgabe 27.

B. **Bei dem Aufsuchen des spitzen Winkels, der zu dem gegebenen Logarithmus einer goniometrischen Funktion gehört,**

beachte man die folgende Erklärung:

Erkl. 87. Bei dem Aufsuchen des Winkels, der zu dem gegebenen Logarithmus einer goniometrischen Funktion gehört, hat man **genau das umgekehrte Verfahren** einzuschlagen, welches mit vorstehenden Regeln und Erklärungen für das Aufsuchen der Logarithmen einer goniometrischen Funktion für einen gegebenen Winkel aufgestellt wurde, wobei man sich zum praktischen Gebrauche die nachstehenden Regeln und Erklärungen merken kann.

Regel 7.

Bevor man zum Aufsuchen des gegebenen Logarithmus in der Tafel schreitet, untersuche man zunächst, ob der gegebene Logarithmus um 10 Einheiten grösser ist, als der wirkliche Logarithmus der betreffenden Funktion; ist dies nicht der Fall, so addiere man vor allem dem gegebenen Logarithmus 10 positive Einheiten zu.

Nach den Erklärungen 83a bis 85a hat man in Betreff des Aufsuchens der Logarithmen der goniometrischen Funktionen für Winkel, **die nahe bei 0° und 90°** liegen und bis auf Sekunden genau gegeben sind, folgende Regel zu beachten:

Regel 6a.

Hat man den Logarithmus einer der goniometr. Funktionen: Sinus, Tangens und Kotangens für einen Winkel zu bestimmen, **der zwischen 0° und 5°** liegt und bis auf Sekunden (auch auf zehntel Sekunden) genau gegeben ist, und hat man ferner den Logarithmus einer der goniometr. Funktionen: Kosinus, Kotangens und Tangens für einen Winkel zu bestimmen, der zwischen 90° und 85° liegt und bis auf Sekunden (auch auf zehntel Sekunden) genau gegeben ist, so benutze man hierzu die Tafel II unter Beachtung der Erkl. 84a und 85a (bei zehntel Sekunden unter Beachtung der Regel 4a.

Man siehe die Uebungsbeispiele 40a bis 49a in der Aufgabe 27.

B. **Bei dem Aufsuchen des spitzen Winkels, der zu dem gegebenen Logarithmus einer goniometrischen Funktion gehört,**

beachte man die folgende Erklärung:

Erkl. 87a. Bei dem Aufsuchen des Winkels, der zu dem gegebenen Logarithmus einer goniometrischen Funktion gehört, hat man **genau das umgekehrte Verfahren** einzuschlagen, welches mit vorstehenden Regeln und Erklärungen für das Aufsuchen des Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen gegebenen Winkel aufgestellt wurde, wobei man sich zum praktischen Gebrauche die nachstehenden Regeln und Erklärungen merken kann.

Regel 7a.

Bevor man zum Aufsuchen des gegebenen Logarithmus in der Tafel schreitet, untersuche man zunächst, ob der gegebene Logarithmus, **wenn** er **nicht** der Logarithmus der Tangens für einen Winkel, der zwischen 45° und 90°, oder der Logarithmus der Kotangens für einen Winkel, der zwischen 0° und 45° liegt, ist, um 10 Ein-

Denn nach der Erkl. 77 und der Regel 1, Seite 166, stehen in der Tafel III nur die um 10 Einheiten vergrösserten Logarithmen der goniometrischen Funktionen, folglich sind auch nur solche in der Tafel aufzufinden.

Man siehe die Beispiele 39 und 40 in der Aufgabe 28.

heiten grösser ist als der wirkliche Logarithmus der betreffenden Funktion; ist dies nicht der Fall, so addiere man vor allem dem gegebenen Logarithmus 10 positive Einheiten zu.

Denn nach der Erkl. 77 und der Regel 1a, Seite 166, stehen in der Vega'schen log.-trigon. Tafel, mit Ausnahme der vorhin angeführten Logarithmen, nur die um 10 Einheiten vergrösserten Logarithmen der goniometrischen Funktionen, folglich sind auch nur solche in der Tafel aufzufinden.

Man siehe die Beispiele 39a und 40a in der Aufgabe 28.

Erkl. 88. Zur Untersuchung, ob der gegebene Logarithmus schon um 10 Einheiten grösser als der wirkliche Logarithmus der betreffenden Winkelfunktion, bezw. ob er nicht dieser Logarithmus selbst ist, beachte man nur die Kennziffer des gegebenen Logarithmus; ist dieselbe bei dem **Sinus** und dem **Kosinus** nicht die Zahl Null, so ist der gegebene Logarithmus schon um 10 Einheiten vergrössert; ist die Kennziffer bei der **Tangens** und der **Kotangens** eine der Zahlen von 6 bis 13, so ist der gegebene Logarithmus schon um 10 Einheiten grösser als der wirkliche Logarithmus dieser Funktionen.

Von dieser praktischen Andeutung kann man sich leicht durch einen Einblick in die Tafel überzeugen.

Bemerkt sei hier noch, dass es sich **in den meisten Fällen** aus der Rechnung selbst ergibt, ob vor dem Aufschlagen des Winkels zu dem gegebenen Logarithmus 10 Einheiten addiert werden müssen oder nicht.

Erkl. 88a. Zur Untersuchung, ob der gegebene Logarithmus schon um 10 Einheiten grösser als der wirkliche Logarithmus der betr. Winkelfunktion, bezw. ob er nicht dieser Logarithmus selbst ist, beachte man nur die Kennziffer des gegeb. Logarithmus, ist dieselbe nicht die Zahl Null, so ist der gegeb. Logarithmus schon um 10 Einheiten vergrössert; ist hingegen die Kennziffer bei der **Tangens** und der **Kotangens** eine der Zahlen 0 bis incl. 4, so ist der gegebene Logarithmus gleich dem wirklichen Logarithmus einer dieser Funktionen für einen gewissen Winkel, wobei man zu beachten hat, dass in der Tafel für diese Funktionen und für diese besonderen Fälle die wirklichen Logarithmen stehen.

Von dieser praktischen Andeutung kann man sich leicht durch einen Einblick in die Tafel überzeugen.

Bemerkt sei hier noch, dass es sich **in den meisten Fällen** aus der Rechnung selbst ergibt, ob vor dem Aufschlagen des Winkels zu dem gegebenen Logarithmus 10 Einheiten addiert werden müssen oder nicht.

Regel 8.

Hat man zu einem gegebenen Logarithmus einer goniometrischen Funktion den zugehörigen spitzen Winkel aufzusuchen, so beachte man zuerst die Regel 7, dann suche man in der log.-trigonometr. Tafel, Tafel III, in den Kolonnen, welche mit der betreffenden Funktion über-, bezw. unterschrieben sind, diesen Logarithmus und entnehme daselbst, der Einrichtung der Tafel entsprechend, den fraglichen Winkel, wobei man die für folgende 4 Fälle aufgestellten Regeln berücksichtigen muss:

Regel 8a.

Hat man zu einem gegebenen Logarithmus einer goniometrischen Funktion den zugehörigen spitzen Winkel aufzusuchen, so beachte man zuerst die Regel 7a, dann suche man in der logarithmisch-trigonometrischen Tafel, Tafel III, in den Kolonnen, welche mit der betreffenden Funktion über- und unterschrieben sind, diesen Logarithmus und entnehme daselbst, der Einrichtung der Tafel entsprechend, den fraglichen Winkel, wobei man die für folgende 4 Fälle aufgestellten Regeln berücksichtigen muss:

1ter Fall.

Findet man den gegebenen Logarithmus in der Kolonne, welche mit der betreffenden Funktion **überschrieben** ist, und zwar **ganz genau,** so stehen die Grade des gesuchten Winkels **am Kopfe** der betreffenden Seite, die Minuten stehen in der **ersten** Kolonne und zwar in derselben Horizontalreihe in der man den gegebenen Logarithmus fand. — Der gesuchte Winkel ist somit ein solcher, der zwischen 0° und 45° liegt und den man ganz genau, in Graden und in Minuten (auch 0 Minuten) ausgedrückt, finden kann.

Man siehe die Beispiele 1 bis 9 in der Aufgabe 28.

2ter Fall.

Findet man den gegebenen Logarithmus in der Kolonne, welche mit der betreffenden Funktion **unterschrieben** ist und zwar **ganz genau,** so stehen die Grade des gesuchten Winkels **am Fusse** der betreffenden Seite, die Minuten stehen in der **letzten** Kolonne und zwar in derselben Horizontalreihe in der man den gegebenen Logarithmus fand. — Der gesuchte Winkel ist somit ein solcher, der zwischen 45° und 90° liegt und den man wiederum ganz genau, in Graden und in Minuten (auch 0 Minuten) ausgedrückt, finden kann.

Man siehe die Beispiele 10 bis 18 in der Aufgabe 28.

3ter Fall.

Findet man den gegebenen Logarithmus in **keiner** der Kolonnen, welche mit der betreffenden Funktion über- oder unterschrieben sind, **ganz genau,** was am häufigsten vorkommt, so suche man in diesen Kolonnen den dem gegebenen nächst kleineren in der Tafel enthaltenen Logarithmus, schreibe den hierzu gehörigen Winkel, wie in den beiden ersten Fällen angegeben ist, heraus, bilde dann die Differenz *„d“*

1ter Fall.

Findet man den gegebenen Logarithmus in der Kolonne, welche mit der betreffenden Funktion **überschrieben** ist und zwar **ganz genau,** so stehen die Grade des gesuchten Winkels **am Kopfe** der betreffenden Seite, die Minuten stehen in der **ersten** Kolonne, die Sekunden, von 10 zu 10, stehen in der **zweiten** Kolonne und zwar in derselben Horizontalreihe in der man den gegebenen Logarithmus fand. — Der gesuchte Winkel ist somit ein solcher, der zwischen 0° und 45° liegt und den man ganz genau in Graden, Minuten und in der Anzahl von Sekunden ausgedrückt finden kann, welche durch 10 teilbar ist.

Man siehe die Beispiele 1a bis 9a in der Aufgabe 28.

2ter Fall.

Findet man den gegebenen Logarithmus in der Kolonne, welche mit der betreffenden Funktion **unterschrieben** ist und zwar **ganz genau,** so stehen die Grade des gesuchten Winkels **am Fusse** der betreffenden Seite, die Minuten stehen in der **letzten** Kolonne, die Sekunden, von 10 zu 10, stehen in der **vorletzten** Kolonne und zwar in derselben Horizontalreihe in der man den gegebenen Logarithmus fand. — Der gesuchte Winkel ist somit ein solcher, der zwischen 45° und 90° liegt und den man wiederum ganz genau in Graden, Minuten und in der Anzahl von Sekunden ausgedrückt finden kann, welche durch 10 teilbar ist.

Man siehe die Beispiele 10a bis 18a in der Aufgabe 28.

3ter Fall.

Findet man den gegebenen Logarithmus in **keiner** der Kolonnen, welche mit der betreffenden Funktion über- oder unterschrieben sind, **ganz genau,** was am häufigsten vorkommt, so suche man in diesen Kolonnen den dem gegebenen nächst kleineren in der Tafel enthaltenen Logarithmus, schreibe den hierzu gehörigen Winkel, wie in den beiden ersten Fällen angegeben ist, heraus, bilde dann die Differenz *„d“*

(siehe Erkl. 78) dieses letzteren und des diesem in der Tafel nächstfolgenden, bezw. dem gegebenen nächst grösseren Logarithmus und dann verfahre man weiter, indem man:

a). **entweder** aus der Proportion:

$$\frac{60''}{y''} = \frac{d}{m}$$ } vergl. hiermit die Proportion in der Regel 4, Seite 168,

in welcher d die soeben bestimmte, bezw. die aus der Tafel zu entnehmende Differenz (siehe Erkl. 79) und m die noch zu bildende Differenz des gegebenen und des demselben nächst kleineren in der Tafel stehenden Logarithmus bedeutet,

die Grösse y berechnet, dieselbe, wenn sie Dezimalstellen enthält, analog der Erkl. 50 bis auf die Ganzen abrundet, da sie Sekunden darstellt und man nach der Erkl. 82 mittelst 5stelligen Tafeln höchstens Winkel bis auf Sekunden genau berechnen kann; dann diese y Sekunden dem bereits aus der Tafel entnommenen Winkel **addiert**, wenn die betreffende Funktion eine der Hauptfunktionen: **Sinus** und **Tangens** ist, dagegen diese y Sekunden von dem bereits aus der Tafel entnommenen Winkel **subtrahiert**, wenn die betreffende Funktion eine der Kofunktionen: **Kosinus** und **Kotangens** ist;

man siehe die Folgerung 2 auf Seite 47 in dem Kapitel: Die Goniometrie; vergl. ferner diese Regel mit der Regel 4, S. 168, und siehe die Uebungsbeispiele 19—26 in der Aufg. 28;

oder indem man (nach der Umkehrung der Regel 5, Seite 170):

b). in der mit „*P. P.*" bezeichneten Rubrik das Täfelchen sucht, welches mit dieser Differenz „d" (siehe die Erkl. 79) überschrieben ist, dann die Differenz m, nämlich die Differenz des gegebenen und des diesem nächst kleineren in der Tafel stehenden Logarithmus wie vorhin bestimmt und aus jenem Täfelchen die unter a). mittelst Proportion berechnete Grösse y entnimmt, indem man jene Differenz m hinter dem Vertikalstrich des Täfelchens sucht und den daneben vor dem Vertikalstrich stehenden Proportionalteil als diese gesuchte Grösse y betrachtet, wobei man folgende 3 Fälle beachten muss:

(siehe Erkl. 78) dieses letzteren und des diesem in der Tafel nächstfolgenden, bezw. dem gegebenen nächst grösseren Logarithmus und dann verfahre man weiter, indem man:

a). **entweder** aus der Proportion:

$$\frac{10''}{y''} = \frac{d}{m}$$ } vergl. hiermit die Proportion in der Regel 4a, Seite 168,

in welcher d die soeben bestimmte, bezw. die aus der Tafel zu entnehmende Differenz (siehe Erkl. 79) und m die noch zu bildende Differenz des gegebenen und des demselben nächst kleineren in der Tafel stehenden Logarithmus bedeutet,

die Grösse y berechnet, dieselbe bis auf die erste Dezimalstelle analog der Erkl. 50ᵃ abrundet, da man nach der Erkl. 82ᵃ mittelst 7stelligen Tafeln höchstens Winkel bis auf zehntel Sekunden berechnet; dann diese y Sekunden dem bereits aus der Tafel entnommenen Winkel **addiert**, wenn die betr. Funktion eine der Hauptfunktionen: **Sinus u. Tangens** ist, dagegen diese y Sekunden von dem bereits aus der Tafel entnommenen Winkel **subtrahiert**, wenn die betreffende Funktion eine der Kofunktionen: **Kosinus** und **Kotangens** ist;

man siehe die Folgerung 2 auf Seite 47 in dem Kapitel: Die Goniometrie; vergl. ferner diese Regel mit der Regel 4a, Seite 168, und siehe die Uebungsbeispiele 19a bis 26a in der Aufgabe 28;

oder indem man (nach der Umkehrung der Regel 5a, Seite 170):

b). in der mit „*P. P.*" bezeichneten Rubrik das Täfelchen sucht, welches mit dieser Differenz „d" (siehe die Erkl. 79) überschrieben ist, dann die Differenz m, nämlich die Differenz des gegebenen und des diesem nächst kleineren, in der Tafel stehenden Logarithmus wie vorhin bestimmt und aus jenem Täfelchen die unter a). mittelst Proportion berechnete Grösse y entnimmt, indem man jene Differenz m hinter dem Vertikalstrich des Täfelchens sucht und den daneben vor dem Vertikalstrich stehenden Proportionalteil als diese gesuchte Grösse y betrachtet, wobei man folgende Fälle beachten muss:

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes

Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 1. **Zinseszinsrechnung.**
„ 2. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch geometrische Analysis.**
„ 3. **Das Prisma.**
„ 4. **Ebene Trigonometrie.**
„ 5. **Das specifische Gewicht.**
„ 6. **Differentialrechnung.**
„ 7. **Proportionen.**
„ 8. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch algebraische Analysis.**
„ 9. **Die Reihen** (arithmetische).
„ 10. **Das Apollonische Berührungs-Problem.**
„ 11. **Die Reihen** (geometrische), Forts. von Heft 9.

Heft 12. **Die Pyramide.** (Forts. v. Heft 3.)
„ 13. **Der Pyramidenstumpf.** (Forts. von Heft 12.)
„ 14. **Das Apollonische Berührungsproblem.** (Forts. von Heft 10.)
„ 15. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 4.)
„ 16. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 1.)
„ 17. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 11.)
„ 18. **Der Cylinder.** (Forts. v. Heft 13.)
„ 19. **Der Kegel.** (Forts. von Heft 18.)
„ 20. **Der Kegelstumpf.** (Forts. von Heft 19.)
„ 21. } **Die Kugel und ihre Teile.**
„ 22. } (Forts. von Heft 20.)

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft. 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)
„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)
„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)
„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)
„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)
„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)
„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)
„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.
„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)
„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)
„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)
„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)
„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)
„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72). Mit Anhang u. Schluss der Logarithmen.
„ 74. **Die Wurzeln.**
Inhalt: Alle Lehrsätze, Formeln und Regeln, alle möglichen gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, welche sich auf die Wurzeln beziehen.
„ 75. **Die Wurzeln.** (Forts. v. Heft 74.)
„ 76. dto. („ „ „ 75.)
„ 77. dto. („ „ „ 76.)
„ 78. dto. („ „ „ 77.)
„ 79. dto. („ „ „ 78.)
„ 80. dto. („ „ „ 79.)
u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

76. Heft. | Preis des Heftes 25 Pf. | Die Logarithmen. Forts. von Heft 75. Seite 177—192.




Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst,** der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken-** u. **Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar-** u. **Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 75. — Seite 177—192.

Inhalt:

Fortsetzung über die Logarithmen der goniometrischen Funktionen und der Regeln 8 und 8a. — Gelöste Beispiele über das Aufschlagen der Logarithmen der goniometr. Funktionen spitzer Winkel mittelst 5- und 7-stelliger Tafel. — Gelöste Beispiele über das Aufschlagen der spitzen Winkel zu gegebenen Logarithmen goniometr. Funktionen mittelst 5- und 7-stelliger Tafel. — 257 gelöste und ungelöste Uebungsbeispiele.

Stuttgart 1883.

Verlag von Julius Maier.

Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte.

Die einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.

Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen. [De]mzufolge ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite [d]es Umschlags die nunmehrige Reihenfolge, wonach zunächst die Kapitel: **Potenzen**

α). Findet man die Differenz m hinter dem Vertikalstrich des betreffenden Täfelchens **ganz genau**, so ist der daneben vor dem Vertikalstrich stehende Proportionalteil jene gesuchte Grösse y;

β). Findet man, dass die Differenz m **nicht ganz genau** in dem Täfelchen enthalten ist, aber **zwischen den ersten fünf** darin stehenden Zahlen liegt, so ist der neben derjenigen dieser Zahlen stehende Proportionalteil, welcher der Differenz am nächsten kommt, die gesuchte Grösse y (siehe Erkl. 78 u. 82);

γ). Findet man endlich, dass die Differenz m **nicht ganz genau** in dem Täfelchen enthalten ist, aber **zwischen den letzten fünf** darin stehenden Zahlen liegt, so bestimme man die Grösse y, wie folgt:

Man entnehme dem Täfelchen zunächst denjenigen Proportionalteil, welcher zu der hinter dem Vertikalstrich stehenden Ziffer m_1 gehört, die zu der Differenz m die nächst kleinere ist, dann bestimme man die Differenz: $(m - m_1)$ und suche hinter dem Vertikalstrich auch diese Zahl, findet man dieselbe unter oder zwischen den ersten fünf daselbst stehenden Zahlen, so ist der vor dem Vertikalstrich neben derjenigen Zahl stehende Proportionalteil, welcher der Differenz $(m - m_1)$ am nächsten kommt, ein weiterer Proportionalteil, der zu dem bereits gefundenen **addiert**, die gesuchte Grösse y ergibt; findet man aber jene Differenz $(m - m_1)$ **nicht** unter jenen ersten fünf Ziffern, so multipliziere man diese Differenz $(m - m_1)$ mit 10 und suche sie unter oder zwischen den **letzten fünf** Ziffern, welche hinter dem Vertikalstrich stehen, alsdann erhält man aus dem vor dem Vertikalstrich neben derjenigen Zahl stehenden Proportionalteil, welcher der mit 10 multiplizierten Differenz $(m - m_1)$ am nächsten kommt, sobald man diesen Proportionalteil **durch 10 dividiert**, einen weiteren Proportionalteil, der zu jenem ersten Proportionalteil **addiert**, die gesuchte Grösse y ergibt.

Diese somit bestimmte Grösse y wird, wie unter a). angegeben ist, zu dem bereits aus der Tafel entnommenen Winkel **addiert**, wenn die betreffende Funktion eine der Hauptfunktionen: **Sinus** und **Tangens** ist, wird hingegen von diesem Logarithmus **subtrahiert**, wenn die betreffende Funktion eine der Kofunktionen: **Kosinus** und **Kotangens** ist.

Man siehe die Beispiele 27—34 in der Aufgabe 28 und die Erkl. 89.

4ter Fall.

Findet man den gegebenen Logarithmus in **keiner** der Kolonnen, welche mit der betreffenden Funktion über-

α). Findet man die Differenz m hinter dem Vertikalstrich des betreffenden Täfelchens **ganz genau**, so ist der daneben vor dem Vertikalstrich stehende Proportionalteil jene gesuchte Grösse y;

β). Findet man, dass diese Differenz m **nicht ganz genau** in dem Täfelchen enthalten ist, so entnehme man dem Täfelchen zunächst denjenigen Proportionalteil, welcher zu der hinter dem Vertikalstrich stehenden Ziffer m_1 gehört, die zu der Differenz m die nächst kleinere ist, dann bestimme man die Differenz: $(m - m_1)$, multipliziere dieselbe mit 10 und entnehme dem Täfelchen denjenigen Proportionalteil, welcher zu der hinter dem Vertikalstrich stehenden Ziffer gehört, die dieser Differenz $(m - m_1)$ am nächsten kommt, fügt man nun diesen zuletzt gefundenen Proportionalteil als Dezimalbruch an den ersten, so erhält man die Grösse y in Sekunden und in zehntel Sekunden ausgedrückt (man könnte auch noch hundertstel Sekunden des betreffenden Winkels berechnen, dies hat jedoch nach der Erkl. 82a keinen Sinn).

Diese somit bestimmte Grösse y wird, wie unter a). angegeben ist, zu dem bereits aus der Tafel entnommenen Winkel **addiert**, wenn die betreffende Funktion eine der Hauptfunktionen: **Sinus** und **Tangens** ist, wird hingegen von diesem Logarithmus **subtrahiert**, wenn die betreffende Funktion eine der Kofunktionen: **Kosinus** und **Kotangens** ist.

Man siehe die Beispiele 27a bis 34a in der Aufgabe 28 und die Erkl. 89.

4ter Fall.

Findet man den gegebenen Logarithmus in **keiner** der Kolonnen, welche mit der betreffenden Funktion über-

oder unterschrieben sind, **ganz genau** enthalten und muss er zwischen zwei Logarithmen liegen, die auf den **zwei ersten Seiten** der Tafel III stehen, liegt also der gesuchte Winkel nahe bei 0°, bezw. nahe bei 90° und muss bis auf Sekunden genau bestimmt werden, so suche man in der Hülfstafel, Tafel IV, den gegeb. Logarithmus, bezw. den demselben am nächsten kommenden in dieser Tafel enthaltenen Logarithmus. Der Einrichtung dieser Tafel entsprechend erhält man den gesuchten Winkel sofort bis auf Sekunden genau.

Man siehe die Erklärungen 83 bis 86, die Regel 6, Seite 173, und die Beispiele 34 bis 44 in der Aufgabe 28.

Erkl. 89. Ist in der Tafel **kein** Täfelchen enthalten, welches mit der betreffenden Differenz „*d*“ überschrieben ist, so wähle man das diesem am nächsten kommende Täfelchen oder man benutze das im 3ten Fall unter a). angegebene Verfahren.

oder unterschrieben sind, **ganz genau** enthalten, und muss er zwischen zwei Logarithmen liegen, die auf den **ersten Seiten** der Tafel III (von *Bremiker*) stehen, liegt also der gesuchte Winkel nahe bei 0° oder 90° und muss bis auf Sekunden genau bestimmt werden, so suche man in der Tafel II (von *Bremiker*) den gegeb. Logarithmus, bezw. den demselben am nächsten kommenden in dieser Tafel enthaltenen Logarithmus. Der Einrichtung dieser Tafel entsprechend erhält man den gesuchten Winkel sofort bis auf Sekunden genau. Wollte man aus dieser Tafel noch zehntel Sekunden finden, so müssten dieselben mittelst Proportionen berechnet werden, analog wie es in der Regel 8a im 3ten Fall unter a). angedeutet ist.

Man siehe die Erklärungen 83a, 84a, 85a und 86, die Regel 6a, Seite 173, und die Beispiele 40a bis 49a in der Aufgabe 28.

Aufgabe 27. Man soll die Logarithmen der goniometrischen Funktionen von **spitzen** Winkeln, welche in nachstehenden Uebungsbeispielen angeführt sind, bestimmen, und zwar:

mit Benutzung der Kleyer'schen fünf-stelligen log.-trigon. Tafel,
Tafel III, und deren Hülfstafel, Tafel IV:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1). *log sin* 6° 10′ = ... ?
Nach den Regeln 1 u. 2, S. 166 u. 167, findet man auf S. 48 der Tafel III:
log sin 6° 10′ = ... 9,03 109 — 10

2). *log sin* 11° 37′ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 53:
log sin 11° 37′ = ... 9,30 898 — 10

3). *log cos* 12° 22′ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 54:
log cos 12° 22′ = ... 9,98 980 — 10

4). *log tg* 19° 58′ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 61:
log tg 19° 58′ = ... 9,56 028 — 10

mit Benutzung der Vega'schen sieben-stelligen log.-trigon. Tafel,
von *Bremiker,*
Tafel III, und deren Hülfstafel, Tafel II:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1a). *log sin* 6° 10′ 0″ = ... ?
Nach den Regeln 1a u. 2a, S. 166 u. 167, findet man auf S. 327 der betreffenden Tafel:
log sin 6° 10′ 0″ = . . . 9,0310890—10

2a). *log sin* 11° 37′ 0″ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 359:
log sin 11° 37′ 0″ = . . . 9,3039794—10

3a). *log sin* 11° 37′ 40″ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 359:
log sin 11° 37′ 40″ = . . 9,3043889—10

4a). *log cos* 12° 22′ 0″ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 364:
log cos 12° 22′ 0″ = . . 9,9898043—10

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

5). *log ctg* $26^0\,43'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 68:
log ctg $26^0\,43'$ = . . . 10,29 816 — 10

6). *log ctg* $39^0\,59'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 81:
log ctg $39^0\,59'$ = . . . 10,07 644 — 10

7). *log cos* $44^0\,54'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 86:
log cos $44^0\,54'$ = ... 9,85 024 — 10

8). *log sin* $15^0\,0'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 57:
log sin $15^0\,0'$ = ... 9,41 300 — 10

---

9). *log sin* $45^0\,1'$ = ... ?
Nach den Regeln 1 u. 3, S. 166 u. 167, findet man auf S. 86 der Tafel III:
log sin $45^0\,1'$ = ... 9,84 961 — 10

10). *log sin* $46^0\,31'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 85:
log sin $46^0\,31'$ = ... 9,86 068 — 10

11). *log cos* $50^0\,1'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 81:
log cos $50^0\,1'$ = ... 9,80 792 — 10

12). *log cos* $54^0\,26'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 77:
log cos $54^0\,26'$ = ... 9,76 466 — 10

13). *log tg* $65^0\,11'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 66:
log tg $65^0\,11'$ = . . . 10,33 497 — 10

14). *log ctg* $74^0\,39'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 57:
log ctg $74^0\,39'$ = ... 9,43 855 — 10

15). *log ctg* $89^0\,53'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 42:
log ctg $89^0\,53'$ = ... 7,30 882 — 10

16). *log sin* $74^0\,0'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 57:
log sin $74^0\,0'$ = ... 9,98 284 — 10

17). *log ctg* $63^0\,0'$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 68:
log ctg $63^0\,0'$ = ... 9,70 717 — 10

---

18). *log sin* $26^0\,8'\,32''$ = ... ?
Nach der Regel 4, S. 168, erhält man aus der Tafel III:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

5a). *log cos* $14^0\,0'\,30''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 374:
log cos $14^0\,0'\,30''$ = . . 9,9868884 — 10

6a). *log tg* $19^0\,58'\,0''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 409:
log tg $19^0\,58'\,0''$ = . . 9,5602792 — 10

7a). *log tg* $22^0\,3'\,20''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 482:
log tg $22^0\,3'\,20''$ = . . 9,6076207 — 10

8a). *log ctg* $25^0\,43'\,0''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 444:
log ctg $25^0\,43'\,0''$ = ... 0,3172902

9a). *log ctg* $32^0\,19'\,30''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 483:
log ctg $32^0\,19'\,30''$ = ... 0,1987441

10a). *log cos* $44^0\,59'\,50''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 559:
log cos $44^0\,59'\,50''$ = . . 9,8495061 — 1

11a). *log sin* $15^0\,0'\,0''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 380:
log sin $15^0\,0'\,0''$ = . . 9,4129962 — 10

12a). *log cos* $26^0\,0'\,0''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 446:
log cos $26^0\,0'\,0''$ = . . . 9,9536602 — 10

13a). *log sin* $45^0\,1'$ = ... ?
Nach den Regeln 1a u. 3a, S. 166 u. 167, findet man auf Seite 559 der betreffenden Tafel:
log sin $45^0\,1'$ = . . . 9,8496113 — 10

14a). *log sin* $45^0\,10'\,50''$ = . . . ?
Wie vorhin findet man auf S. 558:
log sin $45^0\,10'\,50''$ = . . 9,8508493 — 10

15a). *log sin* $46^0\,35'\,10''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 550:
log sin $46^0\,35'\,10''$ = . . 9,8611807 — 10

16a). *log cos* $50^0\,1'\,0''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 529:
log cos $50^0\,1'\,0''$ = . . 9,8079169 — 10

17a). *log cos* $54^0\,0'\,20''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 505:
log cos $54^0\,0'\,20''$ = . . 9,7691607 — 10

18a). *log tg* $65^0\,11'\,0''$ = ... ?
Wie vorhin findet man auf S. 488:
log tg $65^0\,11'\,0''$ = . . . 0,3349654

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$\log\sin 26^0\,8'\,00'' = 9{,}64\,391 - 10$
$+32''$ $\quad +14$ *).
$9{,}64\,405 - 10$

mithin ist:
$\log\sin 26^0\,8'\,32'' = \ldots\ 9{,}64\,405 - 10$

*). Aus der Proportion:
$\frac{60''}{32''} = \frac{26}{x}$ erhält man:
$x = \frac{32 \cdot 26}{60} = 13{,}8\ldots = 14$ (siehe Erkl. 50).

19). $\log\sin 47^0\,0'\,58'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin erhält man:
$\log\sin 47^0\,0'\,00'' = 9{,}86\,413 - 10$
$+58''$ $\quad +12$ *).
$9{,}86\,425 - 10$

mithin ist:
$\log\sin 47^0\,0'\,58'' = \ldots\ 9{,}86\,425 - 10$

*). Aus der Proportion:
$\frac{60''}{58''} = \frac{12}{x}$ erhält man:
$x = \frac{58 \cdot 12}{60} = 11{,}6 = 12$

20). $\log\cos 11^0\,28'\,44'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin erhält man:
$\log\cos 11^0\,28'\,00'' = 9{,}99\,124 - 10$
$+44''$ $\quad -1$ *).
$9{,}99\,123 - 10$

mithin ist:
$\log\cos 11^0\,28'\,44'' = \ldots\ 9{,}99\,123 - 10$

*). Aus der Proportion:
$\frac{60''}{44''} = \frac{2}{x}$ erhält man:
$x = \frac{44 \cdot 2}{60} = 1{,}4 = 1$ (siehe Erkl. 50).
Die Grösse x muss, da die betreffende Funktion eine Kofunktion ist, abgezogen werden.

21). $\log\cos 70^0\,10'\,27'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin erhält man:
$\log\cos 70^0\,10'\,00'' = 9{,}53\,056 - 10$
$+27''$ $\quad -16$ *).
$9{,}53\,040 - 10$

mithin ist:
$\log\cos 70^0\,10'\,27'' = \ldots\ 9{,}53\,040 - 10$

*). Aus der Proportion:
$60'' : 27'' = 35 : x$ erhält man:
$x = \frac{27 \cdot 35}{60} = 15{,}7 = 16$ (siehe Erkl. 50).

22). $\log tg\, 15^0\,38'\,38'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin erhält man:
$\log tg\, 15^0\,38'\,00'' = 9{,}44\,690 - 10$
$+38''$ $\quad +30$ *).
$9{,}44\,720 - 10$

mithin ist:
$\log tg\, 15^0\,38'\,38'' = \ldots\ 9{,}44\,720 - 10$

*). Aus der Proportion:
$60'' : 38'' = 48 : x$ erhält man:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

19a). $\log tg\, 66^0\,59'\,50'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin findet man auf S. 428:
$\log tg\, 66^0\,59'\,50'' = \ldots\ 0{,}372\,0895$

20a). $\log ctg\, 74^0\,39'\,0'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin findet man auf S. 382:
$\log ctg\, 74^0\,39'\,0'' = \ldots\ 9{,}438\,5538 - 10$

21a). $\log ctg\, 89^0\,53'\,40'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin findet man auf S. 290:
$\log ctg\, 89^0\,53'\,40'' = \ldots\ 7{,}265\,3590 - 10$

22a). $\log\sin 74^0\,0'\,0'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin findet man auf S. 385:
$\log\sin 74^0\,0'\,0'' = \ldots\ 9{,}982\,8416 - 10$

23a). $\log ctg\, 63^0\,0'\,0'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin findet man auf S. 451:
$\log ctg\, 63^0\,0'\,0'' = \ldots\ 9{,}707\,1659 - 10$

24a). $\log\sin 26^0\,8'\,32'' = \ldots\ ?$
Nach der Regel 4a, S. 168, erhält man aus der Vega'schen Tafel, Tafel III:
$\log\sin 26^0\,8'\,30'' = 9{,}644\,0367 - 10$
$+2''$ $\quad +86$ *).
$9{,}644\,0453 - 10$

mithin ist:
$\log\sin 26^0\,8'\,32'' = \ldots\ 9{,}644\,0453 - 10$

*). Aus der Proportion:
$10'' : 2'' = 429 : x$ erhält man:
$x = \frac{2 \cdot 429}{10} = 85{,}8 = 86$ (siehe Erkl. 50).

25a). $\log\sin 47^0\,0'\,58{,}6'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin erhält man:
$\log\sin 47^0\,0'\,50{,}0'' = 9{,}864\,2256 - 10$
$+8{,}6''$ $\quad +169$ *).
$9{,}864\,2425 - 10$

mithin ist:
$\log\sin 47^0\,0'\,58{,}6'' = \ldots\ 9{,}864\,2425 - 10$

*). Aus der Proportion:
$10'' : 8{,}6'' = 196 : x$ erhält man:
$x = \frac{8{,}6 \cdot 196}{10} = 168{,}56 = 169$ (siehe Erkl. 50a).

26a). $\log\cos 11^0\,28'\,44'' = \ldots\ ?$
Wie vorhin erhält man:
$\log\cos 11^0\,28'\,40'' = 9{,}991\,2269 - 10$
$+4''$ $\quad -17$ *).
$9{,}991\,2252 - 10$

mithin ist:
$\log\cos 11^0\,28'\,44'' = \ldots\ 9{,}991\,2252 - 10$

*). Aus der Proportion:
$10'' : 4'' = 42 : x$ erhält man:
$x = \frac{4 \cdot 42}{10} = 16{,}8 = 17$
Die Grösse x muss, da die betreffende Funktion eine Kofunktion ist, abgezogen werden.

Uebungsbeispiele: Resultate:

$x = \frac{38 . 48}{60} = 30,4 = 30$ (siehe Erkl. 50).

23). *log tg* 52° 59′ 58″ = ... ?

Wie vorhin erhält man:

log tg 52° 59′ 00″ = 10,12 262 — 10
+ 58″ + 26 *).
10,12 288 — 10

mithin ist:

log tg 52° 59′ 58″ = . . 10,12 288 — 10

*). Aus der Proportion:

60″ : 58″ = 27 : x erhält man:

$x = \frac{58 . 27}{60} = 26,1 = 26$

24). *log ctg* 44° 51′ 36″ = ... ?

Wie vorhin erhält man:

log ctg 44° 51′ 00″ = 10,00 227 — 10
+ 36″ — 15 *).
10,00 212 — 10

mithin ist:

log ctg 44° 51′ 36″ = . . 10,00 212 — 10

*). Aus der Proportion:

60″ : 36″ = 25 : x erhält man:

$x = \frac{36 . 25}{60} = 15$

Die Grösse x muss, da die betreffende Funktion eine Kofunktion ist, abgezogen werden.

25). *log ctg* 45° 59′ 42″ = ... ?

Wie vorhin findet man:

log ctg 45° 59′ 00″ = 9,98 509 — 10
+ 42″ — 18 *).
9,98 491 — 10

mithin ist:

log ctg 45° 59′ 42″ = . . 9,98 491 — 10

*). Aus der Proportion:

60″ : 42″ = 25 : x erhält man:

$x = \frac{42 . 25}{60} = 17,5 = 18$

---

26). *log sin* 26° 8′ 32″ = ... ?

Nach der Regel 5, S. 170, erhält man aus der Tafel III:

log sin 26° 8′ 00″ = 9,64 391 — 10
+ 30″ + 13,0 } *).
+ 2″ + 0,87 }
9,64 405 — 10

mithin ist:

log sin 26° 8′ 32″ = . . . 9,64 405 — 10

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 18.

*). Diese Proportionalteile wurden aus dem mit $d = 26$ überschrieb. Täfelchen entnommen. Die Dezimalstellen dieser Proportionalteile müssen bei der Addition abgerundet werden.

Uebungsbeispiele: Resultate:

27a). *log cos* 70° 10′ 27,7″ = . . . ?

Wie vorhin erhält man:

log cos 70° 10′ 20,0″ = 9,5304482 — 10
+ 7,7″ — 449 *).
9,5304033 — 10

mithin ist:

log cos 70° 10′ 27,7″ = . . 9,5304033 — 10

*). Aus der Proportion:

10″ : 7,7″ = 584 : x erhält man:

$x = \frac{7,7 . 584}{10} = 448,88 = 449$ (siehe Erkl. 50).

28a). *log tg* 15° 38′ 38″ = ... ?

Wie vorhin erhält man:

log tg 15° 38′ 30″ = 9,4471411 — 10
+ 8″ + 649 *).
9,4472060 — 10

mithin ist:

log tg 15° 38′ 38″ = . . 9,4472060 — 10

*). Aus der Proportion:

10″ : 8″ = 811 : x erhält man:

$x = \frac{8 . 811}{10} = 648,8 = 649$

29a). *log tg* 52° 59′ 58,3″ = . . . ?

Wie vorhin findet man:

log tg 52° 59′ 50,0″ = 0,1228418
+ 8,3″ + 364 *).
0,1228782

mithin ist:

log tg 52° 59′ 58,3″ = . . . 0,1228782

*). Aus der Proportion:

10″ : 8,3″ = 438 : x erhält man:

$x = \frac{438 . 8,3}{10} = 363,54 = 364$

30a). *log ctg* 44° 51′ 36″ = ... ?

Wie vorhin findet man:

log ctg 44° 51′ 30″ = 0,002 1476
+ 6″ — 253 *).
0,002 1223

mithin ist:

log ctg 44° 51′ 36″ = . . . 0,002 1223

*). Aus der Proportion:

10″ : 6″ = 421 : x erhält man:

$x = \frac{6 . 421}{10} = 252,6 = 253$

Die Grösse x muss, da die betreffende Funktion eine Kofunktion ist, abgezogen werden.

31a). *log ctg* 45° 59′ 42,4″ = . . . ?

Wie vorhin findet man:

log ctg 45° 59′ 40,0″ = 9,9849215 — 10
+ 2,4″ — 101 *).
9,9849114 — 10

mithin ist:

log ctg 45° 59′ 42,4″ = . . 9,9849114 — 10

*). Aus der Proportion:

10″ : 2,4″ = 422 : x erhält man:

$x = \frac{2,4 . 422}{10} = 101,28 = 101$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

27). $\log \sin 47^0\,0'\,58'' = \ldots\ldots ?$
Wie vorhin findet man:
$\log \sin 47^0\,0'\,00'' = 9{,}86\,413 - 10$
$+ 50''$ $+ 10{,}0$
$+ 8''$ $+ 1{,}6$ *).
$9{,}86\,425 - 10$
mithin ist:
$\log \sin 47^0\,0'\,58'' = \ldots 9{,}86\,425 - 10$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 19.

*). Hier wurde das mit $d = 12$ überschriebene Täfelchen benutzt.

28). $\log \cos 11^0\,28'\,44'' = \ldots\ldots ?$
Wie vorhin findet man:
$\log \cos 11^0\,28'\,00'' = 9{,}99\,124 - 10$
$+ 40''$ $- 1{,}3$
$+ 4''$ $- 0{,}13$ *).
$9{,}99\,123 - 10$
mithin ist:
$\log \cos 11^0\,28'\,44'' = \ldots 9{,}99\,123 - 10$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 20.

*). Hier wurde das mit $d = 2$ überschriebene Täfelchen benutzt. Diese Proportionalteile müssen, da die betreffende Funktion eine **Kofunktion** ist, **subtrahiert** werden, und zwar geschieht dies, indem man die Proportionalteile in Gedanken addiert, **abrundet** und dann subtrahiert.

29). $\log \cos 70^0\,10'\,27'' = \ldots\ldots ?$
Wie vorhin findet man:
$\log \cos 70^0\,10'\,00'' = 9{,}53\,056 - 10$
$+ 20''$ $- 11{,}7$
$+ 7''$ $- 4{,}1$ *).
$9{,}53\,040 - 10$
mithin ist:
$\log \cos 70^0\,10'\,27'' = \ldots 9{,}53\,040 - 10$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 21.

*). Hier wurde das mit $d = 35$ überschriebene Täfelchen benutzt und zwar wie im Beispiel 28.

30). $\log tg\ 15^0\,38'\,38'' = \ldots\ldots ?$
Wie vorhin findet man:
$\log tg\ 15^0\,38'\,00'' = 9{,}44\,690 - 10$
$+ 30''$ $+ 24{,}0$
$+ 8''$ $+ 6{,}4$ *).
$9{,}44\,720 - 10$
mithin ist:
$\log tg\ 15^0\,38'\,38'' = \ldots 9{,}44720 - 10$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 22.

*). Hier wurde das mit $d = 48$ überschriebene Täfelchen benutzt.

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

32a). $\log \sin 26^0\,8'\,32'' = \ldots\ldots ?$
Nach der Regel 5a, S. 170, erhält man aus der Tafel III:
$\log \sin 26^0\,8'\,30'' = 9{,}644\,0367 - 10$
$+ 2''$ $+ 85{,}8$ *).
$9{,}644\,0453 - 10$
mithin ist:
$\log \sin 26^0\,8'\,30'' = \ldots 9{,}644\,0453 - 10$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 24a.

*). Dieser Proportionalteil wurde aus dem mit $d = 429$ überschriebenen Täfelchen entnommen. Die Dezimalstellen solcher Proportionalteile müssen bei der Addition **abgerundet** werden.

33a). $\log \sin 47^0\,0'\,58{,}6'' = \ldots\ldots ?$
Wie vorhin findet man:
$\log \sin 47^0\,0'\,50{,}0'' = 9{,}864\,2256 - 10$
$+ 8{,}0''$ $+ 156{,}8$
$+ 0{,}6''$ $+ 11{,}76$ *).
$9{,}864\,2425 - 10$
mithin ist:
$\log \sin 47^0\,0'\,58{,}6'' = \ldots 9{,}864\,2425 - 10$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 25a.

*). Hier wurde das mit $d = 196$ überschriebene Täfelchen benutzt.

34a). $\log \cos 11^0\,28'\,44'' = \ldots\ldots ?$
Wie vorhin findet man:
$\log \cos 11^0\,28'\,40'' = 9{,}991\,2269 - 10$
$+ 4''$ $- 16{,}8$ *).
$9{,}991\,2252 - 10$
mithin ist:
$\log \cos 11^0\,28'\,44'' = \ldots 9{,}991\,2252 - 10$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 26a.

*). Hier wurde das mit $d = 42$ überschriebene Täfelchen benutzt. Diese Proportionalteile müssen, da die betr. Funktion eine **Kofunktion** ist, **subtrahiert** werden. Sind mehrere Proportionalteile, wie in dem folgenden Beispiel zu subtrahieren, so addiere man dieselben, **runde** diese Summe bis auf die Ganzen ab und **subtrahiere** dies in Gedanken berechnete Resultat.

35a). $\log \cos 70^0\,10'\,27{,}7'' = \ldots\ldots ?$
Wie vorhin findet man:
$\log \cos 70^0\,10'\,20{,}0'' = 9{,}530\,4482 - 10$
$+ 7{,}0''$ $- 408{,}1$
$+ 0{,}7''$ $- 40{,}8$ *).
$9{,}530\,4033 - 10$
mithin ist:
$\log \cos 70^0\,10'\,27{,}7'' = \ldots 9{,}530\,4033 - 10$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 27a.

*). Hier hätte ein Täfelchen benutzt werden müssen, welches mit der Differenz $d = 584$ überschrieben ist, da aber kein solches in der Tafel enthalten ist, so

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

31). *log tg* 52° 59′ 58″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log tg 52° 59′ 00″ = 10,12262 — 10
+ 50″ + 22,5 } *).
+ 8″ + 3,6
10,12288 — 10
mithin ist:
log tg 52° 59′ 58″ = . . . 10,12288 — 10
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 23.

*). Hier wurde das mit 27 überschriebene Täfelchen benutzt.

32). *log ctg* 44° 51′ 36″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log ctg 44° 51′ 00″ = 10,00227 — 10
+ 30″ — 12,5 } *).
+ 6″ — 2,5
10,00212 — 10
mithin ist:
log ctg 44° 51′ 36″ = . . 10,00212 — 10
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 24.

*). Hier wurde das mit 25 überschriebene Täfelchen benutzt und zwar wie im Beispiel 28.

33). *log ctg* 45° 59′ 42″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log ctg 45° 59′ 00″ = 9,98509 — 10
+ 40″ — 16,7 } *).
+ 2″ — 0,83
9,98491 — 10
mithin ist:
log ctg 45° 59′ 42″ = . . . 9,98491 — 10
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 25.

*). Hier wurde das mit 25 überschriebene Täfelchen benutzt und zwar wie im Beispiel 28.

---

34). *log sin* 0° 0′ 56″ = ... ?
Nach der Regel 6, S. 173, erhält man aus der der Tafel III beigefügten Hülfstafel IV:
log sin 0° 0′ 56″ = . . . 6,43376 — 10

35). *log sin* 1° 2′ 5″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log sin 1° 2′ 5″ = . . . 8,25668 — 10

36). *log sin* 1° 59′ 58″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log sin 1° 59′ 58″ = . . . 8,54270 — 10

37). *log tg* 0° 0′ 57″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log tg 0° 0′ 57″ = . . . 6,44145 — 10

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

wurde das mit d = 583 überschriebene Täfelchen benutzt. Im übrigen siehe man die Andeutung zu Beispiel 34a.

36a). *log tg* 15° 38′ 38″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log tg 15° 38′ 30″ = 9,4471411 — 10
+ 8″ + 649,6 *).
9,4472060 — 10
mithin ist:
log tg 15° 38′ 38″ = . . 9,4472060 — 10
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 28a.

*). Hier hätte ein Täfelchen benutzt werden müssen, welches mit der Differenz d = 811 überschrieben ist, da aber kein solches in der Tafel enthalten ist, so wurde das mit 812 überschriebene benutzt; bei der **Abrundung** des für den Proportionalteil sich ergebenden Dezimalbruchs wurde aber **keine Erhöhung** der letzten Ziffer der Ganzen dieses Proportionalteils vorgenommen.

37a). *log tg* 52° 59′ 58,3″ = . . . ?
Wie vorhin findet man:
log tg 52° 59′ 50,0″ = 0,1228418
+ 8,0″ + 350,4 } *).
+ 0,3″ + 13,14
0,1228782
mithin ist:
log tg 52° 59′ 58,3″ = . . . 0,1228782
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 29a.

*). Hier wurde das mit d = 438 überschriebene Täfelchen benutzt.

38a). *log ctg* 44° 51′ 36″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log ctg 44° 51′ 30″ = 0,0021476
+ 6″ — 252,6 *).
0,0021223
mithin ist:
log ctg 44° 51′ 36″ = . . . 0,0021223
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 30a.

*). Hier wurde das mit d = 421 überschriebene Täfelchen benutzt. Im übrigen beachte man die Andeutung zu 34a.

39a). *log ctg* 45° 59′ 42,4″ = . . . ?
Wie vorhin findet man:
log ctg 45° 59′ 40,0″ = 9,9849215 — 10
+ 2,0″ — 84,4 } *).
+ 0,4″ — 16,88
9,9849114 — 10
mithin ist:
log ctg 45° 49′ 42,4″ = . . 9,9849114 — 10
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 31a.

*). Hier wurde das mit d = 422 überschriebene Täfelchen benutzt. Im übrigen ist die Andeutung zu Beisp. 34a zu beachten.

Uebungsbeispiele: Resultate:

38). *log tg* 1° 32′ 25″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log tg 1° 32′ 25″ = . . . 8,42 958 — 10

39). *log cos* 89° 54′ 5″ = ... ?
Wie vorhin findet man, wenn die am Fusse der Seiten und Kolonnen der Tafel IV und die in den letzten Kolonnen stehende Winkelbezeichnung beachtet wird:
log cos 89° 54′ 5″ = . . 7,23 580 — 10

40). *log cos* 88° 17′ 46″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log cos 89° 17′ 46″ = . . 8,47 325 — 10

41). *log ctg* 88° 0′ 14″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log ctg 88° 0′ 14″ = . . 8,54 224 — 10

42). *log ctg* 89° 27′ 57″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log ctg 89° 27′ 57″ = . . 7,96 957 — 10

---

43). *log ctg* 0° 9′ 42″ = ... ?
Wie vorhin und mit Hülfe der Erkl. 86, Seite 172, erhält man:
log ctg 0° 9′ 42″ = — *log tg* 0° 9′ 42″
= — (7,45 050 — 10)
= — 7,45 050 + 10
mithin ist:
log ctg 0° 9′ 42″ = ... 2,54 950 *).

*). Dieser Logarithmus ist nicht um 10 Einheiten zu gross.

44). *log tg* 89° 51′ 27″ = ... ?
Wie vorhin und mit Hülfe der Erkl. 86, Seite 156, erhält man:
log tg 89° 51′ 27″ = — *log ctg* 89° 51′ 27″
= — (7,39 569 — 10)
= — 7,39 569 + 10
mithin ist:
log tg 89° 51′ 27″ = . . . 2,60 431 *).

*). Dieser Logarithmus ist nicht um 10 Einheiten zu gross.

Erkl. 90. Die Logarithmen der **Kosinus nahe bei 0° liegender**, ebenso die Logarithmen der **Sinus nahe bei 90° liegender Winkel** unterscheiden sich für solche Winkel, die **bis auf Sekunden** genau gegeben sind, **erst in späteren als in der** 5ten Dezimalstelle, deshalb sind hier keine Beispiele angeführt in welchen der Logarithmus dieser Funktionen für solche Winkel verlangt wird.

Uebungsbeispiele: Resultate:

40a). *log sin* 0° 0′ 56″ = ... ?
Nach der Regel 6a, Seite 173, erhält man aus der Vega'schen Tafel, Tafel II:
log sin 0° 0′ 56″ = . . 6,433 7629 — 10

41a). *log sin* 1° 59′ 58,8″ = . . . ?
Wie vorhin erhält man:
log sin 1° 59′ 58,0″ = 8,542 6986 — 10
+ 0,8″ + 482 *).
8,542 7468 — 10
mithin ist:
log sin 1° 59′ 58,8″ = . . 8,542 7468 — 10

*). Mittelst der in der Regel 4a aufgestellten analogen Proportion:
$\frac{1''}{0{,}8''} = \frac{603}{x}$ erhält man:
$x = 603 . 0{,}8 = 482{,}4 = 482$

42a). *log tg* 0° 0′ 57″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log tg 0° 0′ 57″ = . . 6,441 4497 — 10

43a). *log tg* 1° 32′ 25,6″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log tg 1° 32′ 25,0″ = 8,429 5811 — 10
+ 0,6″ + 470 *).
8,429 6281 — 10
mithin ist:
log tg 1° 32′ 25,6″ = . . 8,429 6281 — 10

*). Mittelst der Proportion:
$\frac{1''}{0{,}6''} = \frac{783}{x}$ erhält man:
$x = 783 . 0{,}6 = 469{,}8 = 470$

44a). *log cos* 89° 54′ 5″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log cos 89° 54′ 5″ = . . 7,235 8030 — 10

45a). *log cos* 88° 17′ 46,7″ = . . . ?
Wie vorhin findet man:
log cos 88° 17′ 46,0″ = 8,473 2546 — 10
+ 0,7″ — 496 *).
8,473 2050 — 10
mithin ist:
log cos 88° 17′ 46,7″ = . . 8,473 2050 — 10

*). Aus der Proportion:
$\frac{1''}{0{,}7''} = \frac{708}{x}$ erhält man:
$x = 708 . 0{,}7 = 495{,}6 = 496$
welcher Proportionalteil subtrahiert werden muss, da die betreffende Funktion eine Kofunktion ist.

46a). *log ctg* 88° 0′ 14″ = ... ?
Wie vorhin findet man:
log ctg 88° 0′ 14″ = . . 8,542 2378 — 10

47a). *log ctg* 89° 27′ 57,4″ = . . . ?
Wie vorhin findet man:
log ctg 89° 27′ 57,0″ = 7,969 5667 — 10
+ 0,4″ — 904 *).
7,969 4763 — 10

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

45). *log sin* 4° 20′ = ... ?
46). *log sin* 13° 22′ = ... ?
47). *log sin* 44° 59′ = ... ?
48). *log cos* 14° 33′ = ... ?
49). *log cos* 32° 50′ = ... ?
50). *log tg* 20° 52′ = ... ?
51). *log tg* 44° 10′ = ... ?
52). *log ctg* 28° 22′ = ... ?
53). *log ctg* 39° 39′ = ... ?
54). *log sin* 16° 0′ = ... ?
55). *log ctg* 44° 0′ = ... ?

---

56) *log sin* 45° 0′ = ... ?
57). *log sin* 46° 10′ = ... ?
58). *log sin* 48° 39′ = ... ?
59). *log cos* 51° 0′ = ... ?
60). *log cos* 52° 1′ = ... ?
61). *log cos* 57° 36′ = ... ?
62). *log tg* 60° 11′ = ... ?
63). *log tg* 63° 59′ = ... ?
64). *log ctg* 71° 39′ = ... ?
65). *log ctg* 88° 56′ = ... ?

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

mithin ist:
log ctg 89° 27′ 57,4″ = . . 7,9694763 — 10

*). Aus der Proportion:

$$\frac{1''}{0{,}4''} = \frac{2259}{x} \quad \text{erhält man:}$$

$$x = 2259 \cdot 0{,}4 = 903{,}6 = 904$$

welcher Proportionalteil subtrahiert werden muss, da die betreffende Funktion eine Kofunktion ist.

48a). *log ctg* 0° 9′ 42″ = ... ?
Wie vorhin und mit Hülfe der Erkl. 86, Seite 172, erhält man:

log ctg 0° 9′ 42″ = — *log tg* 0° 9′ 42″
= — (7,4504990 — 10)
= — 7,4504990 + 10

mithin ist:
log ctg 0° 9′ 42″ = . . . 2,5495010 *).

*). Dieser Log. ist nicht um 10 Einheiten zu gross.

49a). *log tg* 89° 51′ 27″ = ... ?
Wie vorhin und mit Hülfe der Erkl. 86, Seite 172, erhält man:

log tg 89° 51′ 27″ = — *log ctg* 89° 51′ 27″
= — (7,3956931 — 10)
= — 7,3956931 + 10

mithin ist:
log tg 89° 51′ 27″ = . . . 2,6043069 *).

*). Dieser Log. ist nicht um 10 Einheiten zu gross.

50a). *log sin* 4° 20′ 0″ = ... ?
51a). *log sin* 13° 22′ 0″ = ... ?
52a). *log sin* 13° 22′ 50″ = ... ?
53a). *log cos* 16° 33′ 0″ = ... ?
54a). *log cos* 26° 0′ 40″ = ... ?
55a). *log tg* 11° 42′ 0″ = ... ?
56a). *log tg* 41° 9′ 10″ = ... ?
57a). *log ctg* 27° 17′ 0″ = ... ?
58a). *log ctg* 43° 23′ 40″ = ... ?
59a). *log sin* 44° 0′ 0″ = ... ?
60a). *log ctg* 11° 0′ 0″ = ... ?

61a). *log sin* 45° 0′ 0″ = ... ?
62a). *log sin* 46° 10′ 0″ = ... ?
63a). *log sin* 48° 39′ 30″ = ... ?
64a). *log cos* 51° 0′ 0″ = ... ?
65a). *log cos* 52° 1′ 0″ = ... ?
66a). *log cos* 57° 36′ 10″ = ... ?
67a). *log tg* 60° 11′ 0″ = ... ?
68a). *log tg* 63° 59′ 50″ = ... ?
69a). *log ctg* 71° 39′ 0″ = ... ?
70a). *log ctg* 88° 56′ 40″ = ... ?

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

Nachstehende Beispiele sollen analog den Beispielen 18—25 gelöst werden.

66). $\log\sin 23^0\,3'\,38''$ = ... ?
67). $\log\sin 41^0\,0'\,14''$ = ... ?
68). $\log\sin 50^0\,10'\,16''$ = ... ?
69). $\log\cos 10^0\,13'\,22''$ = ... ?
70). $\log\cos 72^0\,20'\,41''$ = ... ?
71). $\log tg\; 20^0\,40'\,29''$ = ... ?
72). $\log tg\; 61^0\,0'\,7''$ = ... ?
73). $\log ctg\; 10^0\,10'\,15''$ = ... ?
74). $\log ctg\; 81^0\,14'\,31''$ = ... ?

Nachstehende Beispiele sollen analog den Beispielen 26—33 gelöst werden.

75). $\log\sin 22^0\,4'\,16''$ = ... ?
76). $\log\sin 44^0\,0'\,14''$ = ... ?
77). $\log\sin 60^0\,20'\,45''$ = ... ?
78). $\log\cos 30^0\,27'\,19''$ = ... ?
79). $\log\cos 81^0\,45'\,45''$ = ... ?
80). $\log tg\; 33^0\,41'\,39''$ = ... ?
81). $\log tg\; 65^0\,15'\,55''$ = ... ?
82). $\log ctg\; 20^0\,10'\,41''$ = ... ?
83). $\log ctg\; 79^0\,50'\,19''$ = ... ?

Nachstehende Beispiele sind analog den Beispielen 34—42 zu lösen.

84). $\log\sin\; 0^0\,0'\,14''$ = ... ?
85). $\log\sin\; 0^0\,13'\,36''$ = ... ?
86). $\log\sin\; 1^0\,58'\,41''$ = ... ?
87). $\log tg\; 0^0\,0'\,23''$ = ... ?
88). $\log tg\; 1^0\,1'\,1''$ = ... ?
89). $\log\cos 89^0\,1'\,14''$ = ... ?
90). $\log\cos 88^0\,43'\,26''$ = ... ?
91). $\log ctg\; 88^0\,10'\,13''$ = ... ?
92). $\log ctg\; 89^0\,46'\,37''$ = ... ?

Nachstehende Beispiele sind analog den Beispielen 43 und 44 zu lösen.

93). $\log ctg\; 0^0\,46'\,51''$ = ... ?
94). $\log ctg\; 1^0\,30'\,46''$ = ... ?
95). $\log tg\; 88^0\,54'\,9''$ = ... ?
96). $\log tg\; 89^0\,50'\,46''$ = ... ?

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

Nachstehende Beispiele sollen analog den Beispielen 24a bis 31a gelöst werden.

71a). $\log\sin 23^0\,3'\,38''$ = . . . ?
72a). $\log\sin 41^0\,0'\,14{,}7''$ = . . . ?
73a). $\log\sin 50^0\,10'\,16{,}37''$ = . . ?
74a). $\log\cos 10^0\,13'\,22''$ = . . . ?
75a). $\log\cos 72^0\,20'\,41{,}9$ = . . . ?
76a). $\log tg\; 20^0\,40'\,29''$ = . . . ?
77a). $\log tg\; 61^0\,0'\,7{,}6''$ = . . . ?
78a). $\log ctg\; 10^0\,10'\,16''$ = . . . ?
79a). $\log ctg\; 81^0\,14'\,31{,}8''$ = . . . ?

Nachstehende Beispiele sollen analog den Beispielen 32a bis 39a gelöst werden.

80a). $\log\sin 22^0\,4'\,16''$ = . . . ?
81a). $\log\sin 44^0\,0'\,14{,}3''$ = . . . ?
82a). $\log\sin 60^0\,20'\,45{,}19''$ = . . ?
83a). $\log\cos 30^0\,27'\,19''$ = . . . ?
84a). $\log\cos 81^0\,45'\,45''$ = . . . ?
85a). $\log tg\; 33^0\,41'\,39{,}0''$ = . . . ?
86a). $\log tg\; 65^0\,15'\,55{,}5''$ = . . . ?
87a). $\log ctg\; 20^0\,10'\,41''$ = . . . ?
88a). $\log ctg\; 79^0\,50'\,19{,}9''$ = . . . ?

Nachstehende Beispiele sind analog den Beispielen 40a bis 47a zu lösen.

89a). $\log\sin\; 0^0\,0'\,14''$ = . . . ?
90a). $\log\sin\; 0^0\,13'\,36{,}4''$ = . . . ?
91a). $\log\sin\; 1^0\,58'\,41{,}65''$ = . . ?
92a). $\log tg\; 0^0\,0'\,23''$ = . . . ?
93a). $\log tg\; 1^0\,1'\,1{,}1''$ = . . . ?
94a). $\log\cos 89^0\,1'\,14''$ = . . . ?
95a). $\log\cos 88^0\,43'\,26''$ = . . . ?
96a). $\log ctg\; 88^0\,10'\,13''$ = . . . ?
97a). $\log ctg\; 89^0\,46'\,37{,}9''$ = . . . ?

Nachstehende Beispiele sind analog den Beispielen 48a und 49a zu lösen.

98a). $\log ctg\; 0^0\,46'\,51''$ = . . . ?
99a). $\log ctg\; 1^0\,30'\,46{,}5''$ = . . . ?
100a). $\log tg\; 88^0\,54'\,9''$ = . . . ?
101a). $\log tg\; 89^0\,50'\,46{,}7''$ = . . . ?

Aufgabe 28. Man soll die **spitzen** Winkel x bestimmen, welche zu den in nachstehenden Uebungsbeispielen gegebenen Logarithmen gehören, und zwar:

mit Benutzung der Kleyer'schen fünf-stelligen log.-trigon. Tafel, Tafel III, und deren Hülfstafel, Tafel IV:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ sin\ x = 7{,}76475 - 10$ ist.

Nach der Regel 7, S. 173, und nach dem 1ten Fall der Regel 8, S. 174, findet man auf der Seite 42 der Tafel III:

$7{,}76475 - 10 = log\ sin\ 0^0\ 20'$
mithin ist:
$x =$ . . . . $0^0\ 20'$

2). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}23752 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 51:
$9{,}23752 - 10 = log\ sin\ 9^0\ 57'$
mithin ist:
$x =$ . . . . $9^0\ 57'$

3). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}84936 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 86:
$9{,}84936 - 10 = log\ sin\ 44^0\ 59'$
mithin ist:
$x =$ . . . . $44^0\ 59'$

4). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ cos\ x = 9{,}99984 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 43:

$$\left. \begin{aligned} 9{,}99984 - 10 &= log\ cos\ 1^0\ 32' \\ &= log\ cos\ 1^0\ 33' \\ &= log\ cos\ 1^0\ 34' \end{aligned} \right\} {}^{*)}.$$

mithin ist:
$x =$ . . . . . $1^0\ 32'$ bis $1^0\ 34'$

*). Die Logarithmen der Kosinus **sehr nahe** bei 0^0 liegender und kurz aufeinanderfolgender Winkel unterscheiden sich erst in der 6., 7., 8., 9. Dezimalstelle. Zur genauen Berechnung solcher Winkel (welche jedoch sehr selten vorkommen) müssen daher mehr als fünfstellige Tafeln benutzt werden, siehe auch die Erkl. 90, S. 184.

5). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ cos\ x = 9{,}97326 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 61:
$9{,}97326 - 10 = log\ cos\ 19^0\ 54'$
mithin ist:
$x =$ . . . . $19^0\ 54'$

6). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ tg\ x = 9{,}21736 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 51:
$9{,}21736 - 10 = log\ tg\ 9^0\ 22'$
mithin ist:
$x =$ . . . . $9^0\ 22'$

mit Benutzung der Vega'schen sieben-stelligen log.-trigon. Tafel (von *Bremiker*) Tafel III, und deren Hülfstafel, Tafel II:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ sin\ x = 6{,}2876349 - 10$ ist.

Nach der Regel 7a, S. 173, und nach dem 1. Fall der Regel 8a, S. 174, findet man auf S. 290 der Vega'schen Tafel:

$6{,}2876349 - 10 = log\ sin\ 0^0\ 0'\ 40''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $0^0\ 0'\ 40''$

2a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ sin\ x = 8{,}0200207 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 293:
$8{,}0200207 - 10 = log\ sin\ 0^0\ 36'\ 0''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $0^0\ 36'\ 0''$

3a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}4022469 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 377:
$9{,}4022469 - 10 = log\ sin\ 14^0\ 37'\ 30''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $14^0\ 37'\ 30''$

4a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ cos\ x = 9{,}9999992 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 290:

$$\left. \begin{aligned} 9{,}9999992 - 10 &= log\ cos\ 0^0 6' 30''\ \text{oder} \\ &= log\ cos\ 0^0 6' 40'' \end{aligned} \right\} {}^{*)}$$

mithin ist:
$x =$ . . $0^0\ 6'\ 30''$ oder $= 0^0\ 6'\ 40''$

*). Die Logarithmen der Kosinus **sehr nahe** bei 0^0 liegender und kurz aufeinanderfolgender Winkel unterscheiden sich als erst in der 8ten und 9ten Dezimalstelle. Zur genauen Berechnung solcher Winkel (welche jedoch sehr selten vorkommen) müssen daher mehr als siebenstellige Tafeln benutzt werden.

5a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ cos\ x = 9{,}9970707 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 329:
$9{,}9970707 - 10 = log\ cos\ 6^0\ 38'\ 50''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $6^0\ 38'\ 50''$

6a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ tg\ x = 9{,}4308241 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 380:
$9{,}4308241 - 10 = log\ tg\ 15^0\ 5'\ 30''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $15^0\ 5'\ 30''$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

7). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ tg\ x = 9{,}80474 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 74:
$9{,}80474 - 10 = log\ tg\ 32^0\ 32'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 32^0\ 32'$

8). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ ctg\ x = 11{,}36574 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 44:
$11{,}36574 - 10 = log\ ctg\ 2^0\ 28'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 2^0\ 28'$

9). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ ctg\ x = 10{,}31600 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 67:
$10{,}31600 - 10 = log\ ctg\ 25^0\ 47'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 25^0\ 47'$

---

10). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}85150 - 10$ ist.
Nach der Regel 7, S. 173, und nach dem 2ten Fall der Regel 8, S. 174, findet man auf Seite 86 der Tafel III:
$9{,}85150 - 10 = log\ sin\ 45^0\ 16'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 45^0\ 16'$

11). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}99450 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 51:
$9{,}99450 - 10 = log\ sin\ 80^0\ 54'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 80^0\ 54'$

12). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}99996 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 42:
$9{,}99996 - 10 = log\ sin\ 89^0\ 11'$ *).
$= log\ sin\ 89^0\ 12'$
bis $log\ sin\ 89^0\ 16'$
mithin ist:
$x = 89^0 11'$ oder $= 89^0 12'$ bis $89^0 16'$

*). Die Logarithmen der Sinus nahe bei 90^0 liegender und kurz aufeinanderfolgender Winkel unterscheiden sich erst in der 6., 7., 8., 9. . . Dezimalstelle. Zum genauen Berechnen solcher Winkel (welche jedoch sehr selten vorkommen) müssen deshalb mehr als fünfstellige Tafeln benutzt werden.

13). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ cos\ x = 9{,}33931 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 53:
$9{,}33931 - 10 = log\ cos\ 77^0\ 23'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 77^0\ 23'$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

7a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ tg\ x = 9{,}6276763 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 427:
$9{,}6276763 - 10 = log\ tg\ 22^0\ 59'\ 30''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 22^0\ 59'\ 30''$

8a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ ctg\ x = 10{,}2860465 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 454:
$10{,}2860465 - 10 = log\ ctg\ 27^0\ 21'\ 50''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 27^0\ 21'\ 50''$

9a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ ctg\ x = 10{,}0456049 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 541:
$10{,}0456049 - 10 = log\ ctg\ 41^0\ 59'\ 50''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 41^0\ 59'\ 50''$

10a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}8495692 - 10$ ist.
Nach der Regel 7a, S. 173, und nach dem 2ten Fall der Regel 8, S. 174, findet man auf S. 559 der Vega'schen Tafel:
$9{,}8495692 - 10 = log\ sin\ 45^0\ 0'\ 40''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 45^0\ 0'\ 40''$

11a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}9357907 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 472:
$9{,}9357907 - 10 = log\ sin\ 59^0 36' 20''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 59^0\ 36'\ 20''$

12a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}9999992 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 290:
$9{,}9999992 - 10 = log\ sin\ 89^0\ 53'\ 20''$
und auch
$= log\ sin\ 89^0\ 53'\ 30''$ *).
mithin ist:
$x = 89^0\ 53' 20''$ oder $= 89^0\ 53'\ 30''$

*). Die Logarithmen der Sinus sehr nahe bei 90^0 liegender und kurz aufeinanderfolgender Winkel unterscheiden sich erst in der 8ten und 9ten Dezimalstelle. Zum genauen Berechnen solcher Winkel (welche jedoch sehr selten vorkommen) müssen deshalb mehr als siebenstellige Tafeln benutzt werden.

13a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ cos\ x = 8{,}8906116 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 316:
$8{,}8906116 - 10 = log\ cos\ 85^0\ 32'\ 30''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 85^0\ 32'\ 30''$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

14). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log\cos x = 9{,}68807 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 71:
$9{,}68807 - 10 = \log\cos 60^0\,49'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $60^0\,49'$

15). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log tg\, x = 10{,}02477 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 85:
$10{,}02477 - 10 = \log tg\, 46^0\,38''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $46^0\,38'$

16). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log tg\, x = 10{,}47422 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 60:
$10{,}47422 - 10 = \log tg\, 71^0\,27'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $71^0\,27'$

17). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}41161 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 56:
$9{,}41161 - 10 = \log ctg\, 75^0\,32'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $75^0\,32'$

18) Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}84576 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 77:
$9{,}84576 - 10 = \log ctg\, 54^0\,58'$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $54^0\,58'$

---

19). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log\sin x = 8{,}73460 - 10$ ist.

Nach der Regel 7, Seite 173, und nach dem im 3ten Fall der Regel 8 unter a). angegebenen Verfahren, Seite 174, erhält man:

$8{,}73460 - 10 = \log\sin 3^0\,6'\,0''$ *).
-303 $+41''$ **).
Diff.: 157 $= \log\sin 3^0\,6'\,41''$

mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $3^0\,6'\,41''$

*). $= 8{,}73303 - 10$

**). Aus der Proportion:

$$\frac{60''}{y''} = \frac{232}{157} \text{ ergibt sich:}$$

$$y = \frac{60 \cdot 157}{232} = 40{,}6\ldots'' = 41''$$

20). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log\sin x = 9{,}99235 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

14a). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log\cos x = 9{,}3241707 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 363:
$9{,}3241707 - 10 = \log\cos 77^0\,49'\,20''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $77^0\,49'\,20''$

15a). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log tg\, x = 0{,}0311462 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 547:
$0{,}0311462 - 10 = \log tg\, 47^0\,3'\,10''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $47^0\,3'\,10''$

16a). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log tg\, x = 0{,}5616112 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 382:
$0{,}5616112 - 10 = \log tg\, 74^0\,39'\,20''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $74^0\,39'\,20''$

17a). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}3572740 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 366:
$9{,}3572740 - 10 = \log ctg\, 77^0\,10'\,30''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $77^0\,10'\,30''$

18a). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}7648365 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man auf S. 471:
$9{,}7648365 - 10 = \log ctg\, 59^0\,48'\,20''$
mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $59^0\,48'\,20''$

19a). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log\sin x = 9{,}0665882 - 10$ ist.

Nach der Regel 7, Seite 173 und nach dem im 3ten Fall der Regel 8a unter a). angegebenen Verfahren, Seite 174, erhält man:

$9{,}0665882 - 10 = \log\sin 6^0\,41'\,30{,}0''$ *).
-4239 $+9{,}2''$ **).
Diff.: 1643 $= \log\sin 6^0\,41'\,39{,}2''$

mithin ist:
$x = \ldots\ldots$ $6^0\,41'\,39{,}2''$

*). $= 9{,}0664239 - 10$

**). Aus der Proportion:

$$\frac{10''}{y''} = \frac{1794}{1643} \text{ ergibt sich:}$$

$$y = \frac{10 \cdot 1643}{1794} = 9{,}16\ldots'' = 9{,}2''$$

20a). Winkel $x = \ldots\ldots$?
wenn: $\log\sin x = 9{,}9420712 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$9{,}99235 - 10 = \log\sin 79^0 16' 0''$ *).
-233 $+ 40''$ **).
Diff.: 2 $= \log\sin 79^0 16' 40''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $79^0\,16'\,40''$
*). $= 9{,}99233 - 10$
**). Aus der Proportion:
$60'' : y'' = 3 : 2$ ergibt sich:
$$y = \frac{60\,.\,2}{3} = 40''$$

21). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log\cos x = 9{,}92661 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$9{,}92661 - 10 = \log\cos 32^0 23' 0''$ *).
-659 $- 15''$ **).
Diff.: 2 $= \log\cos 32^0 22' 45''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $32^0\,22'\,45''$
*). $= 9{,}92659 - 10$
**). Aus der Proportion:
$60'' : y'' = 8 : 2$ ergibt sich:
$$y = \frac{2\,.\,60}{8} = 15'',$$ welcher Proportionalteil **subtrahiert** werden muss, da die betreffende Funktion eine **Kofunktion** ist.

22). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log\cos x = 9{,}80528 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$9{,}80528 - 10 = \log\cos 50^0 19' 0''$ *).
-519 $- 36''$ **).
Diff.: 9 $= \log\cos 50^0 18' 24''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $50^0\,18'\,24''$
*). $= 9{,}80519 - 10$
**). Aus der Proportion:
$60'' : y'' = 15 : 9$ ergibt sich:
$$y = \frac{60\,.\,9}{15} = 36''$$

23). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log tg\, x = 9{,}12300 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$9{,}12300 - 10 = \log tg\, 7^0 33' 0''$ *).
-235 $+ 40''$ **).
Diff.: 65 $= \log tg\, 7^0 33' 40''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $7^0\,33'\,40''$
*). $= 9{,}12235 - 10$
**). Aus der Proportion:
$60'' : y'' = 97 : 65$ ergibt sich:
$$y = \frac{60\,.\,65}{97} = 40{,}2...'' = 40''$$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$9{,}9420712 - 10 = \log\sin 61^0 3' 30{,}0''$ *).
-0641 $+ 6{,}1''$ **).
Diff.: 71 $= \log\sin 61^0 3' 36{,}1''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $61^0\,3'\,36{,}1''$
*). $= 9{,}9420641 - 10$
**). Aus der Proportion:
$10'' : y'' = 116 : 71$ ergibt sich:
$$y = \frac{71.10}{116} = 6{,}12...'' = 6{,}1''$$

21a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log\cos x = 9{,}9984270 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$9{,}9984270 - 10 = \log\cos 4^0 52' 30{,}0''$ *).
-4261 $- 5{,}0''$ **).
Diff.: 9 $= \log\cos 4^0 52' 25''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $4^0\,52'\,25''$
*). $9{,}9984261 - 10$
**). Aus der Proportion:
$10'' : y'' = 18 : 9$ ergibt sich:
$$y = \frac{10.9}{18} = 5'',$$ welcher Proportionalteil **subtrahiert** werden muss, da die betr. Funktion eine **Kofunktion** ist.

22a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log\cos x = 9{,}3253112 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$9{,}3253112 - 10 = \log\cos 77^0 47' 30{,}0''$ *).
-2425 $- 7{,}1''$ **).
Diff.: 687 $= \log\cos 77^0 47' 22{,}9''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $77^0\,47'\,22{,}9''$
*). $= 9{,}3252425 - 10$
**). Aus der Proportion:
$10'' : y'' = 973 : 687$ ergibt sich:
$$y = \frac{10.687}{973} = 7{,}05...'' = 7{,}1''$$

23a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log tg\, x = 9{,}3481882 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$9{,}3481882 - 10 = \log tg\, 12^0 34' 0{,}0''$ *).
-1407 $+ 4{,}8''$ **).
Diff.: 475 $= \log tg\, 12^0 34' 4{,}8''$
mithin ist:
$x =$ . . . . $12^0\,34'\,4{,}8''$
*). $= 9{,}3481407 - 10$
**). Aus der Proportion:
$10'' : y'' = 991 : 475$ ergibt sich:
$$y = \frac{10.475}{991} = 4{,}79...'' = 4{,}8''$$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

24). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log tg\, x = 10{,}35409 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$10{,}35409 - 10 = \log tg\, 66^0 7' 0''$ *).
— 380 $+ 51''$ **).
Diff.: 29 $= \log tg\, 66^0 7' 51''$

mithin ist:

$x =$ . . . . $66^0 7' 51''$

*). $= 10{,}35380 - 10$

**). Aus der Proportion:

$60'' : y'' = 34 : 29$ ergibt sich:

$$y = \frac{60.29}{34} = 51{,}2...'' = 51''$$

25). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log ctg\, x = 10{,}89411 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$10{,}89411 - 10 = \log ctg\, 7^0 17' 0''$ *).
— 344 $- 40''$ **).
Diff.: 67 $= \log ctg\, 7^0 16' 20''$

mithin ist:

$x =$ . . . . $7^0 16' 20''$

*). $10{,}89344 - 10$

**). Aus der Proportion:

$60'' : y'' = 101 : 67$ ergibt sich:

$$y = \frac{60.67}{101} = 39{,}8...'' = 40'',$$ welcher Proportionalteil **subtrahiert** werden muss, da die betr. Funktion eine **Kofunktion** ist.

26). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}69766 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$9{,}69766 - 10 = \log ctg\, 63^0 31' 0''$ *).
— 742 $- 45''$ **).
Diff.: 24 $= \log ctg\, 63^0 30' 15''$

mithin ist:

$x =$ . . . . $63^0 30' 15''$

*). $= 9{,}69742 - 2$

**). Aus der Proportion:

$60'' : y'' = 32 : 24$ ergibt sich:

$$y = \frac{60.24}{32} = 45''$$

---

27). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log sin\, x = 8{,}73460 - 10$ ist.

Nach der Regel 7, S. 173, und nach dem im 3ten Fall der Regel 8 unter b). angegebenen Verfahren, Seite 174, erhält man:

$8{,}73460 - 10 = \log sin\, 3^0 6' 0''$ *).
— 303 $+ 41''$ **).
Diff.: 157 $= \log sin\, 3^0 6' 41''$

mithin ist:

$x =$ . . . . $3^0 6' 41''$

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beisp. 19.

*). $= 8{,}73303 - 10$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

24a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log tg\, x = 0{,}4040723$ ist.

Wie vorhin findet man:

$0{,}4040723 = \log tg\, 68^0 28' 30{,}0''$ *).
— 0470 $+ 4{,}1''$ **).
Diff.: 253 $= \log tg\, 68^0 28' 34{,}1''$

mithin ist:

$x =$ . . . . $68^0 28' 34{,}1''$

*). $= 0{,}4040470$

**). Aus der Proportion:

$10'' : y'' = 617 : 253$ ergibt sich:

$$y = \frac{10.253}{617} = 4{,}10...'' = 4{,}1''$$

25a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log ctg\, x = 0{,}5366004$ ist.

Wie vorhin findet man:

$0{,}5366004 = \log ctg\, 16^0 12' 30{,}0''$ *).
— 5780 $- 2{,}9''$ **).
Diff.: 224 $= \log ctg\, 16^0 12' 27{,}1''$

mithin ist:

$x =$ . . . . $16^0 12' 27{,}1''$

*). $= 0{,}5365780$

**). Aus der Proportion:

$10'' : y'' = 786 : 224$ ergibt sich:

$$y = \frac{10.224}{786} = 2{,}85...'' = 2{,}9'',$$ welcher Proportionalteil, da die betr. Funktion eine **Kofunktion** ist, **subtrahiert** werden muss.

26a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}9526212 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$9{,}9526212 - 10 = \log ctg\, 48^0 7' 10{,}0''$ *).
— 6163 $- 1{,}2''$ **).
Diff.: 49 $= \log ctg\, 48^0 7' 8{,}8''$

mithin ist:

$x =$ . . . . $48^0 7' 8{,}8''$

*). $= 9{,}9526163 - 10$

**). Aus der Proportion:

$10'' : y'' = 424 : 49$ ergibt sich:

$$y = \frac{10.49}{424} = 1{,}15'' = 1{,}2''$$

27a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log sin\, x = 9{,}0665882 - 10$ ist.

Nach der Regel 7a, Seite 173, und nach dem im 3ten Fall der Regel 8a unter b). angegebenen Verfahren, S. 174, erhält man:

$9{,}0665882 - 10 = \log sin\, 6^0 41' 30{,}0''$ *).
— 4239 $+ 9{,}0''$
1. Diff.: 1643 $+ 0{,}2''$ **).
— 1611
2. Diff.: 32 $= \log sin\, 6^0 41' 39{,}2''$
32 . 10 = 320
358

mithin ist: $x =$ . . . . $6^0 41' 39{,}2''$

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beisp. 19a.

*). $= 9{,}0664239 - 10$

Uebungsbeispiele: Resultate:

). Dieser Proportionalteil wurde aus dem mit $d = 232$ überschrieb. Täfelchen entnommen. Die Dezimalstellen dieses Proportionalteils wurden bei der Addition **abgerundet.

28). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ sin\ x = 9,99235 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$9,99235 - 10 = log\ sin\ 79^0\ 16'\ 0''$ *).
$- 233$ $+ 40''$ **).
Diff.: 2 $= log\ sin\ 79^0\ 16'\ 40''$

mithin ist:
$x =$ . . . . $79^0\ 16'\ 40''$

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 20.

*). 9,99233 — 10
**). Hier wurde das mit $d = 3$ überschriebene Täfelchen benutzt.

29). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ cos\ x = 9,92661 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$9,92661 - 10 = log\ cos\ 32^0\ 23'\ 0''$ *).
$- 659$ $- 10''$ }
1. Diff.: 2 $- 5''$ } **).
$- 1,3$
2. Diff.: 0,7 $= log\ cos\ 32^0\ 22'\ 45''$
$10 . 0,7 = 7,0$
6,7

mithin ist:
$x =$ . . . . $32^0\ 22'\ 45''$

Man vergl. dies Resultat mit dem des Beispiels 21.

*). = 9,92659 — 10
). Hier wurde das mit $d = 8$ überschriebene Täfelchen benutzt, wobei zu beachten ist, dass diese Proportionalteile, da die betr. Funktion eine **Kofunktion ist, **subtrahiert** werden müssen; was geschieht, indem man sie in Gedanken addiert und dann von dem bereits niedergeschrieb. Winkel subtrahiert.

30). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ cos\ x = 9,80528 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$9,80528 - 10 = log\ cos\ 50^0\ 19'\ 0''$ *).
$- 519$ $- 30''$ }
1. Diff.: 9 $- 6''$ } **).
$- 7,5$
2. Diff.: 1,5 $= log\ cos\ 50^0\ 18'\ 24''$

mithin ist:
$x =$ . . . . $50^0\ 18'\ 24''$

Man vergl. dies Resultat mit dem des Beispiels 22.

*). = 9,80519 — 10
**). Hier wurde das mit $d = 15$ überschrieb. Täfelchen benutzt, wobei das auf S. 177 unter γ). angeführte Verfahren beachtet werden muss.

Uebungsbeispiele: Resultate:

**). Dieser Proportionalteil müsste aus einem mit $d = 1794$ überschrieb. Täfelchen entnommen werden, da aber ein solches nicht vorhanden ist, so wurde das diesem am nächsten kommende mit $d = 1790$ überschriebene Täfelchen benutzt (s. Erkl. 89).

28a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ sin\ x = 9,9420712 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$9,9420712 - 10 = log\ sin\ 61^0 3'\ 30,0''$ *).
$- 0641$ $+ 6,0''$ **).
1. Diff.: 71 $+ 0,1''$
$- 69,6$
2. Diff.: 1,4 $= log\ sin\ 61^0 3'\ 36,1''$
$1,4 . 10 = 14$
11,6

mithin ist:
$x =$ . . . . $61^0\ 3'\ 36,1''$

Man vergl. dies Resultat mit dem des Beispiels 20a.

*). = 9,9420641 — 10
**). Hier wurde das mit $d = 116$ überschriebene Täfelchen benutzt.

29a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ cos = 9,9984270 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$9,9984270 - 10 = log\ cos\ 4^0\ 52'\ 30,0$ *).
$- 4261$ $- 5,0$ **).
Diff.: 9 $= log\ cos\ 4^0\ 52'\ 25,0$

mithin ist:
$x =$ . . . . $4^0\ 52'\ 25,0''$

*). = 9,9984261 — 10
**). Da an dieser Stelle der Tafel keine Täfelchen stehen, mit deren Hülfe man die Proportionalteile berechnen kann, so muss man dies Beispiel nach dem unter a). angegebenen Verfahren berechnen. — Man siehe dasselbe Beisp. 21a und die Erkl. 89.

30a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ cos\ x = 9,3253112 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man:

$9,3253112 - 10 = log\ cos\ 77^0\ 47'\ 30,0''$ *).
$- 2425$ $- 7,0''$ }
1. Diff.: 687 $- 0,1''$ } **).
$- 679$
2. Diff.: 8 $= log\ cos\ 77^0\ 47'\ 22,9''$
$8 . 10 = 80$
9

mithin ist:
$x =$ . . . . $77^0\ 47'\ 22,9''$

Man vergl. dies Resultat mit dem des Beispiels 22a.

*). = 9,3252425 — 10
). Hier hätte ein mit $d = 973$ überschrieb. Täfelchen benutzt werden müssen, da aber ein solches in der Tafel nicht enthalten ist, so wurde nach der Erkl. 89 das diesem am nächsten kommende mit 970 überschrieb. Täfelchen benutzt. Die Proportionalteile müssen **subtrahiert werden, da die betr. Funktion eine **Kofunktion** ist.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Kurz angedeutetes

Inhaltsverzeichnis der ersten 80 Hefte.

Heft 1. **Zinseszinsrechnung.**
„ 2. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch geometrische Analysis.**
„ 3. **Das Prisma.**
„ 4. **Ebene Trigonometrie.**
„ 5. **Das specifische Gewicht.**
„ 6. **Differentialrechnung.**
„ 7. **Proportionen.**
„ 8. **Konstruktion planimetrischer Aufgaben, gelöst durch algebraische Analysis.**
„ 9. **Die Reihen** (arithmetische).
„ 10. **Das Apollonische Berührungs-Problem.**
„ 11. **Die Reihen** (geometrische), Forts. von Heft 9.
Heft 12. **Die Pyramide.** (Forts. v. Heft 3.)
„ 13. **Der Pyramidenstumpf.** (Forts. von Heft 12.)
„ 14. **Das Apollonische Berührungsproblem.** (Forts. von Heft 10.)
„ 15. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 4.)
„ 16. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 1.)
„ 17. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 11.)
„ 18. **Der Cylinder.** (Forts. v. Heft 13.)
„ 19. **Der Kegel.** (Forts. von Heft 18.)
„ 20. **Der Kegelstumpf.** (Forts. von Heft 19.)
„ 21. } **Die Kugel und ihre Teile.**
„ 22. } (Forts. von Heft 20.)

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)
„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)
„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)
„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)
„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)
„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)
„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)
„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.
„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)
„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)
„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)
„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)
„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)
„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72).
„ 74. **Die Logarithmentafeln.**
„ 75. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 73.)
„ 76. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 75.)
„ 77. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 76.)
„ 78. **Die Logarithmentafeln.** (Forts. von Heft 74.)
„ 79. **Die Logarithmentafeln.** (Forts. von Heft 78.)
„ 80. **Die Logarithmen.** (Forts. und Schluss von Heft 77.)
u. s. f. u. s. f.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

77. Heft | Preis des Heftes 25 Pf. | Die Logarithmen. Forts. v. Heft 76. — Seite 193—208.

Vollständig gelöste
Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der **Rechenkunst**, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie**; des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's**; der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen.

Fortsetzung von Heft 76. — Seite 193—208.

Inhalt:

[Fort]setzung über die Logarithmen der goniometr. Funktionen, gelöste und ungelöste Beispiele. — Ueber die [Log]arithmen der goniometr. Funktionen stumpfer, überstumpfer u. negativer Winkel, Aufstellung der Regeln 9—14 mit vielen gelösten und analogen ungelösten Uebungsbeispielen. · 212 Beispiele.

Stuttgart 1883.

Verlag von Julius Maier.

Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte.
[Die] **einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.**

Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen.
[De]mzufolge ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite

Um gütige Beachtung der untenstehenden Bemerkung wird gebeten.



Uebungsbeispiele: Resultate:

31). Winkel $x = \dots\dots$?
wenn: $\log tg\, x = 9{,}12300 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$9{,}12300 - 10 = \log tg\, 7^0 33' 0''$ *).
-235 $+40''$ **).
Diff.: 65 $= \log tg\, 7^0 33' 40''$
64,7
mithin ist:
$x = \dots\dots\dots\dots$ $7^0 33' 40''$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 23.
*). $= 9{,}12235 - 10$
**). Hier wurde das mit $d = 97$ überschriebene Täfelchen benutzt.

31a). Winkel $x = \dots\dots$?
wenn: $\log tg\, x = 9{,}3481882 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$9{,}3481882 - 10 = \log tg\, 12^0 34' 0{,}0''$ *).
-1407 $+4{,}0''$
1. Diff.: 475 $+0{,}8''$ **).
-396
2. Diff.: 79 $= \log tg\, 12^0 34' 4{,}8''$
79.10 = 790
792
mithin ist:
$x = \dots\dots\dots$ $12^0 34' 4{,}8''$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 23a.
*). $= 9{,}3481407 - 10$
**). Hier müsste ein mit $d = 991$ überschrieb. Täfelchen benutzt werden, da ein solches in der Tafel nicht enthalten ist, wurde das diesem am nächsten kommende mit $d = 990$ überschrieb. Täfelchen benutzt.

32). Winkel $x = \dots\dots$?
wenn: $\log tg\, x = 10{,}35409 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$10{,}35409 - 10 = \log tg\, 66^0 7' 0''$ *).
-380 $+50''$
1. Diff.: 29 $+1''$ **).
$-28{,}8$
2. Diff.: 0,7 $= \log tg\, 66^0 7' 51''$
0,7.10 = 7
5,0
mithin ist:
$x = \dots\dots\dots\dots$ $66^0 7' 51''$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 24.
*). $= 10{,}35380 - 10$
**). Hier wurde das mit $d = 34$ überschrieb. Täfelchen benutzt.

32a). Winkel $x = \dots\dots$?
wenn: $\log tg\, x = 0{,}4040723$ ist.
Wie vorhin findet man:
$0{,}4040723 = \log tg\, 68^0 28' 30{,}0''$ *).
-0470 $+4{,}0''$
1. Diff.: 253 $+0{,}1''$ **).
$-246{,}8$
2. Diff.: 6,2 $= \log tg\, 68^0 28' 34{,}1''$
6,2.10 = 62
61,7
mithin ist:
$x = \dots\dots\dots$ $68^0 28' 34{,}1''$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 24a.
*). $= 0{,}4040470$
**). Hier wurde das mit $d = 617$ überschrieb. Täfelchen benutzt.

33). Winkel $x = \dots\dots$?
wenn: $\log ctg\, x = 10{,}89411 - 10$ ist.
Wie vorhin findet man:
$10{,}89411 - 10 = \log ctg\, 7^0 17' 0''$ *).
-344 $-40''$ **).
Diff.: 67 $= \log ctg\, 7^0 16' 20''$
67,3
mithin ist:
$x = \dots\dots\dots\dots$ $7^0 16' 20''$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 25.
*). $= 10{,}89344 - 10$
). Hier wurde das mit $d = 101$ überschrieb. Täfelchen benutzt und wurden die Proportionalteile **subtrahiert, weil die betreff. Funktion eine **Kofunktion** ist.

33a). Winkel $x = \dots\dots$?
wenn: $\log ctg\, x = 0{,}5366004$ ist.
Wie vorhin findet man:
$0{,}5366004 = \log ctg\, 16^0 12' 30{,}0''$ *).
-5780 $-2{,}0''$
1. Diff.: 224 $-0{,}9''$ **).
$-156{,}8$
2. Diff.: 67,2 $= \log ctg\, 16^0 12' 27{,}1''$
67,2.10 = 672
705,6
mithin ist:
$x = \dots\dots\dots$ $16^0 12' 27{,}1''$
Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 25a.
*). $= 0{,}5365780$
). Hier hätte ein mit $d = 786$ überschrieb. Täfelchen benutzt werden müssen, da aber ein solches in der Tafel nicht vorhanden ist, wurde das diesem am nächsten kommende Täfelchen, welches mit $d = 784$ überschrieben ist, benutzt. Die Proportionalteile wurden **subtrahiert, da die betreff. Funktion eine **Kofunktion** ist.

34). Winkel $x = \dots\dots$?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}69766 - 10$ ist.

34a). Winkel $x = \dots\dots$?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}9526212 - 10$ ist.

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

Wie vorhin findet man:

$9{,}69766 - 10 = \log ctg\, 63^0\, 31'\, 0''$ *).

— 742 — 40″ } **).
1. Diff.: 24 — 5″
— 21,8
2. Diff.: 2,7 $= \log ctg\, 63^0\, 30'\, 15''$
2,7 . 10 = 27
26,7

mithin ist:

$x =$ . . . . $63^0\, 30'\, 15''$

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 26.

*). $= 9{,}69742 - 10$

**). Hier wurde das mit $d = 32$ überschrieb. Täfelchen benutzt.

---

35). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log sin\, x = 8{,}16427 - 10$ ist.

Nach der Regel 7, Seite 173, und dem 4ten Fall der Regel 8, Seite 177, findet man auf der Seite 94 der Tafel IV:

$8{,}16427 - 10 = \log sin\; 0^0\, 50'\, 11''$

mithin ist:

$x =$ . . . . $0^0\, 50'\, 11''$

36). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log tg\, x = 7{,}81461 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man auf S. 106:

$7{,}81463 - 10 = \log tg\, 0^0\, 22'\, 26''$

Da dieser Logarithmus dem gegebenen am nächsten kommt, so erhält man bis auf Sekunden genau:

$x =$ . . . . $0^0\, 22'\, 26''$

37). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log cos\, x = 8{,}29470 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man auf S. 96:

$8{,}29471 - 10 = \log cos\, 88^0\, 52'\, 14''$

Da dieser Logarithmus dem gegebenen am nächsten kommt, so erhält man bis auf Sekunden genau:

$x =$ . . . . $88^0\, 52'\, 14''$

38). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log ctg\, x = 8{,}23115 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man auf S. 111:

$8{,}23117 - 10 = \log ctg\, 89^0\, 1'\, 28''$

Da dieser Logarithmus dem gegebenen am nächsten kommt, so erhält man bis auf Sekunden genau:

$x =$ . . . . $89^0\, 1'\, 28''$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

Wie vorhin findet man:

$9{,}9526212 - 10 = \log ctg\, 48^0\, 7'\, 10{,}0''$ *).

— 6163 — 1,0″ } **).
1. Diff.: 49 — 0,2″
— 42,4
2. Diff.: 6,6 $= \log ctg\, 48^0\, 7'\, 8{,}8''$
6,6 . 10 = 66
84,8

mithin ist:

$x =$ . . . . $48^0\, 7'\, 8{,}8''$

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 26a.

*). $= 9{,}9526163 - 10$

**). Hier wurde das mit $d = 424$ überschrieb. Täfelchen benutzt.

35a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log sin\, x = 8{,}3718134 - 10$ ist.

Nach der Regel 7a, S. 173, und dem 4ten Fall der Regel 8a, S. 177, findet man auf S. 214 der Vega'schen Tafel, Tafel II:

$8{,}3718134 - 10 = \log sin\; 1^0\, 20'\, 56''$

mithin ist:

$x =$ . . . . $1^0\, 20'\, 56''$

36a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log tg\, x = 8{,}2110466 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man auf S. 207:

$8{,}2110467 - 10 = \log tg\, 0^0\, 55'\, 53''$

Da dieser Logarithmus dem gegebenen am nächsten kommt, so erhält man bis auf Sekunden genau:

$x =$ . . . . $0^0\, 55'\, 53''$

37a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log cos\, x = 8{,}6155662 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man auf S. 234:

$8{,}6155662 - 10 = \log cos\, 87^0 38'\, 7{,}0''$ *)

— 5342 — 0,6″ **).
Diff.: 320 $= \log cos\, 87^0 38'\, 6{,}4''$

mithin ist bis auf **zehntel** Sekunden genau:

$x =$ . . . . $87^0\, 38'\, 6{,}4''$

*). $= 8{,}6155342 - 10$

**). Aus der Proportion:

$$\frac{1''}{y''} = \frac{510}{320}$$ (vergl. hiermit die auf Seite 176 im 3. Fall unter a). angeführte Proportion)

erhält man:

$$y = \frac{320}{510} = 0{,}62'' = 0{,}6'',$$ welcher Proportionalteil, da die betr. Funktion eine **Kofunktion** ist, **subtrahiert** werden muss.

38a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $\log ctg\, x = 8{,}6642014 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man auf S. 241:

$8{,}6642004 - 10 = \log ctg\, 87^0\, 21'\, 27''$

Da dieser Logarithmus dem gegebenen am nächsten kommt, so erhält man bis auf Sekunden genau:

$x =$ . . . . $87^0\, 21'\, 27''$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

39). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ ctg\ x = 11{,}79396 - 10$ ist.

Da in der Tafel die Logarithmen der **Kotangenten** nahe bei 0° liegender Winkel nicht enthalten sind, so beachte man, dass nach der Erkl. 86, S. 172, und analog dem Beispiel 43, S. 184:

$log\ ctg\ \alpha = -log\ tg\ \alpha$, mithin auch:

$log\ ctg\ x = -log\ tg\ x$ ist.

Für das gegebene Beispiel ist demnach:

$11{,}79396 - 10 = -log\ tg\ x$

woraus sich:

$log\ tg\ x = -11{,}79396 + 10$
$= -1{,}79396$

oder wenn man die Regel 7, Seite 173, berücksichtigt:

$log\ tg\ x = 10 - 1{,}79396 - 10$ oder:

$log\ tg\ x = 8{,}20604 - 10$ ergibt.

Zur Bestimmung des Winkels x findet man nunmehr auf der Seite 110 der Tafel IV:

$8{,}20610 - 10 = log\ tg\ 0^0\ 55'\ 15''$

Da dieser Logarithmus dem gegebenen am nächsten kommt, so erhält man bis auf Sekunden genau:

$x =$ . . . . $0^0\ 55'\ 15''$

40). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ tg\ x = 12{,}09561 - 10$ ist.

Wie vorhin ist:

$log\ tg\ x = -log\ ctg\ x$

mithin erhält man:

$12{,}09561 - 10 = -log\ ctg\ x$

$log\ ctg\ x = -12{,}09561 + 10$
$= -2{,}09561$

oder mit Berücksichtigung der Regel 7, Seite 173:

$log\ ctg\ x = 10 - 2{,}09561 - 10$ oder:

$log\ ctg\ x = 7{,}90439 - 10$

Zur Bestimmung des Winkels x findet man nunmehr auf S. 107 der Tafel IV:

$7{,}90438 - 10 = log\ ctg\ 89^0\ 32'\ 25''$

Da dieser Logarithmus dem gegebenen am nächsten kommt, so erhält man bis auf Sekunden genau:

$x =$ . . . . $89^0\ 32'\ 25''$

---

41). $log\ sin\ x = 7{,}92612 - 10$
$x =$ . . . . ?

42). $log\ sin\ x = 9{,}48173 - 10$
$x =$ . . . . ?

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

39a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ ctg\ x = 11{,}7939621 - 10$ ist.

Da in der Tafel II die Logarithmen der **Kotangenten** nahe bei 0° liegender Winkel nicht enthalten sind, so beachte man, dass nach der Erkl. 86, Seite 172, und analog dem Beispiel 48a, Seite 185:

$log\ ctg\ \alpha = -log\ tg\ \alpha$, mithin auch:

$log\ ctg\ x = -log\ tg\ x$ ist.

Für das gegebene Beispiel ist demnach:

$11{,}7939621 - 10 = -log\ tg\ x$

woraus sich:

$log\ tg\ x = -11{,}7939621 + 10$
$= -1{,}7939621$

oder, wenn man die Regel 7a, Seite 173, benutzt:

$log\ tg\ x = 10 - 1{,}7939621 - 10$ oder:

$log\ tg\ x = 8{,}2060379 - 10$ ergibt.

Zur Bestimmung des Winkels x findet man nunmehr auf Seite 207 der Tafel II:

$8{,}2060379 = log\ tg\ 0^0\ 55'\ 14''$ *).
-59647 $\quad + 0{,}6''$ **).
Diff.: 732 $\quad = log\ tg\ 0^0\ 55'\ 14{,}6''$

mithin ist bis auf **zehntel** Sekunden genau:

$x =$ . . . . $0^0\ 55'\ 14{,}6''$

*). $= 8{,}2059647$
**). Aus der Proportion:
$1'' : y'' = 1311 : 732$ erhält man:
$y = 0{,}55'' = 0{,}6''$

40a). Winkel $x =$ . . . . ?
wenn: $log\ tg\ x = 12{,}0956128 - 10$ ist.

Wie vorhin ist:

$log\ tg\ x = -log\ ctg\ x$

mithin erhält man:

$12{,}0956128 - 10 = -log\ ctg\ x$

$log\ ctg\ x = -12{,}0956128 + 10$
$= -2{,}0956128$

oder mit Berücksichtigung der Regel 7, Seite 173:

$log\ ctg\ x = 10 - 2{,}0956128 - 10$ oder:

$log\ ctg\ x = 7{,}9043872 - 10$

Zur Bestimmung des Winkels x findet man nunmehr auf S. 197 der Tafel II:

$7{,}9043822 - 10 = log\ ctg\ 89^0\ 32'\ 25''$

Da dieser Logarithmus dem gegebenen am nächsten kommt, so erhält man bis auf Sekunden genau:

$x =$ . . . . $89^0\ 32'\ 25''$

41a). $log\ sin\ x = 6{,}4637261 - 10$
$x =$ . . . . ?

42a). $log\ sin\ x = 8{,}2131854 - 10$
$x =$ . . . . ?

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

43). $\log \sin x = 9{,}84\,885 - 10$
$x =$ . . . . ?

44). $\log \cos x = 9{,}99\,976 - 10$ (siehe Beispiel 4, Seite 187)
$x =$ . . . . ?

45). $\log \cos x = 9{,}97\,721 - 10$
$x =$ . . . . ?

46). $\log tg\, x = 9{,}04\,758 - 10$
$x =$ . . . . ?

47). $\log tg\, x = 9{,}98\,458 - 10$
$x =$ . . . . ?

48). $\log ctg\, x = 11{,}03\,261 - 10$
$x =$ . . . . ?

49). $\log ctg\, x = 10{,}29\,691 - 10$
$x =$ . . . . ?

---

50). $\log \sin x = 9{,}85\,473 - 10$
$x =$ . . . . ?

51). $\log \sin x = 9{,}97\,640 - 10$
$x =$ . . . . ?

52). $\log \sin x = 9{,}99\,981 - 10$ (siehe Beispiel 12, (Seite 188)
$x =$ . . . . ?

53). $\log \cos x = 9{,}36\,871 - 10$
$x =$ . . . . ?

54). $\log \cos x = 9{,}74\,906 - 10$
$x =$ . . . . ?

55). $\log tg\, x = 10{,}56\,792 - 10$
$x =$ . . . . ?

56). $\log tg\, x = 10{,}05\,065 - 10$
$x =$ . . . . ?

57). $\log ctg\, x = 9{,}68\,239 - 10$
$x =$ . . . . ?

58). $\log ctg\, x = 9{,}89\,827 - 10$
$x =$ . . . . ?

Nachstehende Beispiele sollen analog den gelösten Beispielen 19—26 gelöst werden.

59). $\log \sin x = 9{,}25\,973 - 10$
$x =$ . . . . ?

60). $\log \sin x = 9{,}98\,439 - 10$
$x =$ . . . . ?

61). $\log \cos x = 9{,}91\,180 - 10$
$x =$ . . . . ?

62). $\log \cos x = 9{,}77\,443 - 10$
$x =$ . . . . ?

63). $\log tg\, x = 9{,}27\,209 - 10$
$x =$ . . . . ?

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

43a). $\log \sin x = 9{,}442\,3158 - 10$
$x =$ . . . . ?

44a). $\log \cos x = 9{,}999\,9967 - 10$ (s. Beisp. 4a, S. 187)
$x =$ . . . . ?

45a). $\log \cos x = 9{,}990\,2290 - 10$
$x =$ . . . . ?

46a). $\log tg\, x = 9{,}447\,2222 - 10$
$x =$ . . . . ?

47a). $\log tg\, x = 9{,}651\,5231 - 10$
$x =$ . . . . ?

48a). $\log ctg\, x = 0{,}239\,5337$
$x =$ . . . . ?

49a). $\log ctg\, x = 0{,}032\,9197$
$x =$ . . . . ?

50a). $\log \sin x = 9{,}849\,6955 - 10$
$x =$ . . . . ?

51a). $\log \sin x = 9{,}938\,7875 - 10$
$x =$ . . . . ?

52a). $\log \sin x = 9{,}999\,9985 - 10$ (s. Beisp. 12a, S. 188)
$x =$ . . . . ?

53a). $\log \cos x = 8{,}897\,3104 - 10$
$x =$ . . . . ?

54a). $\log \cos x = 9{,}343\,8903 - 10$
$x =$ . . . . ?

55a). $\log tg\, x = 0{,}026\,8414$
$x =$ . . . . ?

56a). $\log tg\, x = 0{,}581\,3845$
$x =$ . . . . ?

57a). $\log ctg\, x = 9{,}368\,7138 - 10$
$x =$ . . . . ?

58a). $\log ctg\, x = 9{,}826\,9418 - 10$
$x =$ . . . . ?

Nachstehende Beispiele sollen analog den gelösten Beispielen 19a bis 26a gelöst werden.

59a). $\log \sin x = 9{,}112\,2439 - 10$
$x =$ . . . . ?

60a). $\log \sin x = 9{,}940\,9501 - 10$
$x =$ . . . . ?

61a). $\log \cos x = 9{,}996\,2000 - 10$
$x =$ . . . . ?

62a). $\log \cos x = 9{,}318\,7123 - 10$
$x =$ . . . . ?

63a). $\log tg\, x = 9{,}434\,8992 - 10$
$x =$ . . . . ?

Uebungsbeispiele:	Resultate:
64). $\log tg\, x = 10{,}45\,279 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
65). $\log ctg\, x = 10{,}73\,409 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
66). $\log ctg\, x = 9{,}65\,416 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?

Nachstehende Beispiele sollen analog den gelösten Beispielen 27—34 gelöst werden.

67). $\log \sin x = 9{,}30\,304 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
68). $\log \sin x = 9{,}92\,681 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
69). $\log \cos x = 9{,}91\,143 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
70). $\log \cos x = 9{,}81\,936 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
71). $\log tg\, x = 9{,}25\,822 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
72). $\log tg\, x = 10{,}36\,331 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
73). $\log ctg\, x = 10{,}73\,764 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
74). $\log ctg\, x = 9{,}65\,929 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?

Nachstehende Beispiele sind analog den gelösten Beispielen 35—38 zu lösen.

75). $\log \sin x = 8{,}22\,413 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
76). $\log tg\, x = 8{,}16\,053 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
77). $\log \cos x = 8{,}23\,043 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
78). $\log ctg\, x = 7{,}59\,088 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?

Nachstehende Beispiele sollen analog den gelösten Beispielen 39 und 40 gelöst werden.

79). $\log ctg\, x = 11{,}76\,923 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
80). $\log tg\, x = 12{,}10\,269 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?

Uebungsbeispiele:	Resultate:
64a). $\log tg\, x = 0{,}487\,5999$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
65a). $\log ctg\, x = 0{,}507\,1001$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
66a). $\log ctg\, x = 9{,}921\,9012 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?

Nachstehende Beispiele sollen analog den gelösten Beispielen 27a bis 34a gelöst werden.

67a). $\log \sin x = 9{,}117\,8809 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
68a). $\log \sin x = 9{,}942\,2988 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
69a). $\log \cos x = 9{,}988\,0263 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
70a). $\log \cos x = 9{,}524\,3661 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
71a). $\log tg\, x = 9{,}436\,7921 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
72a). $\log tg\, x = 0{,}159\,7708$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
73a). $\log ctg\, x = 0{,}482\,1898$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
74a). $\log ctg\, x = 9{,}862\,6504 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?

Nachstehende Beispiele sind analog den gelösten Beispielen 35a bis 38a zu lösen.

75a). $\log \sin x = 8{,}456\,1468 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
76a). $\log tg\, x = 8{,}462\,1078 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
77a). $\log \cos x = 8{,}374\,2991 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
78a). $\log ctg\, x = 8{,}435\,1097 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?

Nachstehende Beispiele sollen analog den gelösten Beispielen 39a und 40a gelöst werden.

79a). $\log ctg\, x = 11{,}800\,2114 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?
80a). $\log tg\, x = 12{,}099\,9988 - 10$	
$x = \ldots\ldots\ldots$	?

2). Ueber die Logarithmen der goniometr. Funktionen stumpfer, überstumpfer und negativer Winkel.

In dem vorhergehenden Abschnitte wurde gezeigt, wie man mit Hülfe einer sogenannten **log.-trig. Tafel**, d. i. eine Tafel in welcher die Logarithmen der goniometr. Funktionen für die Winkel von 0° bis 45°, bezw. für 45° bis 90° enthalten sind, den Logarithmus für einen gegebenen **spitzen** Winkel bestimmt und wie man umgekehrt bei gegebenem Logarithmus einer goniometr. Funktion den zugehörigen spitzen Winkel finden kann.

In diesem Abschnitt soll nunmehr gezeigt werden, wie man mittelst einer solchen Tafel auch den Logarithmus einer goniometr. Funktion für einen stumpfen, überstumpfen und negativen Winkel findet und wie man umgekehrt bei gegebenem Logarithmus einer goniometrischen Funktion nicht allein den zugehörigen spitzen Winkel, sondern auch die entsprechenden stumpfen, überstumpfen und negativen Winkel finden kann.

Erkl. 91. In dem Kapitel: Die Goniometrie wurde auf Seite 49 gezeigt, dass wenn α ein spitzer, d. h. ein im ersten Quadranten liegender Winkel bedeutet, man

mit: $(2R-\alpha)$ einen **stumpfen**, d. h. einen im zweiten Quadranten liegenden Winkel,
mit: $(2R+\alpha)$ einen **überstumpfen** und zwar einen im dritten Quadranten liegenden Winkel,
mit: $(4R-\alpha)$ einen **überstumpfen** und zwar einen im vierten Quadranten liegenden Winkel bezeichnen kann.

Ferner wurde in diesem Kapitel auf den Seiten 50—52 mittelst den Formeln XVII bis XXVIII gezeigt, dass zwischen jenem spitzen Winkel α und diesen stumpfen und überstumpfen Winkeln:

$$(2R-\alpha),\ (2R+\alpha),\ (4R-\alpha)$$

folgende Relationen bestehen:

1). $\sin(2R-\alpha) = \sin\alpha$	5). $\sin(2R+\alpha) = -\sin\alpha$	9). $\sin(4R-\alpha) = -\sin\alpha$
2). $\cos(2R-\alpha) = -\cos\alpha$	6). $\cos(2R+\alpha) = -\cos\alpha$	10). $\cos(4R-\alpha) = \cos\alpha$
3). $tg(2R-\alpha) = -tg\,\alpha$	7). $tg(2R+\alpha) = tg\,\alpha$	11). $tg(4R-\alpha) = -tg\,\alpha$
4). $ctg(2R-\alpha) = -ctg\,\alpha$	8). $ctg(2R+\alpha) = ctg\,\alpha$	12). $ctg(4R-\alpha) = -ctg\,\alpha$

Diese Relationen geben ein Mittel an die Hand, um die goniometrischen Funktionen von Winkeln, die grösser als 90° sind, in die

entsprechenden Funktionen spitzer Winkel ausdrücken zu können, sie liefern mithin auch ein Mittel, um die **Logarithmen** der goniometrischen Funktionen von Winkeln, die grösser als 90° sind, aus den Logarithmen derselben Funktionen spitzer Winkel bestimmen zu können, indem sich hiernach folgende Regeln aufstellen lassen:

Regel 9.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen **stumpfen**, bezw. für einen im **2ten Quadranten** liegenden Winkel: $(2R - \alpha)$ zu bestimmen, so beachte man, dass, wenn α ein **spitzer** Winkel bedeutet, nach der Erkl. 91 auch die Relationen bestehen:

1). $\log \sin(2R - \alpha) = \log \sin \alpha$ . . . . . .

2). $\log \cos(2R - \alpha) = \log(-\cos \alpha) = \log \cos \alpha$ (n)

3). $\log tg\ (2R - \alpha) = \log(-tg\ \alpha) = \log tg\ \alpha$ (n)

4). $\log ctg(2R - \alpha) = \log(-ctg\ \alpha) = \log ctg\ \alpha$ (n)

(2)–4): siehe Erkl. 92)

und dass man den spitzen Winkel α findet, indem man den gegebenen Winkel von 180° (= $2R$) subtrahiert.

Man siehe die Beispiele 1—4 (1a—4a) in der Aufgabe 29.

Bemerkung 1. Aus dieser Relation ergibt sich, dass wenn der **log sin** eines Winkels gegeben ist und man umgekehrt den zugehörigen Winkel bestimmen soll, dieser Winkel gleich dem sich direkt aus der Tafel ergebenden **spitzen** Winkel α, aber auch gleich dem im **2ten Quadranten** liegenden stumpfen Winkel: $(2R - \alpha)$ ist.

Erkl. 92. Da die Logarithmen **negativer** Zahlen, also auch z. B. $\log(-\cos \alpha)$ in den Tafeln nicht enthalten sind, so untersuche man nach dem Zusatz 2, Seite 64, von welchem Einfluss das Minuszeichen ist. Dies geschieht z. B., wie folgt:

Da: $\cos(2R - \alpha) = -\cos \alpha$ ist,

d. h.: da $\cos(2R - \alpha)$ und $\cos \alpha$ ihrem absoluten Werte nach gleich, ihrem Vorzeichen nach aber verschieden sind,

so müssen auch:

$$\log \cos(2R - \alpha) \text{ und } \log \cos \alpha$$

ihrem absoluten Werte nach gleich, ihrem Vorzeichen nach aber verschieden sein. Nach dem Zusatz 3, S. 65, deutet man dies an, durch:

$$\log \cos(2R - \alpha) = \log \cos \alpha \text{ (n)}$$

d. h. der rechts stehende Ausdruck soll negativ genommen werden.

Regel 10.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen **überstumpfen**, bezw. für einen im **3ten Quadranten** liegenden Winkel: $(2R + \alpha)$ zu

bestimmen, so beachte man, dass wenn α ein **spitzer** Winkel bedeutet, nach der Erkl. 91 auch die Relationen bestehen:

1). $\log \sin(2R+\alpha) = \log(-\sin\alpha) = \log\sin\alpha$ (n) } siehe Erkl. 92

2). $\log \cos(2R+\alpha) = \log(-\cos\alpha) = \log\cos\alpha$ (n) }

3). $\log tg\ (2R+\alpha) = \log tg\ \alpha$ }

4). $\log ctg\ (2R+\alpha) = \log ctg\ \alpha$ } . . . . . .

und dass man den spitzen Winkel α findet, indem man von dem gegebenen Winkel 180^0 ($= 2R$) subtrahiert.

Man siehe die Beispiele 5 bis 8 (5a bis 8a) in der Aufgabe 29.

Regel 11.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen **überstumpfen**, bezw. für einen im **4ten Quadranten** liegenden Winkel: $(4R-\alpha)$ zu bestimmen, so beachte man, dass wenn α ein **spitzer** Winkel bedeutet, nach der Erkl. 91 auch die Relationen bestehen:

1). $\log \sin(4R-\alpha) = \log(-\sin\alpha) = \log\sin\alpha$ (n) (siehe Erkl. 92)

2). $\log\cos(4R-\alpha) = \log\cos\alpha$ . . . . . .

3). $\log tg\ (4R-\alpha) = \log(-tg\ \alpha) = \log tg\ \alpha$ (n) (siehe Erkl. 92)

4). $\log ctg(4R-\alpha) = \log(-ctg\ \alpha) = \log ctg\ \alpha$ (n) (siehe Erkl. 92)

und dass man den spitzen Winkel α findet, indem man den gegebenen Winkel von 360^0 ($= 4R$) subtrahiert.

Man siehe die Beispiele 9 bis 12 (9a bis 12a) in der Aufgabe 29.

Erkl. 93. In dem Kapitel: „Die Goniometrie" wurde auf Seite 53 mittelst den Formeln XXX[a] bis [d] gezeigt, dass wenn mit α irgend ein zwischen 0^0 und 360^0 liegender Winkel, mit n eine der Zahlen: 1, 2, 3 ... bezeichnet wird, zwischen dem durch: $(n.4R+\alpha)$ dargestellten Winkel, nämlich zwischen einem Winkel, der um 1.4R, bezw. um 2.4R, 3.4R etc. grösser als jener Winkel α ist und diesem Winkel α die Relationen bestehen:

1). $\sin(n.4R+\alpha) = \sin\alpha$

2). $\cos(n.4R+\alpha) = \cos\alpha$

3). $tg\ (n.4R+\alpha) = tg\ \alpha$

4). $ctg(n.4R+\alpha) = ctg\ \alpha$

Diese Relationen geben ein Mittel an die

Bemerkung 2. Aus diesen Relationen ergibt sich, dass wenn der **log tg** oder der **log ctg** eines Winkels gegeben ist und man umgekehrt den zugehörigen Winkel bestimmen soll, dieser Winkel gleich dem sich direkt aus der Tafel ergebenden **spitzen** Winkel α, aber auch gleich dem im **3ten Quadranten** liegenden überstumpfen Winkel: $(2R+\alpha)$ ist.

Bemerkung 3. Aus der Relation 2). in der Regel 9 und der Relation 2). in der Regel 10 ergibt sich, dass wenn der **log cos** eines Winkels gegeben und dieser Logarithmus **negativ** ist, bezw. **das Zeichen**: (n) bei sich hat, und man umgekehrt den zugehörigen Winkel bestimmen soll, dieser Winkel **nicht gleich** dem sich direkt aus der Tafel ergebenden spitzen Winkel α (siehe die Regel 14), sondern entweder gleich dem im 2ten Quadranten liegenden Winkel: $(2R-\alpha)$ oder gleich dem im 3ten Quadranten liegenden Winkel: $(2R+\alpha)$ ist.

Bemerkung 4. Aus dieser Relation ergibt sich, dass wenn der **log cos** eines Winkels gegeben ist und man umgekehrt den zugehörigen Winkel bestimmen soll, dieser Winkel gleich dem sich direkt aus der Tafel ergebenden **spitzen** Winkel α, aber auch gleich dem im **4ten Quadranten** liegenden überstumpfen Winkel: $(4R-\alpha)$ ist.

Bemerkung 5. Aus der Relation 1). in der Regel 10 und der Relation 1). in der Regel 11 ergibt sich, dass wenn der **log sin** eines Winkels gegeben und dieser Logarithmus **negativ** ist, bezw. **das Zeichen**: (n) bei sich hat und man umgekehrt den zugehörigen Winkel bestimmen soll, dieser Winkel **nicht gleich** dem sich direkt aus der Tafel ergebenden spitzen Winkel α (siehe die Regel 14), sondern entweder gleich dem im 3ten Quadranten liegenden Winkel: $(2R+\alpha)$ oder gleich dem im 4ten Quadranten liegenden Winkel: $(4R-\alpha)$ ist.

Bemerkung 6. Aus den Relationen 3). und 4). in der Regel 9 und aus den Relationen 3). und 4). in der Regel 11 ergibt sich, dass wenn der **log tg** oder der **log ctg** eines Winkels gegeben und dieser Logarithmus **negativ** ist, bezw. **das Zeichen**: (n) bei sich hat und man umgekehrt den zugehörigen Winkel bestimmen soll, dieser Winkel **nicht gleich** dem sich direkt aus der Tafel ergebenden spitzen Winkel α (siehe die Regel 14), sondern entweder

Hand, um die goniometr. Funktionen von Winkeln, die grösser als 360° sind, in die entsprechenden Funktionen solcher Winkel, die kleiner als 360° sind, auszudrücken; sie liefern mithin auch ein Mittel, um die **Logarithmen** der goniometr. Funktionen von Winkeln, die grösser als 360° sind, aus den Logarithmen derselben Funktionen solcher Winkel, die kleiner als 360° sind, bestimmen zu können, indem sich hiernach folgende Regel aufstellen lässt:

Regel 12.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen solchen Winkel, der **grösser** als 360° ist, — dargestellt durch: $(n.4R+\alpha)$ — zu bestimmen, so beachte man, dass wenn α der Ueberschuss dieses Winkels über $1.4R$, $2.4R \ldots . n.4R$ bedeutet, nach der Erkl. 93 auch die Relationen bestehen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1). & \log\sin(n.4R+\alpha) = \log\sin\alpha \\ 2). & \log\cos(n.4R+\alpha) = \log\cos\alpha \\ 3). & \log tg\;(n.4R+\alpha) = \log tg\;\alpha \\ 4). & \log ctg(n.4R+\alpha) = \log ctg\,\alpha \end{array}\right\} \ldots .$$

und dass man den Winkel α findet, indem man von dem gegebenen Winkel soviel mal $4R$ (360°) subtrahiert als dies möglich ist. Je nachdem alsdann α im 1ten, 2ten, 3ten oder 4ten Quadranten liegt, hat man weiter nach den früheren Regeln zu verfahren.

Man siehe die Beispiele 13 bis 16 (13a bis 16a) in der Aufgabe 29.

Erkl. 94. In dem Kapitel: „Die Goniometrie" wurde auf Seite 59 mittelst den Formeln XXXI bis XXXIV gezeigt, dass wenn mit: $-\alpha$ irgend ein **negativer** Winkel bezeichnet wird, zwischen diesem und dem ihm an absolutem Werte gleichen, positiven Winkel: α, die Relationen bestehen:

$$\begin{array}{ll} 1). & \sin(-\alpha) = -\sin\alpha \\ 2). & \cos(-\alpha) = \cos\alpha \\ 3). & tg\;(-\alpha) = -tg\;\alpha \\ 4). & ctg(-\alpha) = -ctg\;\alpha \end{array}$$

Diese Relationen geben ein Mittel an die Hand, um die goniometr. Funktionen negativer Winkel in die entsprechenden Funktionen positiver Winkel auszudrücken, sie liefern mithin auch ein Mittel, um die **Logarithmen** der Funktionen **negativer** Winkel aus den in der Tafel enthaltenen Logarithmen der Funktion positiver Winkel bestimmen zu können, indem sich hiernach folgende Regel aufstellen lässt:

gleich dem im 2ten Quadranten liegenden Winkel: $(2R-\alpha)$ oder gleich dem im 4ten Quadranten liegenden Winkel: $(4R-\alpha)$ ist.

Bemerkung 7. Aus diesen Relationen ergibt sich, dass wenn der Logarithmus irgend einer Funktion gegeben ist und man umgekehrt den zugehörigen Winkel bestimmen soll, dieser Winkel gleich dem sich nach früheren Regeln ergebenden Winkel α, aber auch gleich dem um $1.4R$, $2.4R$, $3.4R$, $\ldots . n.4R$ grösseren Winkel ist.

Regel 13.

Hat man den Logarithmus einer goniometrischen Funktion für einen **negativen** Winkel: $-\alpha$ zu bestimmen, so beachte man, dass, wenn α den ihm an absolutem Werte gleichen aber positiven Winkel darstellt, nach der Erkl. 94 auch die Relationen bestehen:

1). $log\, sin(-\alpha) = log(-sin\,\alpha) = log\, sin\,\alpha$ (n) (siehe Erkl. 92)

2). $log\, cos(-\alpha) = log\, cos\,\alpha$ . . . . (s. Erkl. 91)

3). $log\, tg\,(-\alpha) = log\,(-tg\,\alpha) = log\, tg\,\alpha$ (n) (s. Erkl. 91)

4). $log\, ctg\,(-\alpha) = log\,(-ctg\,\alpha) = log\, ctg\,\alpha$ (n) (s. Erkl. 91)

Man siehe die Beispiele 17—20 (17a—20a) in der Aufgabe 29.

Bemerkung 8. Aus dieser Relation und aus der in der Regel 11 mit dieser in ihrem Endresultat gleichen Relation 2). ergibt sich, dass, wenn der **log cos** eines Winkels in dieser Form gegeben ist und man umgekehrt den dazu gehörigen Winkel bestimmen soll, dieser Winkel gleich dem sich aus der Tafel ergebenden positiven spitzen Winkel α, gleich dem überstumpfen Winkel: $(4R - \alpha)$, gleich den Winkeln: $(n\,.\,4R + \alpha)$ — siehe Relation 2). in der Regel 12 — dann aber auch gleich den negativen Winkeln sein kann, die jenen positiven Winkeln an absolutem Werte gleich sind. Dasselbe gilt für die übrigen Funktionen.

Erkl. 95. Aus den in vorstehenden Regeln 9—13 aufgestellten Relationen ergibt sich, dass die Logarithmen der Funktionen **stumpfer, überstumpfer, mehr als 360°** (= 4R) **betragender** und **negativer** Winkel mit den Logarithmen entsprechender **spitzer** Winkel gleiche absolute Werte haben und sich von letzteren nur teilweise durch ihr Vorzeichen (s. Erkl. 92 und Zusatz 3, S. 65) unterscheiden.

Will man daher zu einem gegebenen Logarithmus einer Funktion den zugehörigen Winkel suchen, so werden sich für denselben, wie man aus den, den vorstehenden Regeln auf der rechten Kolumne beigefügten Bemerkungen 1—8 ersehen kann, **unzählig viele Werte** ergeben. Bemerkt sei hierbei, dass bei trigonometrischen Berechnungen etc. aus der gestellten Aufgabe sich meistens ersehen lässt, ob der gesuchte Winkel spitz, stumpf, überstumpf etc., oder negativ sein muss. Im allgemeinen merke man sich folgende Regel.

Regel 14.

Hat man zu einem gegebenen Logarithmus einer goniometr. Funktion den zugehörigen Winkel zu suchen, so bestimme man nach dem auf S. 173 unter B. angegebenen Verfahren, den dem absoluten Werte dieses Logarithmus . . . zugehörigen spitzen Winkel; dann untersuche man von welcher Art der gesuchte Winkel ist, nämlich ob derselbe spitz, stumpf, überstumpf oder negativ sein soll und benutze schliesslich zur weiteren Bestimmung des gesuchten Winkels die in den Erklärungen 91, 93 u. 94, bezw. in den Regeln 9—13 aufgestellten Relationen, wobei man sich

. . . nämlich ohne Rücksicht, ob derselbe negativ oder positiv ist, bezw. ohne Rücksicht, ob ihm das Zeichen: (n) beigefügt ist oder nicht,

mit Vorteil der diesen Regeln beigefügten Bemerkungen 1—8 bedienen kann.

Man siehe die Beispiele 1—8 in der Aufgabe 30 und beachte die späteren Erklärungen 96, 97 und 98.

Weitere Aufgaben hierüber findet man z. B. in den Kapiteln: Trigonometrie, analytische Geometrie etc. etc.

Aufgabe 29. Man soll die Logarithmen der goniometrischen Funktionen der **stumpfen, überstumpfen, mehr als 360° betragenden** und **negativen** Winkeln, welche in nachstehenden Uebungsbeispielen angeführt sind, bestimmen und zwar:

mit Benutzung der Kleyer'schen

fünf-stelligen log.-trigon. Tafel

Tafel III, und deren Hülfstafel, Tafel IV:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1). $\log \sin 168^0 23' = \ldots\ldots ?$

Da der gegebene Winkel im 2ten **Quadranten** liegt, so ist nach der Regel 9, S. 199:

$\log \sin 168^0 23' = \log \sin (180^0 - 168^0 23')$
$= \log \sin 11^0 37'$

Da man nun, wie in dem Beisp. 2, S. 178, für:

$\log \sin 11^0 37' = 9{,}30398 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log \sin 168^0 23' = \ldots\ldots 9{,}30398 - 10$

2). $\log \cos 125^0 34' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log \cos 125^0 34' = \log \cos (180^0 - 125^0 34')$ (n)
$= \log \cos 54^0 26'$ (n)

Da man nun, wie in dem Beisp. 12, S. 179, für:

$\log \cos 54^0 26' = 9{,}76466 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log \cos 125^0 34' = \ldots\ldots 9{,}76466 - 10$ (n)

3). $\log tg\, 164^0 21' 22'' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log tg\, 164^0 21' 22'' =$
$\log tg\, (180^0 - 164^0 21' 22'')$ (n)
$= \log tg\, 15^0 38' 38''$ (n)

Da man nun, wie in dem Beisp. 30, S. 182, für:

$\log tg\, 15^0 38' 38'' = 9{,}44720 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log tg\, 164^0 21' 22'' = \ldots\ldots 9{,}44720 - 10$ (n)

4). $\log ctg\, 134^0 0' 18'' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log ctg\, 134^0 0' 18'' =$
$= \log ctg\, (180^0 - 134^0 0' 18'')$ (n)
$= \log ctg\, 45^0 59' 42''$ (n)

mit Benutzung der Vega'schen

sieben-stelligen log.-trigon. Tafel

von *Bremiker*,

Tafel III, und deren Hülfstafel, Tafel II:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1a). $\log \sin 168^0 22' 20'' = \ldots\ldots ?$

Da der gegebene Winkel im 2ten **Quadranten** liegt, so ist nach der Regel 9, S. 199:

$\log \sin 168^0 22' 20'' =$
$\log \sin (180^0 - 168^0 22' 20'')$
$= \log \sin 11^0 37' 40''$

Da man nun, wie in dem Beisp. 8a, S. 178, für:

$\log \sin 11^0 37' 40'' = 9{,}3043889 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log \sin 168^0 22' 20'' = \ldots\ldots 9{,}3044889 - 10$

2a). $\log \cos 125^0 59' 40'' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log \cos 125^0 59' 40'' =$
$\log \cos (180^0 - 125^0 59' 40'')$ (n)
$= \log \cos 54^0 0' 20''$ (n)

Da man nun, wie in dem Beisp. 17a, S. 179, für:

$\log \cos 54^0 0' 20'' = 9{,}7691607 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log \cos 125^0 59' 40'' = 9{,}7691607 - 10$ (n)

3a). $\log tg\, 127^0 0' 1{,}7'' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log tg\, 127^0 0' 1{,}7'' =$
$\log tg\, (180^0 - 127^0 0' 1{,}7'')$ (n)
$= \log tg\, 52^0 59' 58{,}3''$ (n)

Da man nun, wie in dem Beisp. 37a, S. 183, für:

$\log tg\, 52^0 59' 58{,}3'' = 0{,}1228782$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log tg\, 127^0 0' 1{,}7'' = \ldots\ldots 0{,}1228782$ (n)

4a). $\log ctg\, 135^0 8' 24'' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log ctg\, 135^0 8' 24'' =$
$\log ctg\, (180^0 - 135^0 8' 24'')$ (n)
$= \log ctg\, 44^0 51' 36''$ (n)

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

Da man nun, wie in dem Beisp. 33, S. 183, für:

$log\ ctg\ 45^0\ 59'\ 42'' = 9{,}98491 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ ctg\ 134^0\ 0'\ 18'' = \ldots\ 9{,}98491 - 10\ (n)$

---

5). $log\ sin\ 226^0\ 31' = \ldots\ ?$

Da der gegebene Winkel im 3ten Quadranten liegt, so ist nach der Regel 10, S. 199:

$log\ sin\ 226^0 31' = log\ sin\ (226^0 31' - 180^0)\ (n)$
$= log\ sin\ 46^0\ 31'\ (n)$

Da man nun, wie in dem Beisp. 10, S. 179, für:

$log\ sin\ 46''\ 31' = 9{,}86068 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ sin\ 226^0\ 31' = \ldots\ 9{,}86068 - 10\ (n)$

6). $log\ cos\ 191^0\ 28'\ 44'' = \ldots\ ?$

Wie vorhin findet man:

$log\ cos\ 191^0\ 28'\ 44'' =$
$log\ cos\ (191^0 28' 44'' - 180^0)\ (n)$
$= log\ cos\ 11^0\ 28'\ 44''\ (n)$

Da man nun, wie in dem Beisp. 28, S. 182, für:

$log\ cos\ 11^0\ 28'\ 44'' = 9{,}99123 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ cos\ 191^0 28' 44'' = \ldots\ 9{,}99123 - 10\ (n)$

7). $log\ tg\ 232^0\ 59'\ 58'' = \ldots\ ?$

Wie vorhin findet man:

$log\ tg\ 232^0\ 59'\ 58'' =$
$log\ tg\ (232^0\ 59'\ 58'' - 180^0)$
$= log\ tg\ 52^0\ 59'\ 58''$

Da man nun, wie in dem Beisp. 31, S. 183, für:

$log\ tg\ 52^0\ 59'\ 58'' = 10{,}12288 - 10$ erhält,

so findet man hierdurch:

$log\ tg\ 232^0\ 59'\ 58'' = \ldots\ 10{,}12288 - 10$

8). $log\ ctg\ 224^0 51' 36'' = \ldots\ ?$

Wie vorhin findet man:

$log\ ctg\ 224^0 51' 36'' =$
$log\ ctg\ (224^0\ 51'\ 36'' - 180^0)$
$= log\ ctg\ 44^0\ 51'\ 36''$

Da man nun, wie in dem Beisp. 32, S. 183, für:

$log\ ctg\ 44^0\ 51'\ 36'' = 10{,}00212 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ ctg\ 224^0 51' 36'' = \ldots\ 10{,}00212 - 10$

---

9). $log\ sin\ 314^0\ 59' = \ldots\ ?$

Da der gegebene Winkel im 4ten Quadranten liegt, so ist nach der Regel 11, S. 200:

$log\ sin\ 314^0 59' = log\ sin\ (360^0 - 314^0 59')\ (n)$
$= log\ sin\ 45^0\ 1'\ (n)$

Da man nun, wie in dem Beisp. 9, S. 179, für:

$log\ sin\ 45^0\ 1' = 9{,}84961 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ sin\ 314^0\ 59' = \ldots\ 9{,}84961 - 10\ (n)$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

Da man nun, wie in dem Beisp. 38a, S. 183, für:

$log\ ctg\ 44^0\ 51'\ 36'' = 0{,}0021223$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ ctg\ 135^0\ 8'\ 24'' = \ldots\ 0{,}0021223\ (n)$

5a). $log\ sin\ 225^0\ 10'\ 50'' = \ldots\ ?$

Da der gegebene Winkel im 3ten Quadranten liegt, so ist nach der Regel 10, S. 199:

$log\ sin\ 225^0\ 10'\ 50'' =$
$log\ sin\ (225^0 10' 50'' - 180^0)\ (n)$
$= log\ sin\ 45''\ 10'\ 50''\ (n)$

Da man nun, wie in dem Beisp. 14a, S. 179, für:

$log\ sin\ 45^0 10' 50'' = 9{,}8508493 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ sin\ 225^0\ 10'\ 50'' = 9{,}8508493 - 10\ (n)$

6a). $log\ cos\ 250^0\ 10'\ 27{,}7'' = \ldots\ ?$

Wie vorhin findet man:

$log\ cos\ 250^0\ 10'\ 27{,}7'' =$
$log\ cos\ (250^0\ 10'\ 27{,}7'' - 180^0)\ (n)$
$= log\ cos\ 70^0\ 10'\ 27{,}7''\ (n)$

Da man nun, wie in dem Beisp. 35a, S. 182, für:

$log\ cos 70^0 10' 27{,}7'' = 9{,}5304033 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ cos\ 250^0\ 10'\ 27{,}7'' = 9{,}5304033 - 10\ (n)$

7a). $log\ tg\ 195^0\ 38'\ 38'' = \ldots\ ?$

Wie vorhin findet man:

$log\ tg\ 195^0\ 38'\ 38'' =$
$log\ tg\ (195^0\ 38'\ 38'' - 180^0)$
$= log\ tg\ 15^0\ 38'\ 38''$

Da man nun, wie in dem Beisp. 36a, S. 183, für:

$log\ tg\ 15^0\ 38'\ 38'' = 9{,}4472060 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ tg\ 195^0\ 38'\ 38'' = \ldots\ 9{,}4472060 - 10$

8a). $log\ ctg\ 225^0\ 59'\ 42{,}4'' = \ldots\ ?$

Wie vorhin findet man:

$log\ ctg\ 225^0\ 59'\ 42{,}4'' =$
$log\ ctg\ (225^0\ 59'\ 42{,}4'' - 180^0)$
$= log\ ctg\ 45^0\ 59'\ 42{,}4''$

Da man nun, wie in dem Beisp. 39a, S. 183, für:

$log\ ctg 45^0 59' 42{,}4'' = 9{,}9849114 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ ctg\ 225^0\ 59'\ 42{,}4 = \ldots\ 9{,}9849114 - 10$

9a). $log\ sin\ 313^0\ 24'\ 50'' = \ldots\ ?$

Da der gegebene Winkel im 4ten Quadranten liegt, so ist nach der Regel 11, S. 200:

$log\ sin\ 313^0\ 24'\ 50'' =$
$log\ sin\ (360^0 - 313^0 24' 50'')\ (n)$
$= log\ sin\ 46^0\ 35'\ 10''$

Da man nun, wie in dem Beisp. 15a, S. 179, für:

$log\ sin\ 46^0 35' 10'' = 9{,}8611807 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$log\ sin\ 313^0\ 24'\ 50'' = 9{,}8611807 - 10\ (n)$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

10). $\log\cos 305^\circ 34' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log\cos 305^\circ 34' = \log\cos (360^\circ - 305^\circ 34')$
$= \log\cos 54^\circ 26'$

Da man nun, wie in dem Beisp. 12, S. 179, für:

$\log\cos 54^\circ 26' = 9{,}76466 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log\cos 305^\circ 34' = \ldots$ 9,76466 — 10

11). $\log tg\, 344^\circ 21' 22'' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log tg\, 344^\circ 21' 22'' =$
$\log tg\, (360^\circ - 344^\circ 21' 22'')$ (n)
$= \log tg\, 15^\circ 38' 38''$ (n)

Da man nun, wie in dem Beisp. 30, S. 182, für:

$\log tg\, 15^\circ 38' 38'' = 9{,}44720 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log tg\, 344^\circ 21' 22'' = \ldots$ 9,44720 — 10 (n)

12). $\log ctg\, 315^\circ 8' 24'' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log ctg\, 315^\circ 8' 24'' =$
$\log ctg\, (360^\circ - 315^\circ 8' 24'')$ (n)
$= \log ctg\, 44^\circ 51' 36''$ (n)

Da man nun, wie in dem Beisp. 32, S. 183, für:

$\log ctg\, 44^\circ 51' 36'' = 10{,}00212 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log ctg\, 315^\circ 8' 24'' = \ldots$ 10,00212 — 10 (n)

---

13). $\log\sin 407^\circ 0' 58'' = \ldots\ldots ?$

Da der gegebene Winkel grösser als 360° ist, so ist nach der Regel 12, S. 201:

$\log\sin 407^\circ 0' 58'' =$
$\log\sin (407^\circ 0' 58'' - 1 . 360^\circ)$
$= \log\sin 47^\circ 0' 58''$

Da man nun, wie in dem Beisp. 27, S. 182, für:

$\log\sin 47^\circ 0' 58'' = 9{,}86425 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log\sin 407^\circ 0' 58'' = \ldots$ 9,86425 — 10

14). $\log\cos 845^\circ 34' = \ldots\ldots ?$

Analog wie vorhin findet man:

$\log\cos 845^\circ 34' = \log\cos (845^\circ 34' - 2 . 360^\circ)$
$= \log\cos 125^\circ 34'$

Da man nun nach der Regel 9, wie in dem Beispiel 2, Seite 203, für:

$\log\cos 125^\circ 34' = 9{,}76466 - 10$ (n) erhält,

so findet man hiernach:

$\log\cos 845^\circ 34' = \ldots$ 9,76466 — 10 (n)

15). $\log tg\, 1312^\circ 59' 58'' = \ldots\ldots ?$

Analog wie vorhin findet man:

$\log tg\, 1312^\circ 59' 58'' =$
$\log tg\, (1312^\circ 59' 58'' - 3 . 360^\circ)$
$= \log tg\, 232^\circ 59' 58''$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

10a). $\log\cos 345^\circ 59' 30'' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log\cos 345^\circ 59' 30'' =$
$\log\cos (360^\circ - 345^\circ 59' 30'')$
$= \log\cos 14^\circ 0' 30''$

Da man nun, wie in dem Beispiel 5a, S. 179, für:

$\log\cos 14^\circ 0' 30'' = 9{,}9868884 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log\cos 345^\circ 59' 30'' = \ldots$ 9,9868884 — 10

11a). $\log tg\, 293^\circ 0' 10'' = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log tg\, 293^\circ 0' 10'' =$
$\log tg\, (360^\circ - 293^\circ 0' 10'')$ (n)
$= \log tg\, 66^\circ 59' 50''$ (n)

Da man nun, wie in dem Beisp. 19a, S. 180, für:

$\log tg\, 66^\circ 59' 50'' = 0{,}3720895$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log tg\, 293^\circ 0' 10'' = \ldots$ 0,3720895 (n)

12a). $\log ctg\, 314^\circ 0' 17{,}6 = \ldots\ldots ?$

Wie vorhin findet man:

$\log ctg\, 314^\circ 0' 17{,}6'' =$
$\log ctg\, (360^\circ - 314^\circ 0' 17{,}6'')$ (n)
$= \log ctg\, 45^\circ 59' 42{,}4''$ (n)

Da man nun, wie in dem Beisp. 31a, S. 181, für:

$\log ctg\, 45^\circ 59' 42{,}4'' = 9{,}9849114 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log ctg\, 314^\circ 0' 17{,}6 = \ldots$ 9,9849114 — 10 (n)

13a). $\log\sin 407^\circ 0' 58{,}6'' = \ldots\ldots ?$

Da der gegebene Winkel grösser als 360° ist, so ist nach der Regel 12, S. 201:

$\log\sin 407^\circ 0' 58{,}6'' =$
$\log\sin (407^\circ 0' 58{,}6'' - 1 . 360^\circ)$
$= \log\sin 47^\circ 0' 58{,}6''$

Da man nun, wie in dem Beisp. 33a, S. 182, für:

$\log\sin 47^\circ 0' 58{,}6'' = 9{,}8642425 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log\sin 407^\circ 0' 58{,}6'' = \ldots$ 9,8642425 — 10

14a). $\log\cos 845^\circ 59' 40' = \ldots\ldots ?$

Analog wie vorhin findet man:

$\log\cos 845^\circ 59' 40'' =$
$\log\cos (845^\circ 59' 40'' - 2 . 360^\circ)$
$= \log\cos 125^\circ 59' 40''$

Da man nun nach der Regel 9, wie in dem Beispiel 2a, Seite 203, für:

$\log\cos 125^\circ 59' 40'' = 9{,}7691607 - 10$ (n)

erhält, so findet man hiernach:

$\log\cos 845^\circ 59' 40'' = 9{,}7691607 - 10$ (n)

15a). $\log tg\, 1275^\circ 38' 38'' = \ldots\ldots ?$

Analog wie vorhin findet man:

$\log tg\, 1275^\circ 38' 38'' =$
$\log tg\, (1275^\circ 38' 38'' - 3 . 360^\circ)$
$= \log tg\, 195^\circ 38' 38''$

Uebungsbeispiele: Resultate:

Da man nun nach der Regel 10, Seite 199, wie in dem Beispiel 7, Seite 204, für:

$\log tg\, 232^0\, 59'\, 58'' = 10{,}12288 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log tg\, 1312^0\, 59'\, 58'' = \ldots 10{,}12288 - 10$

16). $\log ctg\, 1755^0\, 8'\, 24'' = \ldots\ ?$

Analog wie vorhin findet man:

$\log ctg\, 1755^0\, 8'\, 24'' = \log ctg\,(1755^0\, 8'\, 24'' - 4 \cdot 360^0) = \log ctg\, 315^0\, 8'\, 24''$

Da man nun, nach der Regel 11, S. 200, wie in dem Beispiel 12, S. 205, für:

$\log ctg\, 315^0\, 8'\, 24'' = 10{,}00212 - 10$ (n)

erhält, so findet man hiernach:

$\log ctg\, 1755^0\, 8'\, 24'' = 10{,}00212 - 10$ (n)

---

17). $\log \sin\,(-6^0\, 10') = \ldots\ ?$

Da der gegeb. Winkel ein **negativer** Winkel ist, so ist nach der Regel 13, S. 202:

$\log \sin\,(-6^0\, 10') = \log \sin\, 6^0\, 10'$ (n)

Da man nun, wie in dem Beispiel 1, Seite 202, für:

$\log \sin\, 6^0\, 10' = 9{,}03109 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log \sin\,(-6^0\, 10') = \ldots 9{,}03109 - 10$ (n)

18). $\log \cos\,(-125^0\, 34') = \ldots\ ?$

Analog wie vorhin findet man nach Regel 13.

$\log \cos\,(-125^0\, 34') = \log \cos\, 125^0\, 34''$

Da man nun nach der Regel 9, S. 199, wie in dem Beispiel 2 S. 203, für:

$\log \cos\, 125^0\, 34' = 9{,}76466$ (n) erhält,

so findet man hiernach:

$\log \cos\,(-125^0\, 34') = \ldots 9{,}76466$ (n)

19). $\log tg\,(-232^0\, 59'\, 58'') = \ldots\ ?$

Analog wie vorhin findet man nach Regel 13:

$\log tg\,(-232^0 59' 58'') = \log tg\, 232^0 59' 58''$ (n)

Da man nun nach der Regel 10, S. 199, wie in dem Beispiel 7, Seite 204, für:

$\log tg\, 232^0\, 59'\, 58'' = 10{,}12288 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log tg\,(-232^0\, 59'\, 58'') = 10{,}12288 - 10$ (n)

20). $\log ctg\,(-315^0\, 8'\, 24'') = \ldots\ ?$

Analog wie vorhin findet man nach der Regel 13:

$\log ctg\,(-315^0 8' 24'') = \log ctg\, 315^0 8' 24''$ (n)

Da man nun nach der Regel 10, Seite 199, wie in dem Beispiel 12, Seite 205, für:

$\log ctg\, 315^0 8' 24'' = 10{,}00212 - 10$ (n) erhält,

so findet man hiernach:

$\log ctg\,(-315^0 8' 24'') = 10{,}00212 - 10$ (n) (n)

oder:

$\log ctg\,(-315^0 8' 24'') = 10{,}00212 - 10$

denn: 10,00212 — 10 (n) (n) heisst soviel als: man soll 10,00212 — 10 zweimal negativ nehmen, was nach algebr. Regeln ein positives Resultat ergibt.

Uebungsbeispiele: Resultate:

Da man nun nach der Regel 10, S. 199, wie in dem Beispiel 7a, S. 204, für:

$\log tg\, 195^0 38' 38'' = 9{,}4472060 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log tg\, 1275^0\, 38'\, 38'' = \ldots 9{,}4472060 - 10$

16a). $\log ctg\, 1754^0\, 0'\, 17{,}6'' = \ldots\ ?$

Analog wie vorhin findet man:

$\log ctg\, 1754^0\, 0'\, 17{,}6'' = \log ctg\,(1754^0 0' 17{,}6'' - 4 \cdot 360^0) = \log ctg\, 314^0\, 0'\, 17{,}6''$

Da man nun nach der Regel 11, S. 200, wie in dem Beispiel 12a, S. 205, für:

$\log ctg\, 314^0\, 0'\, 17{,}6'' = 9{,}9849114 - 10$ (n)

erhält, so findet man hiernach:

$\log ctg\, 1754^0\, 0'\, 17{,}6'' = 9{,}9849114 - 10$ (n)

17a). $\log \sin\,(-11^0\, 37'\, 40'') = \ldots\ ?$

Da der gegeb. Winkel ein **negativer** Winkel ist, so ist nach der Regel 13, S. 202:

$\log \sin\,(-11^0\, 37'\, 40'') = \log \sin\, 11^0 37' 40''$ (n)

Da man nun, wie in dem Beispiel 3a, Seite 178, für:

$\log \sin\,(-11^0\, 37'\, 40'') = 9{,}3043889 - 10$

erhält, so findet man hiernach:

$\log \sin\,(11^0\, 37'\, 40'') = \ldots 9{,}3043889 - 10$ (n)

18a). $\log \cos\,(-125^0\, 59'\, 40'') = \ldots\ ?$

Analog wie vorhin findet man nach Regel 13:

$\log \cos\,(-125^0\, 59'\, 40'') = \log \cos\, 125^0\, 59'\, 40''$

Da man nun nach der Regel 9, S. 199, wie in dem Beispiel 2a, S. 203, für:

$\log \cos\, 125^0\, 59'\, 40'' = 9{,}7691607 - 10$ (n)

erhält, so findet man hiernach:

$\log \cos\,(125^0\, 59'\, 40'') = 9{,}7691607 - 10$ (n)

19a). $\log tg\,(-195^0\, 38'\, 38'') = \ldots\ ?$

Analog wie vorhin findet man nach der Regel 13:

$\log tg\,(-195^0\, 38'\, 38'') = \log tg\, 195^0 38' 38''$ (n)

Da man nun nach der Regel 10, S. 199, wie in dem Beispiel 7a, S. 204, für:

$\log tg\, 195^0\, 38'\, 38'' = 9{,}4472060 - 10$ erhält,

so findet man hiernach:

$\log tg\,(-195^0\, 38'\, 38'') = 9{,}4472060 - 10$ (n)

20a). $\log ctg\,(-314^0\, 0'\, 17{,}6) = \ldots\ ?$

Analog wie vorhin findet man nach der Regel 13:

$\log ctg\,(-314^0 0' 17{,}6'') = \log ctg\, 314^0 0' 17{,}6''$ (n)

Da man nun nach der Regel 10, Seite 199, wie in dem Beispiel 12a, Seite 205, für:

$\log ctg\, 314^0 0' 17{,}6'' = 9{,}9849114 - 10$ (n) erhält,

so findet man hiernach:

$\log ctg\,(-314^0 0' 17{,}6'') = 9{,}9849114 - 10$ (n) (n)

oder:

$\log ctg\,(-314^0 0' 17{,}6'') = 9{,}9849114 - 10$

denn: 9,9849114 — 10 (n) (n) heisst soviel als: man soll 9,9849114 — 10 zweimal negativ nehmen, was nach algebr. Regeln ein positives Resultat ergibt.

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Uebungsbeispiele:	Resultate:
21). *log sin* 132° 24′ = ...	?	21a). *log sin* 157° 40′ 30″ = . . .	?
22). *log cos* 110° 36′ = ...	?	22a). *log cos* 119° 57′ 45″ = . . .	?
23). *log tg* 162° 1′ 30″ = ...	?	23a). *log tg* 124° 2′ 10,9″ = . . .	?
24). *log ctg* 95° 0′ 48″ = ...	?	24a). *log ctg* 101° 51′ 56,8″ = . . .	?
25). *log sin* 195° 26′ = ...	?	25a). *log sin* 200° 40′ 40″ = . . .	?
26). *log cos* 250° 22′ 30″ = ...	?	26a). *log cos* 216° 10′ 55″ = . . .	?
27). *log tg* 209° 0′ 57″ = ...	?	27a). *log tg* 227° 0′ 56,9″ = . . .	?
28). *log ctg* 238° 20′ 8″ = ...	?	28a). *log ctg* 243° 31′ 8,6″ = . . .	?
29). *log sin* 298° 33′ 10″ = ...	?	29a). *log sin* 300° 0′ 50″ = . . .	?
30). *log cos* 311° 10′ 50″ = ...	?	30a). *log cos* 318° 9′ 46″ = . . .	?
31). *log tg* 323° 0′ 36″ = ...	?	31a). *log tg* 326° 32′ 41,9″ = . . .	?
32). *log ctg* 345° 26′ 41″ = ...	?	32a). *log ctg* 352° 20′ 30,8″ = . . .	?
33). *log sin* 380° 11′ = ...	?	33a). *log sin* 3S2° 9′ 40″ = . . .	?
34). *log cos* 420° 0′ 30″ = ...	?	34a). *log cos* 404° 12′ 33,3″ = . . .	?
35). *log tg* 466° 13′ 10″ = ...	?	35a). *log tg* 499° 7′ 46″ = . . .	?
36). *log ctg* 532° 6′ 2″ = ...	?	36a). *log ctg* 529° 17′ 12,6″ = . . .	?
37). *log sin* 593° 12′ 6″ = ...	?	37a). *log sin* 598° 0′ 30,8″ = . . .	?
38). *log cos* 612° 26′ 57″ = ...	?	38a). *log cos* 621° 10′ 3,5″ = . . .	?
39). *log tg* 661° 0′ 10″ = ...	?	39a). *log tg* 689° 22′ 41″ = . . .	?
40). *log ctg* 711° 30′ 9″ = ...	?	40a). *log ctg* 708° 42′ 41,9″ = . . .	?
41). *log sin* 788° 46′ = ...	?	41a). *log sin* 814° 36′ 9,4″ = . . .	?
42). *log ctg* 1486° 22′ 40″ = . . .	?	42a). *log ctg* 1247° 6′ 58″ = . . .	?
43). *log cos* 1873° 0′ 59″ = ...	?	43a). *log cos* 1799° 0′ 59,9″ = . . .	?
44). *log sin* (— 14° 28′) = ...	?	44a). *log sin* (— 36° 53′ 40″) = . .	?
45). *log cos* (— 5° 38′ 36″) = . . .	?	45a). *log cos* (— 5° 38′ 36,7″) = . .	?
46). *log tg* (— 85° 13′ 10″) = . . .	?	46a). *log tg* (— 72° 10′ 38″) = . .	?
47). *log ctg* (— 46° 26′ 15″) = . . .	?	47a). *log ctg* (— 52° 33′ 16,4″) = . .	?
48). *log sin* (— 214° 8′ 4″) = . . .	?	48a). *log sin* (— 214° 8′ 4,6″) = . .	?
49). *log cos* (— 126° 3′ 46″) = . . .	?	49a). *log cos* (— 126° 9′ 32,8″) = . .	?
50). *log tg* (— 276° 16′) = . . .	?	50a). *log tg* (— 276° 10′ 40″) = . .	?
51). *log ctg* (— 570° 25′) = . . .	?	51a). *log ctg* (— 570° 25′ 30″) = . .	?
52). *log sin* (— 940° 8′ 24″) = . . .	?	52a). *log sin* (— 940° 8′ 24,6″) = . .	?
53). *log ctg* (—1283° 36′ 8″) = . . .	?	53a). *log ctg* (— 1283° 36′ 8,8″) = . .	?

Aufgabe 30. Man soll die spitzen, **stumpfen und überstumpfen weniger als 360° betragenden positiven** Winkel x (siehe die Erklärungen 96—98) bestimmen, welche zu den in nachstehenden Uebungsbeispielen gegebenen Logarithmen gehören, und zwar:

mit Benutzung der Kleyer'schen
fünf-stelligen log.-trigon. Tafel
Tafel III, und deren Hülfstafel, Tafel IV:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}23752 - 10$ ist.

Nach der Regel 14, S. 202, erhält man zunächst, wie in dem Beispiel 2, S. 187:

$x = 9^0\,57'$

Dann erhält man aber auch nach der Bemerkung 1, S. 199, noch den Winkel:

$(2R - 9^0\,57')$

Somit ergibt sich für den gesuchten Winkel:

$x_1 = \ldots\ldots\ldots 9^0\,57'$
und $x_2 = \ldots 180^0 - 9^0\,57' = 170^0\,3'$

2). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}84936 - 10$ (n) ist.

Wie vorhin findet man zunächst:

den spitzen Winkel: $44^0\,59'$ (siehe d. Beisp. 3, Seite 187)

Nach der Bemerkung 5, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel, entweder:

$(2R + 44^0\,59')$ oder $= (4R - 44^0\,59')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:

$x_1 = \ldots 180^0 + 44^0\,59' = 224^0\,59'$
und $x_2 = \ldots 360^0 - 44^0\,59, = 315^0\,1'$

3). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ cos\ x = 9{,}99984 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:

$1^0\,34'$ (siehe das Beispiel 4, S. 187)

Nach der Bemerkung 4, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel nicht allein $= 1^0\,34'$ sondern auch $= (4R - 1^0\,34')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:

$x_1 = \ldots\ldots\ldots 1^0\,34'$
und $x_2 = \ldots 360^0 - 1^0\,34' = 358^0\,26'$

4). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ cos\ x = 9{,}97326 - 10$ (n) ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:

$19^0\,54'$ (siehe das Beispiel 5, S. 187)

Nach der Bemerkung 3, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel, entweder:

$(2R - 19^0\,54')$ oder: $(2R + 19^0\,54')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:

$x_1 = \ldots 180^0 - 19^0\,54'' = 160^0\,6''$
und $x_2 = \ldots 180^0 + 19^0\,54'' = 199^0\,54''$

mit Benutzung der Vega'schen
sieben-stelligen log.-trigon. Tafel
von *Bremiker,*
Tafel III, und deren Hülfstafel, Tafel II:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 8{,}0200207 - 10$ ist.

Nach der Regel 14, Seite 202, erhält man zunächst, wie in dem Beispiel 2a, S. 187:

$x = 0^0\,36'\,0''$

Dann erhält man aber auch nach der Bemerkung 1, S. 199, noch den Winkel:

$(2R - 0^0\,36')$

Somit ergibt sich für den gesuchten Winkel:

$x_1 = \ldots\ldots\ldots 0^0\,36'$
und $x_2 = \ldots 180^0 - 0^0\,36' = 179^0\,24'$

2a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ sin\ x = 9{,}4022469 - 10$ (n) ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel: $14^0\,37'\,30''$ (siehe d. Beisp. 3a, Seite 187)

Nach der Bemerk. 5, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel, entweder:

$(2R + 14^0 37' 30'')$ oder $= (4R - 14^0 37' 30'')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:

$x_1 = 180^0 + 14^0 37' 30'' = 194^0 37' 30''$
und $x_2 = 360^0 - 14^0 37' 30'' = 345^0 22' 30''$

3a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ cos\ x = 9{,}9970707 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:

$6^0\,38'\,50''$ (siehe das Beispiel 5a, S. 187)

Nach der Bemerkung 4, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel nicht allein $= 6^0 38' 50''$, sondern auch $= (4R - 6^0 38' 50'')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:

$x_1 = \ldots\ldots\ldots 6^0\,38'\,50''$
und $x_2 = 360^0 - 6^0 38' 50'' = 353^0 21' 10''$

4a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $log\ cos\ x = 8{,}8906116 - 10$ (n) ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:

$85^0\,32'\,30''$ (siehe das Beispiel 12a, S. 188)

Nach der Bemerkung 3, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel, entweder:

$(2R - 85^0 32' 30'')$ oder: $(2R + 85^0 32' 30'')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:

$x_1 = 180^0 - 85^0 32' 30'' = 94^0 27' 30''$
und $x_2 = 180^0 + 85^0 32' 30'' = 265^0 32' 30''$

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)
„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)
„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)
„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)
„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)
„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)
„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)
„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.
„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)
„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)
„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)
„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)
„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)
„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72). Mit Anhang u. Schluss der Logarithmen.
„ 74. **Die Wurzeln.**
Inhalt: Alle Lehrsätze, Formeln und Regeln, alle möglichen gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, welche sich auf die Wurzeln beziehen.
„ 75. **Die Wurzeln.** (Forts. v. Heft 74.)
„ 76. dto. („ „ „ 75.)
„ 77. dto. („ „ „ 76.)
„ 78. dto. („ „ „ 77.)
„ 79. dto. („ „ „ 78.)
„ 80. dto. („ „ „ 79.)
u. s. f. u. s. f.

Druck von Hammer & Liebich in Stuttgart.

80. Heft.

Preis des Heftes **25 Pf.**

Die Logarithmen.
(Schluss.)
Forts. von Heft 77. Seite 209—216 und Seite I bis VIII.





Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der **Rechenkunst,** der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken-** u. **Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar-** u. **Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen** etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Ingenieur und Lehrer, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die Logarithmen (Schluss).

Fortsetzung von Heft 77. — Seite 209—216 und Seite I bis VIII.

Inhalt:

Stuttgart 1883.
Verlag von Julius Maier.

— Diese Aufgabensammlung erscheint fortlaufend, monatlich 3—4 Hefte. —
[illegible] einzelnen Hauptkapitel sind mit eigener Paginierung versehen, so dass jedes derselben einen Band bilden wird.

☛ **Auf mehrfachen Wunsch beginnen wir jetzt einzelne Kapitel abzuschliessen.** [illegible]mzufolge ändert sich das bisher aufgestellte Inhaltsverzeichnis und gibt die Rückseite

☛ Um gütige Beachtung der untenstehenden Bemerkung wird gebeten. ☛



Uebungsbeispiele: Resultate:

5). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\log tg\, x = 10{,}02477 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:
$46^0\,38'$ (siehe das Beispiel 15, Seite 189)

Nach der Bemerkung 2, Seite 200, ist somit der gesuchte Winkel $= 46^0\,38'$ oder $= (2R + 46^0\,38')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:
$x_1 = \ldots\ldots\ldots\ 46^0\,38'$
und $x_2 = .\ 180^0 + 46^0\,38' = 226^0\,38'$

6). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\log tg\, x = 10{,}47422 - 10$ (n) ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:
$71^0\,27'$ (siehe das Beispiel 16, Seite 189)

Nach der Bemerk. 6, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel entweder $= (2R - 71^0 27')$ oder $= (4R - 71^0\,27')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:
$x_1 = \ldots\ 180^0 - 71^0\,27' = 108^0\,33'$
und $x_2 = \ldots\ 360^0 - 71^0\,27' = 288^0\,33'$

7). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}41161 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:
$75^0\,32'$ (siehe das Beispiel 17, Seite 189).

Nach der Bemerkung 2, Seite 200, ist somit der gesuchte Winkel $= 75^0\,32'$ oder $= (2R + 75^0\,32')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:
$x_1 = \ldots\ldots\ldots\ 75^0\,32'$
und $x_2 = \ldots\ 180^0 + 75^0\,32' = 255^0\,32'$

8). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\log ctg = 9{,}84576 - 10$ (n) ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:
$54^0\,58'$ (siehe das Beispiel 18, Seite 189).

Nach der Bemerk. 6, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel entweder $= (2R - 54^0 58')$ oder $= (4R - 54^0\,58')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:
$x_1 = \ldots\ 180^0 - 54^0\,58' = 125^0\,2'$
und $x_2 = \ldots\ 360^0 - 54^0\,58' = 305^0\,2'$

---

9). $\log \sin x = 9{,}48173 - 10$
$x = \ldots\ldots\ldots\ldots$?

10). $\log \sin x = 9{,}85473 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots\ldots$?

Uebungsbeispiele: Resultate:

5a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\log tg\, x = 0{,}0311462$ ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:
$47^0\,3'\,10''$ (siehe das Beispiel 15a, Seite 189).

Nach der Bemerkung 2, Seite 200, ist somit der gesuchte Winkel $= 47^0 3' 10''$ oder $= (2R + 47^0\,3'\,10'')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:
$x_1 = \ldots\ldots\ldots\ 47^0 3'\,10''$
und $x_2 = 180^0 + 47^0\,3'\,10'' = 227^0 3'\,10''$

6a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\log tg\, x = 0{,}5616112$ (n) ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:
$74^0\,39'\,20''$ (siehe das Beispiel 16a, Seite 189)

Nach der Bemerk. 6, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel entweder $=$ $(2R - 74^0 39' 20'')$ oder $= (2R + 74^0 39' 20'')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:
$x_1 = 180^0 - 74^0 39' 20'' = 105^0 20' 40''$
und $x_2 = 360^0 - 74^0 39' 20'' = 285^0 20' 40''$

7a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}3572740 - 10$ ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:
$77^0\,10'\,30''$ (siehe das Beispiel 17a, Seite 189).

Nach der Bemerkung 2, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel $= 77^0\,10'\,30''$ oder $= (2R + 77^0\,10'\,30'')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:
$x_1 = \ldots\ldots\ldots\ 77^0\,10'\,32''$
und $x_2 = 180^0 + 77^0 10' 32'' = 257^0 10' 32''$

8a). Winkel $x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\log ctg\, x = 9{,}7648365 - 10$ (n) ist.

Wie vorhin findet man zunächst den spitzen Winkel:
$59^0\,48'\,20''$ (siehe das Beispiel 18, Seite 189).

Nach der Bemerk. 6, S. 200, ist somit der gesuchte Winkel entweder $=$ $(2R - 59^0 48' 20'')$ oder $= (4R - 59^0 48' 20'')$

Für den gesuchten Winkel ergibt sich hiernach:
$x_1 = 180^0 - 59^0 48' 20'' = 120^0 11' 40''$
und $x_2 = 360^0 - 59^0 48' 20'' = 300^0 11' 40''$

9a). $\log \sin x = 9{,}4423158 - 10$
$x = \ldots\ldots\ldots\ldots$?

10a). $\log \sin x = 9{,}9387875 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots\ldots$?

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

11). $\log \cos x = 9{,}36\,871 - 10$
$x = \ldots\ldots\ldots$?

12). $\log \cos x = 9{,}91\,143 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?

13). $\log tg\, x = 10{,}06\,056 - 10$
$x = \ldots\ldots\ldots$?

14). $\log tg\, x = 10{,}36\,331 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?

15). $\log ctg\, x = 9{,}89\,827 - 10$
$x = \ldots\ldots\ldots$?

16). $\log ctg\, x = 9{,}65\,929 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?

17). $\log \cos x = 9{,}85\,248 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?

18). $\log \sin x = 9{,}68\,746 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\cos x$ positiv sein soll (s. Erkl. 96).

19). $\log \cos x = 9{,}78\,645 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\sin x$ positiv sein soll.

20). $\log ctg\, x = 9{,}68\,450 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\sin x$ positiv sein soll.

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

11a). $\log \cos x = 9{,}343\,8903 - 10$
$x = \ldots\ldots\ldots$?

12a). $\log \cos x = 9{,}988\,0263 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?

13a). $\log tg\, x = 0{,}581\,3845$
$x = \ldots\ldots\ldots$?

14a). $\log tg\, x = 0{,}169\,7708$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?

15a). $\log ctg\, x = 9{,}826\,9418 - 10$
$x = \ldots\ldots\ldots$?

16a). $\log ctg\, x = 9{,}862\,6504 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?

17a). $\log \cos x = 9{,}852\,4768 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?

18a). $\log \sin x = 9{,}687\,4589 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\cos x$ positiv sein soll (s. Erkl. 96).

19a). $\log \cos x = 9{,}786\,4537 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\sin x$ positiv sein soll.

20a). $\log ctg\, x = 9{,}684\,5002 - 10$ (n)
$x = \ldots\ldots\ldots$?
wenn: $\cos x$ negativ sein soll

Erkl. 96. Aus den vorstehenden Beispielen 1—8 ersieht man, dass sich stets **zwei Werte** für den gesuchten Winkel ergeben. Soll nun der gesuchte Winkel ein ganz bestimmter sein, also **keine Zweideutigkeit** bestehen, so muss ausser dem Logarithmus der betreff. Funktion auch noch das Richtungszeichen einer anderen Funktion desselben Winkels gegeben sein. . . . . Man siehe hierüber nach in dem Kapitel: „Die Goniometrie“, und zwar in dem Abschnitt III, Seite 6.

z. B.: In dem vorst. Beisp. 18 wird man für x zwei Winkel erhalten und zwar einen, welcher im 3ten und einen, welcher im 4ten Quadranten liegt, da aber auch bei diesem Beispiel gesagt ist, dass der Kosinus des betr. Winkels positiv sein soll, so kann, weil die Kosinus der Winkel im 4ten Quadranten positiv, im 3ten Quadranten aber negativ sind, von jenen zwei Winkeln nur der im 4ten Quadranten gemeint sein.

Dies gilt auch in analoger Weise für die Beispiele 18a, 19 und 19a, 20 und 20a.

Erkl. 97. Sind Logarithmen goniometrischer Funktionen gegeben und man soll die zugehörigen Winkel bestimmen, welche z. B. zwischen 360^0 und 720^0 oder zwischen 720^0 und 1080^0 oder zwischen 1080^0 und 1440^0 u. s. f. liegen, so bestimme man die Winkel wie in den Beispielen der Aufg. 30 gezeigt und **addiere** diesen gefundenen Winkeln $1 . 360^0$ oder $2 . 360^0$ oder $3 . 360^0$ u. s. f. zu.

Die Uebungsbeispiele in der Aufgabe 30 können somit auch zur Uebung der Berechnung solcher Winkel dienen.

Erkl. 98. Sind Logarithmen goniometrischer Funktionen gegeben und man soll die zugehörigen Winkel bestimmen, welche **negativ** sind, so bestimme man die Winkel wie in den Beispielen der Aufgabe 30 gezeigt ist und setze denselben unter Berücksichtigung der in der Regel 13 aufgestellten Relationen und unter Berücksichtigung der Bemerkung 8, Seite 202, das Zeichen **Minus** vor.

Die Uebungsbeispiele in der Aufgabe 30 können somit auch zur Uebung der Berechnung negativer Winkel dienen.

XI. Anhang.

1). Ueber die Berechnung der Werte goniometr. Funktionen mittelst Logarithmen.

Erkl. 99. Hat man den Wert einer goniometrischen Funktion für irgend einen gegebenen Winkel zu bestimmen und man hat keine **trigonometrische Tafel**, wohl aber eine **logarithmisch-trigonometrische** Tafel, so suche man zuerst in dieser letzteren Tafel den Logarithmus der betreffenden Funktion für den gegebenen Winkel, dann in einer gewöhnlichen Log.-Tafel den **Numerus** dieses Logarithmus; mit diesem Numerus ist der Wert der betreff. Funktion für den gegebenen Winkel gefunden.

Man siehe die Beispiele 1a bis 4a in nachstehender Aufgabe 31.

Aufgabe 31. Man soll die Werte der in nachstehenden Uebungsbeispielen angeführten goniometr. Funktionen gegebener Winkel mittelst einer **logarithmisch-trigonometr. Tafel** bestimmen, und zwar:

mittelst der Kleyer'schen fünf-stelligen Logarithmentafel, Tafel III und Tafel I:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1). $sin\ 14^0 10' = \ldots\ldots\ ?$

Nach der Erkl. 99 erhält man aus der Tafel III:

$log\ sin\ 14^0 10' = 9{,}38871 - 10$ oder:
$log\ sin\ 14^0 10' = 0{,}38871 - 1$

Aus der Tafel I erhält man ferner:

$num\ log(0{,}38871 - 1) = 0{,}24470$

$$\begin{array}{rr} -63 & +4 \\ \text{Diff.: } 8 & 0{,}24474 \\ 7{,}2 & \end{array}$$

Hiernach ist:
$num\ log\ sin\ 14^0 10' = 0{,}24474$ oder:
$sin\ 14^0 10' = \ldots\ldots\ 0{,}24474$

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 3, Seite 162.

mittelst der Vega'schen sieben-stelligen Logarithmentafel, Tafel III und Tafel I:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1a). $sin\ 14^0 10' = \ldots\ldots\ ?$

Nach der Erkl. 99 erhält man aus der Tafel III:

$log\ sin\ 14^0 10' = 9{,}3887109 - 10$ oder:
$log\ sin\ 14^0 10' = 0{,}3887109 - 1$

Aus der Tafel I erhält man ferner:

$num\ log\ (0{,}3887109 - 1) = 0{,}244740$

$$\begin{array}{rr} -7050 & +3 \\ \text{Diff.: } 59 & 0{,}244743 \\ 58{,}1 & \end{array}$$

Hiernach ist:
$num\ log\ sin\ 14^0 10' = 0{,}244743$ oder:
$sin\ 14^0 10' = \ldots\ldots\ 0{,}244743$

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 3, Seite 162.

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

2). $\cos 47^0 30' = \ldots\ldots\ldots$?

Wie vorhin erhält man aus der Tafel III:

$\log\cos 47^0 30' = 9{,}82968 - 10$ oder:
$\log\cos 47^0 30' = 0{,}82968 - 1$

Aus der Tafel I erhält man ferner:

$\text{numlog}\,(0{,}82968 - 1) = 0{,}6756$
$\quad - 969$

Hiernach ist:
$\text{numlog}\cos 47^0 30' = 0{,}6756$ oder:
$\cos 47^0 30' = \ldots\ldots\ldots$ 0,6756

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 8, Seite 163.

3). $tg\, 72^0 33' = \ldots\ldots\ldots$?

Wie vorhin erhält man aus der Tafel III:

$\log tg\, 72^0 33' = 10{,}50260 - 10$ oder:
$\log tg\, 72^0 33' = 0{,}50260$

Aus der Tafel I erhält man ferner:

$\text{numlog}\ 0{,}50260 = 3{,}1810$
$\quad - 256 \qquad + 3$
Diff.: $4 \qquad 3{,}1813$
$\quad 4{,}2$

Hiernach ist:
$\text{numlog}\ tg\, 72^0 33' = 3{,}1813$ oder:
$tg\, 72^0 33' = \ldots\ldots\ldots$ 3,1813

4). $ctg\, 165^0 33' 22'' = \ldots\ldots$?

Nach der in der Erkl. 91, S. 198, angeführten Relation 4)., ist:

$ctg\, 165^0 33' 32'' = ctg\,(180^0 - 165^0 33' 22'')\ (\mathbf{n})$
$= ctg\, 14^0 26' 38''\ (\mathbf{n})$

Da man nun aus der Tafel III:

$\log ctg\, 14^0 26' 00'' = 10{,}58943 - 10$
$+ 30'' \qquad - 26{,}0$
$+ 8'' \qquad - 6{,}9$
$\qquad 10{,}58910 - 10$

oder:
$\log ctg\, 14^0 26' 38'' = 0{,}58910$
und aus der Tafel I:

$\text{numlog}\ 0{,}58910 = 3{,}8820$
$\quad - 06 \qquad + 4$
Diff.: $4 \qquad 3{,}8824$
$\quad 4{,}4$

mithin:
$\text{numlog}\ ctg\, 14^0 26' 38'' = 3{,}8824$ oder:
$ctg\, 14^0 26' 38'' = 3{,}8824$ findet, so ist:

$ctg\, 165^0 33' 22'' = 3{,}8824\ (\mathbf{n})$ oder:
$ctg\, 165^0 33' 22'' = \ldots\ldots$ $-3{,}8824$

---

5). $\sin 53^0 40' = \ldots\ldots\ldots$?
6). $\sin 80^0 0' 50'' = \ldots\ldots$?
7). $\cos 36^0 33' = \ldots\ldots\ldots$?
8). $\cos 71^0 30' 10'' = \ldots\ldots$?
9). $tg\ 42^0 55' = \ldots\ldots$?
10). $tg\ 66^0 10' 42'' = \ldots\ldots$?
11). $ctg\, 32^0 40' = \ldots\ldots$?

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

2a). $\cos 47^0 30' = \ldots\ldots\ldots$?

Wie vorhin erhält man aus der Tafel III:

$\log\cos 47^0 30' = 9{,}8296833 - 10$ oder:
$\log\cos 47^0 30' = 0{,}8296833 - 1$

Aus der Tafel I erhält man ferner:

$\text{numlog}\,(0{,}8296833 - 1) = 0{,}67559$
$\quad - 6832$

Hiernach ist:
$\text{numlog}\cos 47^0 30' = 0{,}67559$ oder:
$\cos 47^0 30' = \ldots\ldots\ldots$ 0,67559

Man vergl. dies Resultat mit demjenigen des Beispiels 8, Seite 163.

3a). $tg\, 72^0 33' = \ldots\ldots\ldots$?

Wie vorhin erhält man aus der Tafel III

$\log tg\, 72^0 33' = 0{,}5026009$

Aus der Tafel I erhält man ferner:

$\text{numlog}\ 0{,}5026009 = 3{,}18120$
$\quad - 5910 \qquad + 7$
Diff.: $99 \qquad 3{,}18127$
$\quad 95{,}2$

Hiernach ist:
$\text{numlog}\ tg\, 72^0 33' = 3{,}18127$ oder:
$tg\, 72^0 33' = \ldots\ldots\ldots$ 3,18127

4a). $ctg\, 165^0 33' 22'' = \ldots\ldots$?

Nach der in der Erkl. 91, S. 198, angeführten Relation 4)., ist:

$ctg\, 165^0 33' 22'' = ctg\,(180^0 - 165^0 33' 22''\ (\mathbf{n})$
$= ctg\, 14^0 26' 38''\ (\mathbf{n})$

Da man nun aus der Tafel III:

$\log ctg\, 14^0 26' 30'' = 0{,}5891694$
$+ 8'' \qquad - 696$
$\qquad 0{,}5890998$

oder:
$\log ctg\, 14^0 26' 38'' = 0{,}5890998$
und aus der Tafel I:

$\text{numlog}\ 0{,}5890998 = 3{,}88230$
$\quad - 0391 \qquad + 9$
Diff.: $107 \qquad 3{,}88239$
$\quad 100{,}8$

mithin:
$\text{numlog}\ ctg\, 14^0 26' 38'' = 3{,}88239$ oder:
$ctg\, 14^0 26' 38'' = 3{,}88239$ findet, so ist:

$ctg\, 165^0 33' 22'' = 3{,}88239\ (\mathbf{n})$ oder:
$ctg\, 165^0 33' 22'' = \ldots\ldots$ $-3{,}88239$

5a). $\sin 53^0 40' 20'' = \ldots\ldots$?
6a). $\sin 80^0 0' 57'' = \ldots\ldots$?
7a). $\cos 36^0 33' 40'' = \ldots\ldots$?
8a). $\cos 71^0 30' 44{,}5'' = \ldots\ldots$?
9a). $tg\ 42^0 55' 30'' = \ldots\ldots$?
10a). $tg\ 66^0 10' 42{,}3'' = \ldots\ldots$?
11a). $ctg\, 32^0 40' 40'' = \ldots\ldots$?

Uebungsbeispiele:	Resultate:	Uebungsbeispiele:	Resultate:
12). $ctg\, 49^0 20' 24'' =$	?	12a). $ctg\, 49^0 20' 24{,}8'' =$	?
13). $sin\, 120^0 53' =$	?	13a). $sin\, 120^0 53' 20'' =$	?
14). $cos\, 236^0 44' =$	?	14a). $cos\, 244^0 20' 59'' =$	?
15). $tg\; 289^0 30' =$	?	15a). $tg\; 281^0 14' 6'' =$	?
16). $ctg\, 145^0 44' 36'' =$	?	16a). $ctg\, 145^0 44' 36{,}9'' =$	?

2). Ueber die Berechnung von Ausdrücken in welchen goniometrische Funktionen vorkommen.

Erkl. 100. Hat man Ausdrücke in welchen goniometrische Funktionen vorkommen zu berechnen, so verfahre man wie in der Regel 27, Seite 134, angegeben ist, wobei man nur zu beachten hat, dass die Logarithmen der goniometrischen Funktionen aus einer **log.-trig. Tafel** zu entehmen sind.

Siehe die Beispiele 1—3 in der Aufgabe 32.

Erkl. 101. Kommen in einem zu berechnenden Ausdruck goniometrische Funktionen als Summanden vor, so berechne man die Werte derselben nach der Erkl. 99 oder man benutze eine **trigonometrische** Tafel.

Siehe die Beispiele 4 u. 5 in der Aufgabe 32.

Im nachstehenden sind **nur einige** Ausdrücke in welchen goniometrische Funktionen vorkommen berechnet. Weitere derartige Aufgaben, und zwar **gelöste,** als auch **ungelöste Aufgaben**, findet man in den Kapiteln: Die ebene und sphärische Trigonometrie, die Goniometrie, analytische Geometrie, Stereometrie etc.

Aufgabe 32. Man soll die in nachstehenden Uebungsbeispielen vorkommenden mit „x“ bezeichneten Grössen berechnen und zwar:

mit Benutzung der Kleyer'schen fünf-stelligen Logarithmentafel:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1). $x = \dfrac{95{,}436 \,.\, sin\, 20' 40' 10''}{sin\, 59^0 21' 20''}$

$log\, x = log\, 95{,}436 + log\, sin\, 20^0 40' 10'' - log\, sin\, 59^0 21' 20''$

Nun ist:

mit Benutzung der Vega'schen sieben-stelligen Logarithmentafel (von *Bremiker*):

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

1a). $x = \dfrac{95{,}436 \,.\, sin\, 20^0 40' 10''}{sin\, 59^0 21' 20''}$

$log\, x = log\, 95{,}436 + log\, sin\, 20^0 40' 10'' - log\, sin\, 59^0 21' 20''$

Nun ist:

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$\log 95{,}436 = 1{,}97968$
$+3$
$+\log\sin 20^0\,40'\,10'' = +9{,}54769-10$
$+5{,}5$
$11{,}52746-10$

$-\log\sin 59^0 21' 20 =$
$-(9{,}93465-10) = +9{,}93467-10$
$+2{,}3$ $\quad - \quad +$

mithin ist: $\log x = 1{,}59279$

woraus man erhält:

$numlog\ 1{,}59279 = 39{,}150$
$-73 \qquad +5$
Diff.: $6 \quad 5{,}5 \qquad 39{,}155$ oder:

$numlog\ x = 39{,}155$ d. i.:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 39{,}155$

2). $\sin x = \dfrac{105{,}26 \cdot \sin 54^0\,21'\,30''}{223{,}54}$

$\log\sin x = \log 105{,}26 + \log\sin 54^0 21' 30'' - \log 223{,}54$

Nun ist: $\log 105{,}26 = 2{,}02202$
$+24{,}6$
$+\log\sin 54^0\,21'\,30'' = 9{,}90987-10$
$+4{,}5$
$11{,}93218-10$

$-\log 223{,}54 = -2{,}34928 = -2{,}34936$
$+7{,}6$

mithin ist: $\log\sin x = 9{,}58282-10$

Da nun:
$9{,}58282-10 = \log\sin 22^0\,29'\,00''$
$-253 \qquad +50''$
Diff.: $29 \qquad + \ 6''$
$-25{,}8$
$3{,}2 \qquad = \log\sin 22^0\,29'\,56''$ ist,
$3{,}1$

so erhält man:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 22^0\,29'\,56''$

3). $x = \sqrt{9^2+16^2-2\cdot 9\cdot 16\cdot \cos 30^0\,42'}$

In diesem Beispiel muss zunächst jeder einzelne Summand berechnet werden. Den letzteren Summanden: $2\cdot 9\cdot 16\cdot\cos 30^0\,42'$ oder: $18\cdot 16\cdot\cos 30^0\,42'$ berechnet man am besten logarithmisch, wie folgt:

$\log 18\cdot 16\cdot\cos 30^0\,42' = \log 18 + \log 16 + \log\cos 30^0\,42'$

Nun ist: $\log 18 = 1{,}25527$
$+\log 16 = +1{,}20412$
$+\log\cos 30^0\,42' = +9{,}93442-10$
$= 12{,}39381-10$

oder:
$\log 18\cdot 16\cdot\cos 30^0\,42' = 2{,}39381$

Da nun:

$numlog\ 2{,}39381 = 247{,}60$
$-375 \qquad +3$
Diff.: $6 \quad 5{,}4 \qquad 247{,}63$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

$\log 95{,}436 = 1{,}9797122$
$+\log\sin 20^0\,40'\,10'' = 9{,}5477451-10$
$11{,}5274573-10$
$-\log\sin 59^0\,21'\,20'' = 9{,}9346736-10$
$- \qquad +$

mithin ist: $\log x = 1{,}5927837$

woraus man erhält:

$numlog\ 1{,}5927837 = 39{,}1540$
$-7761 \qquad +7$
Diff.: $76 \quad 77{,}7 \qquad 39{,}1547$

oder:

$numlog\ x = 39{,}1547$ d. i.:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 39{,}1547$

2a). $\sin x = \dfrac{105{,}26 \cdot \sin 54^0\,21'\,30''}{223{,}54}$

$\log\sin x = \log 105{,}26 + \log\sin 54^0 21' 30'' - \log 223{,}54$

Nun ist: $\log 105{,}26 = 2{,}0222634$
$+\log\sin 54^0\,21'\,30'' = +9{,}9099181-10$
$11{,}9321815-10$
$-\log 223{,}54 = -2{,}3493552$

mithin ist: $\log\sin x = 9{,}5828263-10$

Da nun:
$9{,}5828263-10 = \log\sin 22^0 29' 50{,}0''$
$-7888 \qquad +7{,}0''$
1. Diff.: $375 \qquad +0{,}4''$
$-356{,}3$
2. Diff.: $18{,}7 \qquad = \log\sin 22^0 29' 57{,}4''$ ist,
$18{,}7 \cdot 10 = 187$
$-203{,}6$

so erhält man:
$x = \ldots\ldots\ldots\ 22^0\,29'\,57{,}4''$

3a). $x = \sqrt{9^2+16^2-2\cdot 9\cdot 16\cdot \cos 30^0\,42'}$

In diesem Beispiel muss zunächst jeder einzelne Summand berechnet werden. Den letzten Summanden: $2\cdot 9\cdot 16\cdot\cos 30^0\,42'$ oder: $18\cdot 16\cdot\cos 30^0 42'$ berechnet man am besten logarithmisch, wie folgt:

$\log 18\cdot 16\cdot\cos 30^0 42' = \log 18 + \log 16 + \log\cos 30^0\,42'$

Nun ist: $\log 18 = 1{,}2552725$
$+\log 16 = +1{,}2041200$
$+\log\cos 30^0\,42' = +9{,}9344238-10$
$12{,}3938163-10$

oder:
$\log 18\cdot 16\cdot\cos 30^0 42' = 2{,}3938163$

Da nun:
$num\log 2{,}3938163 = 247{,}6300$
$-8033 \qquad +7$
Diff.: $130 \qquad +4$
$122{,}5$
$7{,}5 \qquad 247{,}6374$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

mithin:
$18 . 16 . \cos 30^0 42' = 247{,}63$ ist, so geht der gegebene Ausdruck über, in:

$x = \sqrt{81 + 256 - 247{,}63}$ oder in:

$x = \sqrt{89{,}37}$ und hieraus erhält man:

$x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ 9,45

4). $x = 202{,}56 + ctg\ 14^0 40'$

Den 2ten Summanden könnte man wie die Beispiele in der Aufgabe 31 berechnen, man kann dessen Wert jedoch auch direkt aus der **trigonometrischen** Tafel, Tafel VI, entnehmen, was hier einfacher ist und wonach man erhält:

$x = 202{,}56 + 3{,}8208$ oder:

$x = \ldots\ldots\ldots$ 206,3808

5). $tg\ x = \frac{3}{5}$

Zur Berechnung von x könnte man die Logarithmen benutzen. Hier gestaltet sich die Rechnung jedoch einfacher, wenn man:

$tg\ x = \frac{3}{5} = 0{,}60000$ setzt und den Wert 0,60000 in der **trigonometr.** Tafel sucht. Hiernach wird man direkt erhalten:

$x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $31^0\ 0'$

Uebungsbeispiele: **Resultate:**

mithin:
$18 . 16 . \cos 30^0 42' = 247{,}6374$ ist, so geht der gegebene Ausdruck über, in:

$x = \sqrt{81 + 256 - 247{,}6374}$ oder in:

$x = \sqrt{89{,}3626}$ und hieraus erhält man:

$x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ 9,453

4a). Siehe nebenstehendes Beispiel 4.

5a). Siehe nebenstehendes Beispiel 5.

---

3). Ueber das Auflösen von Gleichungen mittelst Logarithmen.

Erkl. 102. Kommt in einer Gleichung die Unbekannte als **Exponent einer Potenz** oder als **Exponent** einer **Wurzel** vor, hat man also eine sogenannte **„Exponentialgleichung“** und man will die Unbekannte berechnen, so kann dies im allgemeinen nur mit Hülfe der Logarithmen geschehen, indem **durch Logarithmierung** der betreffenden Gleichung die Exponenten (die Unbekannten) als solche beseitigt werden können.

Man siehe nachstehende Beispiele 1—3 und die betreff. Aufgaben in denjenigen Kapiteln, welche über die Gleichungen handeln.

Beispiel 1.

$$a^x = b$$

Zur Berechnung von x logarithmiere man die Gleichung, wonach man erhält:

$$x . \log a = \log b$$

und hieraus ergibt sich:

$$x = \frac{\log b}{\log a}$$

Beispiel 2.

$$(3^5)^x = 7$$

Diese Gleichung zunächst auf eine einfachere Form gebracht, gibt:

$$3^{5x} = 7$$

Logarithmiert man nunmehr diese Gleichung, so erhält man:

$$5x . \log 3 = \log 7 \quad \text{oder:}$$

$$5x = \frac{\log 7}{\log 3} \quad \text{und}$$

$$x = \frac{log\,7}{5\,.\,log\,3} = \frac{0{,}8450980}{5\,.\,0{,}4771213} = \frac{0{,}8450980}{2{,}3856065}$$

$$x = 0{,}35\ldots$$

Beispiel 3.

1). $3^x . 2^{2y} = 3981312$

2). $2^y . 5^x = 400000$

Diese Gleichungen logarithmiert, ergeben:

3). $x\,.\,log\,3 + 2y\,.\,log\,2 = log\,3981312$

4). $y\,.\,log\,2 + x\,.\,log\,5 = log\,400000$

Multipliziert man nun diese Gleichung 4). mit 2 und subtrahiert dieselbe von Gleich. 3)., so erhält man:

$x\,.\,log\,3 - 2x\,.\,log\,5 = 6{,}6000262 - 2\,.\,5{,}6020600$

oder:

$x\,.\,(log\,3 - 2\,.\,log\,5) = 4{,}6040940$

$$x = \frac{4{,}6040940}{log\,3 - 2\,.\,log\,5} = \frac{-4{,}6040940}{0{,}4771213 - 2\cdot 0{,}6989700}$$

$$x = \frac{-4{,}604\,0940}{-0{,}920\,8187} \text{ oder:}$$

$x = 5$ (abgerundet).

Auf analoge Weise erhält man für

$y = 7$

Anmerkung. Die manigfaltigsten gelösten und ungelösten Aufgaben über „**Exponentialgleichungen**“ findet man in den einzelnen Kapiteln, welche über die Gleichungen handeln.

---

4). Ueber das Logarithmisch-bequem-machen zu berechnender Ausdrücke.

Erkl. 103. In der Erkl. 70, Seite 135, und in dem Abschnitt IX, Seite 153, wurde bereits erwähnt, dass man solche Ausdrücke in welchen einzelne Glieder durch die Zeichen: + oder — verbunden sind, also in welchen algebraische Summen vorkommen, nicht sofort **vollständig** logarithmisch berechnen kann. Derartige Ausdrücke nennt man **logarithmisch-unbequeme** Ausdrücke, und zwar im Gegensatz zu solchen, welche sich direkt mittelst Logarithmen berechnen lassen und **logarithmisch-bequeme** Ausdrücke genannt werden. Die Goniometrie gibt Mittel an die Hand, um logarithmisch-unbequeme Ausdrücke mittelst Einführung von Hülfswinkeln in **logarithmisch-bequeme** Ausdrücke verwandeln zu können.

Man siehe hierüber in dem Abschnitt des Kapitels „Die Goniometrie“ nach, welcher über das Logarithmisch-**bequem-machen** algebraischer Ausdrücke handelt.

---

5). Ueber die Berechnung der natürlichen Logarithmen.

Erkl. 104. Da es vorkommen mag, dass man den **natürlichen** Logarithmus einer Zahl auf mehr Dezimalstellen genau haben muss, als man ihn aus einer fünf- oder siebenstelligen Tafel entnehmen, bezw. als man ihn mittelst des Zusatzes 4, Seite 52, aus den Briggs'schen Logarithmen berechnen kann, so ist am Schlusse der *Kleyer'schen* Logarithmentafel die aus dem Kapitel: „Die **höheren Reihen**“ entnommene **logarithmische Reihe** angeführt und daselbst gezeigt, wie man den natürlichen Logarithmus einer Zahl bis zu einer beliebigen Genauigkeit berechnen kann.

Mit Hülfe des Zusatzes 3, Seite 51, kann man hiernach auch den Briggs'schen Logarithmus einer Zahl bis zu einer beliebigen Genauigkeit berechnen.

Heft 23. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 16.)
„ 24. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 14.)
„ 25. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 22.)
„ 26. **Die Reihen.** (Forts. von Heft 17.)
„ 27. **Ebene Trigonometrie.** (Forts. von Heft 15.)
„ 28. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 25.)
„ 29. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 24.)
„ 30. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 6.)
„ 31. **Statik; oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.**
„ 32. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 28.)
„ 33. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 29.)
„ 34. **Goniometrie.**
„ 35. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 23.)
„ 36. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 32.)
„ 37. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 30.)
„ 38. **Statik.** (Forts. von Heft 31.)
„ 39. } **Das Apollonische Berührungs-**
„ 40. } **Problem.** (Forts. v. Heft 33.)
„ 41. **Potenzen und Wurzeln.**
„ 42. **Logarithmen.**
„ 43. **Goniometrie.** (Forts. von Heft 34).
„ 44. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.**
„ 45. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 41.)
„ 46. **Logarithmen.** (Forts. von Heft 42.)
„ 47. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 36.)
„ 48. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 37.)
„ 49. **Statik.** (Forts. von Heft 38.)
„ 50. **Zinseszinsrechnung.** (Forts. von Heft 35.)
„ 51. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 45.)
„ 52. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 46.)
„ 53. **Das Apollonische Berührungs-Problem.** (Forts. von Heft 40.)

Heft 54. **Gleichungen vom 1. Grade mit einer Unbekannten.** (Forts. von Heft 44.)
„ 55. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 43.)
„ 56. **Potenzen und Wurzeln.** (Forts. von Heft 51.)
„ 57. **Logarithmen.** (Forts. v. Heft 52.)
„ 58. **Die regulären Polyeder.** (Forts. von Heft 47.)
„ 59. **Differential-Rechnung.** (Forts. von Heft 48.)
„ 60. **Goniometrie.** (Forts. v. Heft 55.)
„ 61. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 56.)
„ 62. **Die Potenzen.** — Faktorenzerlegung etc. — (Forts. von Heft 61.)
„ 63. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Heben. (Forts. von Heft 62.)
„ 64. **Die Potenzen.** Reduktionen mittelst Vereinigung von Brüchen. — (Forts. von Heft 63.)
„ 65. **Die Potenzen.** Das Potenzieren mit der Zahl Null und mit negativen Exponenten. (Forts. von Heft 64.)
„ 66. **Die Potenzen.** (Forts. v. Heft 65.)
„ 67. **Die Potenzen.** Anhänge u. Schluss der Potenzen.
„ 68. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 57.)
„ 69. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 68.)
„ 70. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 69.)
„ 71. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 70.)
„ 72. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 71.)
„ 73. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 72).
„ 74. **Die Logarithmentafeln.**
„ 75. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 73.)
„ 76. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 75.)
„ 77. **Die Logarithmen.** (Forts. von Heft 76.)
„ 78. **Die Logarithmentafeln.** (Forts. von Heft 74.)
„ 79. **Die Logarithmentafeln.** (Forts. von Heft 78.)
„ 80. **Die Logarithmen.** (Forts. und Schluss von Heft 77.)

u. s. f. u. s. f.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

